

Влияние различия в свойствах ветвей холодильного термоэлектрического модуля на его эффективность*

Канд. физ.-мат. наук И. А. ДРАБКИН

ОАО «ГИРЕДМЕТ», 109017, г. Москва, Б. Толмачевский пер., 5,

канд. физ.-мат. наук Л. Б. ЕРШОВА

ЗАО РМТ 119991, г. Москва, Ленинский пр., 53

In a thermoelectric module there is always a difference in properties of its branches. The paper considers the effect of difference in geometric and thermoelectric branch properties on the efficiency of module operation. There has been analyzed a case where, to produce a necessary value of module resistance, branches from the final "package" set of thermoelectric materials are mixed. The results obtained allow to numerically appreciate the effect of difference in branch properties on thermoelectric module operation and can be used for uprating of thermoelectric modules.

Key words: cooling thermoelectric module, thermoelectric efficiency, average of distribution, dispersion.

Ключевые слова: термоэлектрический холодильный модуль, термоэлектрическая эффективность, математическое ожидание, дисперсия.

Введение

Современные тенденции в производстве термоэлектрических модулей имеют два ярко выраженных направления: миниатюризация ветвей термоэлектрических модулей и создание термоэлектрических батарей большой мощности с большим количеством ветвей. При этом имеет место различие в свойствах (геометрических и термоэлектрических) ветвей модуля. Казалось бы, свойства модуля должны неизбежно ухудшиться из-за различия в оптимальных токах для каждой из ветвей. Однако, если проводить усреднение по ветвям, то средняя величина термоэдс $\bar{\alpha}$ может отличаться от величины $\alpha(\bar{\rho})$, где $\bar{\rho}$ — средняя величина удельного сопротивления. Если $\bar{\alpha} > \alpha(\bar{\rho})$, то разброс свойств может приводить даже к выигрышу в эффективности модуля. Поэтому вопрос о влиянии различия в геометрических и термоэлектрических свойствах ветвей модуля на эффективность его работы требует специального рассмотрения. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

Анализ работы модуля

Рассмотрим термоэлектрический модуль с большим количеством пар ветвей с использованием вероятностных методов. Пусть теплопередачи модуля имеют достаточно высокую теплопроводность и разностью температур вдоль теплопередач можно пренебречь. Пусть температура горячего конца ветви T , а холодного T_0 . Пусть термоэлектрические параметры ветвей α_{ti} , ρ_{ti} , κ_{ti} — соответственно термоэдс, удельное сопротивление и теплопроводность i -ветви с типом проводимости $t = n, p$ не зависят от температуры. Индекс t будет сопровождать в дальнейшем все переменные, для которых учитывается тип проводимости. Тогда уравнение, описывающее тепловой баланс на холодной стороне модуля, можно записать в виде [1]:

$$\begin{aligned} IT_0 \sum_{t=n,p} \sum_{i=1}^N \alpha_{ti} - \frac{1}{2} I^2 \sum_{t=n,p} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{ti} l_{ti}}{d_{ti}^2} - \\ - \Delta T \sum_{t=n,p} \sum_{i=1}^N \left(\kappa_{Lti} + L_{ti} T_0 \frac{1}{\rho_{ti}} \right) \frac{d_{ti}^2}{l_{ti}} = \sum_{t=n,p} \sum_{i=1}^N Q_{0ti}, \end{aligned} \quad (1)$$

* Работа выполнена при поддержке Российского федерального агентства по науке и инновациям, контракт № 02.513.12.3062.

где I — ток через модуль (все ветви будем считать соединенными последовательно);

N — число пар ветвей в модуле;

l_{ti} и d_{ti} — длина и толщина i -ветви типа t (для простоты считаем, что ветви имеют квадратное сечение);

κ_{Lti} — теплопроводность решетки i -ветви типа t ;

L_{ti} — число Лоренца i -ветви типа t ;

Q_{0ti} — холодопроизводительность i ветви типа t ;

ΔT — разность температур горячего и холодного концов ветви; $\Delta T = T - T_0$.

В дальнейшем зависимостью числа Лоренца от концентрации носителей заряда в ветви термоэлемента пренебрежем (ввиду не очень значительного разброса по концентрациям ветвей, используемых в одном модуле) и будем считать, что $L_{ti} = L_t$.

Пусть l_{ti} , d_{ti} , ρ_{ti} — статистически независимы, α_{ti} — функция ρ_{ti} .

Тогда

$$l_{ti} = \bar{l} + \Delta l_{ti}; \quad d_{ti} = \bar{d} + \Delta d_{ti}; \quad \rho_{ti} = \bar{\rho}_{ti} + \Delta \rho_{ti}, \quad (2)$$

где $i = 1, \dots, N$; $t = n, p$;

\bar{l} , \bar{d} , $\bar{\rho}_{ti}$ — средние значения соответствующих параметров (подразумевается, что длина и высота ветви не зависят от типа проводимости);

Δl_{ti} , Δd_{ti} , $\Delta \rho_{ti}$ — отклонения от соответствующих средних значений для i -ветви типа t .

Пусть отклонения от среднего значения описываются нормальным законом распределения:

$$\left. \begin{aligned} p(\Delta l) &= \frac{1}{D_l \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta l}{D_l} \right)^2}, \\ p(\Delta d) &= \frac{1}{D_d \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{D_d} \right)^2}, \\ p_t(\Delta \rho_t) &= \frac{1}{D_{t\rho} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \rho_t}{D_{t\rho}} \right)^2}; \quad t = n, p, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где D_l , D_d , $D_{t\rho}$ — соответствующие дисперсии.

Различие в величинах D_l и D_d связано с тем, что способы резки вдоль и поперек ветви могут быть различны. Для больших N можно перейти от суммирования по ветвям к интегрированию по отклонению от средних значений

$$\begin{aligned} IT_0 \sum_{t=n,p} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_t(\rho_t) p(\Delta \rho_t) d(\Delta \rho_t) - \\ - \frac{1}{2} I^2 \sum_{t=n,p} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_t p(\Delta \rho_t) d(\Delta \rho_t) \int_{-\infty}^{\infty} l_t p(\Delta l) d(\Delta l) \times \end{aligned}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\Delta d) d(\Delta d)}{d_t^2} - \Delta T \sum_{t=n,p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\Delta l) d(\Delta l)}{\Delta l_t} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d_t^2 p(\Delta d) d(\Delta d) \int_{-\infty}^{\infty} \left(\kappa_{L_t} + \frac{1}{\rho_t} L T_0 \right) d(\Delta \rho_t) =$$

$$= \sum_{t=n,p} \sum_{i=1}^N \frac{Q_{0ti}}{N}. \quad (4)$$

Разлагая $\alpha_t(\rho_t)$, $\frac{1}{d_t}$, $\frac{1}{l_t}$, $\frac{1}{\sigma_t}$ в ряды по отклонениям от среднего значения и ограничиваясь членами второго порядка, можно записать

$$\alpha_t(\rho_t) = \alpha_t(\bar{\rho}_t) + \frac{d\alpha_t}{d\rho_t} \Big|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \Delta \rho_t + \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \Big|_{\sigma_t=\bar{\sigma}_t} (\Delta \rho_t)^2; \quad (5)$$

$$\frac{1}{d_t^2} = \frac{1}{(\bar{d}_t + \Delta d_t)^2} = \frac{1}{\bar{d}^2} \left(1 - 2 \frac{\Delta d_t}{\bar{d}_t} + 3 \left(\frac{\Delta d_t}{\bar{d}_t} \right)^2 \right); \quad (6)$$

$$\frac{1}{l_t} = \frac{1}{\bar{l}_t} \left(1 - \frac{\Delta l_t}{\bar{l}_t} + \left(\frac{\Delta l_t}{\bar{l}_t} \right)^2 \right); \quad (7)$$

$$\frac{1}{\rho_t} = \frac{1}{\bar{\rho}_t} \left(1 - \frac{\Delta \rho_t}{\bar{\rho}_t} + \left(\frac{\Delta \rho_t}{\bar{\rho}_t} \right)^2 \right). \quad (8)$$

Подставляя уравнения (5)–(8) в формулу (4) и проводя интегрирование, получим

$$\begin{aligned} IT_0 \sum_{t=n,p} \bar{\alpha}_t \left(1 + \frac{D_{t\rho}^2}{\bar{\alpha}_t} \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \Big|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \right) - \\ - \frac{1}{2} I^2 \frac{\bar{l}}{\bar{d}^2} \left(1 + 3 \left(\frac{D_d}{\bar{d}} \right)^2 \right) \sum_{t=n,p} \bar{\rho}_t - \\ - \Delta T \frac{\bar{d}^2}{\bar{l}} \left(1 + \left(\frac{D_d}{\bar{d}} \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{D_l}{\bar{l}} \right)^2 \right) \times \\ \times \sum_{t=n,p} \left(\kappa_{tL} + \frac{1}{\bar{\rho}_t} L T_0 \left(1 + \frac{D_{t\rho}^2}{\bar{\rho}_t^2} \right) \right) = \sum_{t=n,p} \bar{Q}_{0ti}, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{где } \bar{Q}_{0ti} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} Q_{0ti}.$$

Вводя обозначения

$$\bar{\kappa}_t = \kappa_{L_t} + \frac{1}{\bar{\rho}_t} L T_0; \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{t, eff} &= \bar{\alpha}_t \left(1 + \frac{D_{tp}^2}{\bar{\alpha}_t} \frac{d^2 \alpha_t}{d \rho_t^2} \Big|_{\rho_t = \bar{\rho}_t} \right); \\ \kappa_{t, eff} &= \bar{\kappa}_t \left(1 + LT \frac{D_{tp}^2}{\bar{\kappa}_t \bar{\rho}_t^3} \right) \left(1 + \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{D_l}{l} \right)^2 \right); \\ \rho_{t, eff} &= \bar{\rho}_t \left(1 + 3 \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right); \quad Q_{0t, eff} = \bar{Q}_{0t}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

можно выражение (9) записать в виде

$$\begin{aligned} IT_0 \sum_{t=n,p} \alpha_{t, eff} - \frac{1}{2} I^2 \frac{\bar{l}}{\bar{d}^2} \sum_{t=n,p} \rho_{t, eff} \\ - \Delta T \frac{\bar{d}^2}{\bar{l}} \sum_{t=n,p} \kappa_{t, eff} = \sum_{t=n,p} \bar{Q}_{0t}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, уравнение теплового баланса для большого набора ветвей, имеющих статистический разброс по своим свойствам, сводится к простому уравнению для термоэлемента [1] с эффективными значениями термоэлектрических параметров. Определим в соответствии с выражением (5) $\bar{\alpha}_t = \alpha_t(\bar{\rho}_t)$ и $\bar{Z}_t = \frac{\bar{\alpha}_t^2}{\bar{\kappa}_t \bar{\rho}_t}$, где $\bar{\kappa}_t = \kappa_t(\bar{\rho}_t)$.

Величина \bar{Z}_t есть обычная эффективность материала, определяемого по зависимости $Z(\rho)$ для значения $\rho = \bar{\rho}$. Сравним эту величину с $Z_{t, eff} = \frac{\alpha_{t, eff}^2}{\kappa_{t, eff} \rho_{t, eff}}$, подставим значения формулы (11) и, пренебрегая степенями дисперсии, превышающими 2, получим

$$\begin{aligned} Z_{t, eff} &= \bar{Z}_t \left(1 + \frac{D_{tp}^2}{\bar{\alpha}_t} \frac{d^2 \alpha_t}{d \rho_t^2} \Big|_{\rho_t = \bar{\rho}_t} \right)^2 \left(1 - 4 \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \times \\ &\times \left(1 - \left(\frac{D_l}{l} \right)^2 \right) \left(1 - LT \frac{D_{tp}^2}{\bar{\kappa}_t \bar{\rho}_t^3} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, из формулы (13) видно, что поправка к эффективности состоит из четырех сомножителей, два

из которых связаны только с геометрией образца и два — с особенностями его термоэлектрических характеристик.

Остановимся вначале на влиянии различий в геометрии образца. На рис. 1 даны графики уменьшения Z в зависимости от дисперсий по длине и ширине ветвей для размеров и геометрических допусков ветвей, характерных для миниатюрных холодильных модулей.

Если дисперсия по длине и ширине не превышает 5 % от величины соответствующих размеров (например, $D = 0,01$ мм при размере 0,2 мм), то геометрический фактор приводит к уменьшению \bar{Z}_t на 1,25 %, что сравнимо с погрешностью определения $Z_{t, eff}$. Однако дальнейшее увеличение D_d и D_l ввиду квадратичности поправки приводит к быстрому уменьшению \bar{Z}_t . Так, при дисперсии в 10 % от соответствующего размера уменьшение \bar{Z}_t составит уже 5 %, что, несомненно, скажется на работе модуля. Из формулы (13) видно также, что дисперсия по толщине ветви дает в 4 раза больший вклад, чем дисперсия по длине ветви. Этот факт необходимо учитывать при организации резки ветвей.

Перейдем теперь к обсуждению поправок за счет свойств термоэлектрического материала на примере халькогенидов сурьмы и висмута, которые используются во всех холодильных модулях. Последний множитель дает отрицательный вклад в $Z_{t, eff}$. Этот множитель обусловлен вкладом в электронную часть теплопроводности из-за различия по сопротивлению в свойствах ветвей. Если дисперсия не превышает 10 % от величины удельного сопротивления, что скорее всего является избыточной величиной в силу особенностей технологии получения термоэлектрического материала, то вклад от последнего члена для холодильных материалов достаточно мал, так как величина $LT \frac{1}{\bar{\kappa}_t \bar{\rho}_t}$ не превышает 0,3, т. е. суммарный вклад от последнего множителя составляет в этом случае всего 0,3 %.

Знак изменения термоЭДС и связанного с ним изменения добротности определяется знаком выражения $\frac{d^2 \alpha_t}{d \rho_t^2}$. На рис. 2 приведены зависимости термоЭДС от удельного сопротивления для материалов на основе халькогенидов сурьмы и висмута.

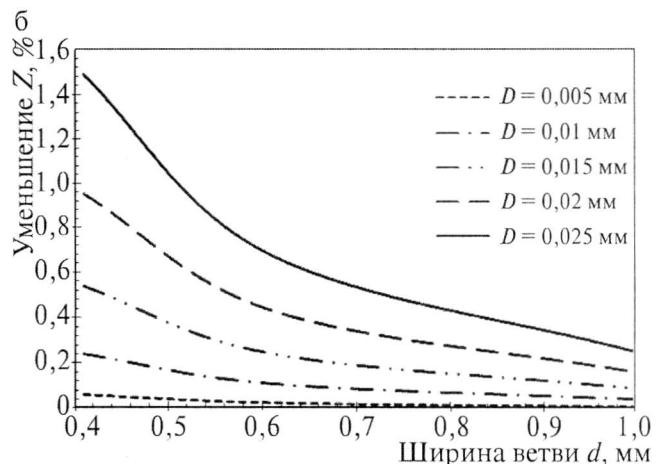
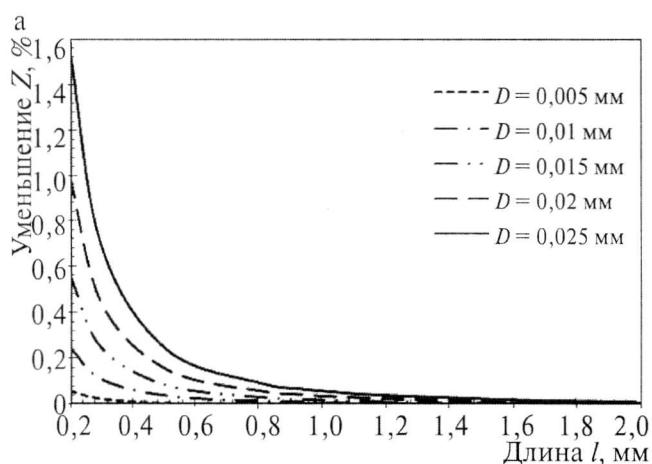


Рис. 1. Зависимость уменьшения Z от дисперсии по длине (а) и ширине (б) ветвей

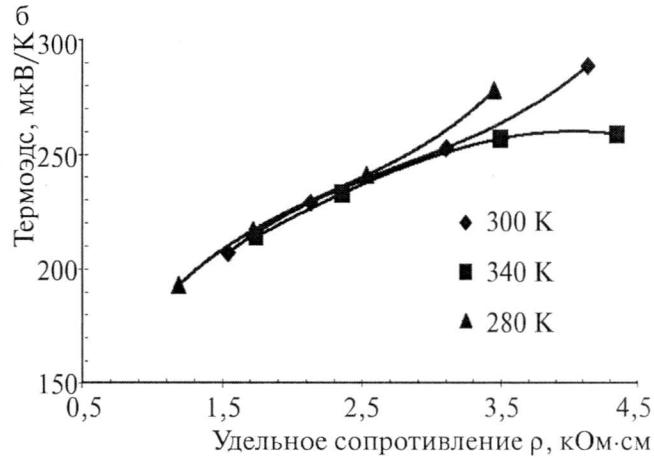
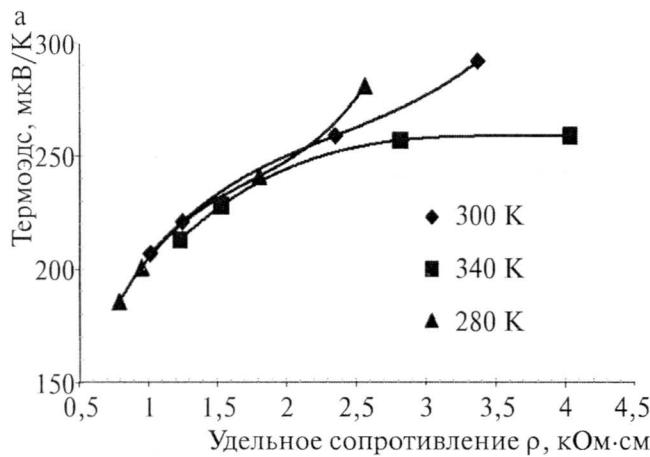


Рис. 2. Зависимость термоЭДС от удельного сопротивления:
а — для $\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{1.5}\text{Te}$ *p*-типа; б — для $\text{Bi}_2\text{Se}_{0.3}\text{Te}_{2.7}$ *n*-типа

Видно, что для кривых при комнатной и более низкой температуре на зависимости $\alpha(\rho)$ имеется точка перегиба. Получается, что для низких концентраций носителей заряда (высокие абсолютные значения термоЭДС) величина $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ положительна и доходит до $(4 \div 9) \cdot 10^7$ мкВ/(К·Ом²·см²). При величине $D_{t\rho} = 0,1\rho$ Ом·см выигрыш в величине α составляет 1,8–0,3 %.

Оказывается, что, действительно, для некоторых значений α дисперсия по ρ может приводить к увеличению $Z_{t,eff}$. Таким образом, положительное влияние дисперсии по сопротивлению на величину α компенсирует отрицательное воздействие этого фактора на электронную составляющую теплопроводности.

Из положительного знака $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ следует, что, чем больше дисперсия по сопротивлению, тем больше выигрыш в $Z_{t,eff}$ за счет α . Это означает, что диапазон компенсации в этом случае достаточно велик и величина дисперсии по сопротивлению не вносит заметного вклада в уменьшение величины $Z_{t,eff}$. К сожалению, это наблюдается для концентраций, находящихся вне сферы практического интереса при комнатной температуре из-за малой холодопроизводительности ветвей в этом диапазоне.

Для высоких концентраций носителей заряда (низкие абсолютные значения термоЭДС) величина $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ отрицательна и равна $(15 \div 5) \cdot 10^7$ мкВ/(К·Ом²·см²). В этом случае появляется проигрыш в величине термоэдс. При $D_{t\rho} = 0,1\rho$ этот проигрыш составит 0,3–0,7 %.

В табл. 1 и 2 даны величины параметров материалов $\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{1.5}\text{Te}$ *p*-типа и $\text{Bi}_2\text{Se}_{0.3}\text{Te}_{2.7}$ *n*-типа при 300 К (см. рис. 2) и соответствующие числовые оценки изменения термоЭДС и $Z_{t,eff}$ при 10 %-й дисперсии по сопротивлению.

Таким образом, это простое рассмотрение показывает важность правильного учета зависимости $\alpha(\rho)$. Далее оно показывает, что с этой точки зрения предпочтительно работать с материалами, чьи свойства находятся вблизи точки перегиба на кривых (см. рис. 2). Это будет обеспечивать максимальную разность температур на модуле.

Рассмотрим теперь часто практикуемый случай, когда для получения необходимой величины сопротивления модуля смешивают ветви из выбранного конечного набора «пакетов» термоэлектрических материалов. Пусть распределение по свойствам внутри каждого из таких пакетов подчиняется закону нормального распределения. Пусть число пакетов для типа проводимости t есть K_t , а число ветвей в j пакете есть N_{tj} ($t = n, p$; $j = 1, \dots, K_t$). Число пакетов для *n*- и *p*-типов проводимости может быть различно. Пусть условием, по которому подбираются пакеты, является равенство среднего значения удельного сопротивления модуля некоей величине

$$\bar{\rho}_t = \frac{\bar{\rho}_n + \bar{\rho}_p}{2},$$

где $\bar{\rho}_t$ — средние значения удельного сопротивления для ветвей t -типа ($t = n, p$). Пусть $\bar{\rho}_{tj}$ — среднее значение сопротивления в j пакете.

Тогда

$$\bar{\rho}_t = \sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \sum_{i=1}^{i=N_{tj}} \frac{1}{N_{ij}} \rho_{tji} = \sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \bar{\rho}_{tj}, \quad (14)$$

где ρ_{tji} — удельное сопротивление i ветви в j пакете t -типа проводимости. Если обозначить $\bar{\rho}_{tj} = \bar{\rho}_t + \delta_{tj}$, то из этого следует

$$\sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \delta_{tj} = 0. \quad (15)$$

Термоэдс и Z_{eff} при 10 %-й дисперсии по сопротивлению для p -типа при 300 К

α , мкВ/К	$\rho \cdot 10^3$, Ом·см	$D_\rho \cdot 10^4$, Ом·см	$\frac{d^2\alpha}{d\rho^2} 10^{-8}$, мкВ/(К·Ом ² · см ²)	$\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$, %	$\frac{\Delta Z_{eff}}{Z_{eff}}$, %
207	1,01	1,01	-0,631	-0,3	-0,6
221	1,25	1,25	-0,523	-0,4	-0,8
259	2,35	2,35	-0,008	-0,02	-0,04
292	3,37	3,37	-0,969	1,8	3,6

Таблица 2

Термоэдс и Z_{eff} при 10 %-й дисперсии по сопротивлению для n -типа при 300 К

α , мкВ/К	$\rho \cdot 10^3$, Ом·см	$D_\rho \cdot 10^4$, Ом·см	$\frac{d^2\alpha}{d\rho^2} 10^{-8}$, мкВ/(К·Ом ² · см ²)	$\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$, %	$\frac{\Delta Z_{eff}}{Z_{eff}}$, %
207	1,02	1,02	-1,530	-0,7	-1,4
229	1,32	1,32	-0,800	-0,6	-1,2
253	1,80	1,80	0,377	0,5	1,0
289	2,32	2,32	0,016	0,3	0,6

Вводя обозначения $\bar{\alpha}_t = \alpha(\bar{\rho}_t)$ и разлагая $\bar{\alpha}_{ts}$ в ряд, получим

$$\bar{\alpha}_{ts} = \bar{\alpha}_t + \left. \frac{d\alpha_t}{d\rho_t} \right|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \delta_{ts} + \left. \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \right|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \delta_{ts}^2. \quad (16)$$

Считая дисперсии по длине, ширине и сопротивлению ветви одинаковыми для ветвей во всех пакетах, а также, что $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ слабо зависит от ρ_t и поэтому

$\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} = \left. \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \right|_{\rho_t=\bar{\rho}_t}$, уравнение (9) для t -типа проводимости, просуммировав по всем пакетам, можно записать так:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \left[IT_0 \left(\bar{\alpha}_t + D_{t\rho}^2 \left. \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \right|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} I^2 \frac{\bar{l}}{d^2} \left(1 + 3 \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \bar{\rho}_{tj} \right] - \\ & - \sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \left[\Delta T \frac{\bar{d}^2}{l} \left(1 + \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{D_l}{l} \right)^2 \right) \times \right. \\ & \times \left. \left(\kappa_{tL} + \frac{1}{\bar{\rho}_{tj}} L_t T_0 \left(1 + \frac{\bar{\delta}_t^2 + D_{t\rho}^2}{\bar{\rho}_{tj}^2} \right) \right) \right] = \bar{Q}_{0t}, \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$\bar{Q}_{0t} = \sum_{i=1}^{i=N_j} \frac{N_{tj}}{N_t} \bar{Q}_{0ti}.$$

Осуществляя в (17) суммирование и пользуясь разложением $\frac{1}{\bar{\rho}_{tj}}$ и $\left(\frac{1}{\bar{\rho}_{tj}} \right)^3$ в ряд с точностью до членов второго порядка малости по $\frac{\delta_{tj}}{\bar{\rho}_t}$ и $\frac{D_{t\rho}^2}{\bar{\rho}_t^2}$, с учетом уравнения (15), получаем

$$\begin{aligned} & IT_0 \left(\bar{\alpha}_t + \left. \frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2} \right|_{\rho_t=\bar{\rho}_t} \left(D_{t\rho}^2 + \bar{\delta}_t^2 \right) \right) - \\ & - \frac{1}{2} I^2 \frac{\bar{l}}{d^2} \left(1 + 3 \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \bar{\rho}_t \left(1 + \frac{D_{t\rho}^2}{\bar{\rho}_t^2} \right) - \\ & - \Delta T \frac{\bar{d}^2}{l} \left(1 + \left(\frac{D_d}{d} \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{D_l}{l} \right)^2 \right) \times \\ & \times \left(\kappa_{tL} + \frac{1}{\bar{\rho}_{tj}} L_t T_0 \left(1 + \frac{\bar{\delta}_t^2 + D_{t\rho}^2}{\bar{\rho}_{tj}^2} \right) \right) = \bar{Q}_{0t}, \quad (18) \end{aligned}$$

где введено среднеквадратичное отклонение от среднего значения в пакетах

$$\bar{\delta}_t = \sum_{j=1}^{K_t} \frac{N_{tj}}{N_t} \bar{\delta}_{tj}. \quad (19)$$

К полученному уравнению для одного типа проводимости необходимо добавить уравнение для другого типа, и тогда получится уравнение типа (9). Точно так же можно ввести и $Z_{t, eff}$. Из уравнения (18) видно, что среднеквадратичное отклонение и дисперсия складываются. Причем величина среднеквадратичного отклонения будет больше, чем соответствующая дисперсия в силу самой процедуры комплектования набора из пакетов. Поэтому все ранее сформулированные комментарии к выражению (13) остаются в силе и для данного случая, однако под дисперсией по сопротивлению понимают сумму среднеквадратичного отклонения от средних значений сопротивления в пакетах и дисперсии по сопротивлению. Как уже указывалось, зачастую можно добиться, чтобы величина дисперсии по сопротивлению слабо сказывалась на величине $Z_{t, eff}$. Увеличение дисперсии на величину среднеквадратичного отклонения также не должно приводить к заметным последствиям, если для всех пакетов величина термоЭДС лежит на одной кривой $\alpha(\rho)$.

В этом случае $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ является осмысленной величиной. Если же величина термоЭДС меняется скачками относительно этой кривой, то знак $\frac{d^2\alpha_t}{d\rho_t^2}$ не определен, и введение пакета может приводить как к улучшению, так и к ухудшению величины эффективной термоэлектрической добротности. Из сказанного следует, что, подбирая материалы для пакетов, следует обращать внимание не

только на величину удельного сопротивления, но и на то, насколько соответствует величина термоЭДС этому сопротивлению.

Заключение

Влияние разброса параметров ветвей холодильного термоэлектрического модуля на его эффективность носит нелинейный характер. Разброс геометрических параметров ухудшает параметры модуля, причем эффект от разброса сечения ветвей в четыре раза больше, чем от разброса высоты. Различие термоэлектрических параметров, как правило, также приводит к ухудшению параметров модуля. Однако выявлена область высоких значений термоЭДС термоэлектрического материала, в котором разброс параметров может вызывать увеличение эффективности модуля.

Рассмотренная в работе проблема позволяет оценить различия в свойствах ветвей и их влияние на работу термоэлектрического холодильного модуля. Результаты работы могут использоваться для улучшения качества термоэлектрических модулей.

Список литературы

- Лукишкер Э. М., Вайнер А. Л., Сомкин М. Н., Водолагин В. Ю. Термоэлектрические охладители. — М.: Радио и связь, 1983.