УДК 674.038.15.620.172.22

К вопросу расчета деталей холодильных машин, изготавливаемых из материалов с технологической анизотропией

Д-р техн. наук **В. Н. ГЛУХИХ**

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий

191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

When manufactured, piping material for refrigerating machines acquires cylindrical anisotropy. Theoretical research allowed to substantiate cases of negative lateral deformation in cylindrically anisotropic objects in the layers inclined 45° to the principal axis.

Key words: cylindrical anisotropy, Poisson coefficient, elasticity constants, lateral deformation.

Ключевые слова: цилиндрическая анизотропия, коэффициент Пуассона, постоянные упругости, поперечная деформация.

Использование известного дифференциального уравнения в полярных координатах для цилиндрически анизотропного тела [1] применительно к декартовым координатам [2, 3] позволило впервые установить для него взаимосвязь между постоянными упругости в главных направлениях анизотропии:

— при $B < 2$

$$G_{rt} = \frac{3E_t}{1 + 5\alpha^2 + 6\mu_{tr}}; \tag{1}$$

— при $B > 2$

$$G_{rt} = \frac{E_t}{3 - \alpha^2 + 2\mu_{tr}}, \tag{2}$$

где $\alpha^2 = E_t E_r$;

$$B = \frac{E_t}{G_{rt}} - 2\mu_{tr}. \tag{3}$$

Обе формулы (1) и (2) для случая изотропного тела ($\alpha^2 = 1$) приобретают известный вид

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \tag{4}$$

Для вычисления постоянных упругости при повороте координатных осей вокруг, например, оси Z известные формулы [1] приобретут такой вид:

— при $B = 3 - \alpha^2$

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4\theta}{E_r} + \frac{3-\alpha^2}{E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{E_t}; \tag{5}$$

$$\frac{1}{E_y} = \frac{\sin^4\theta}{E_r} + \frac{3-\alpha^2}{E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\cos^4\theta}{E_t}; \tag{6}$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{8(\alpha^2-1)}{E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{1}{G_{rt}}; \tag{7}$$

$$\mu_{xy} = -E_x\left[\frac{2(\alpha^2-1)}{E_t}\sin^2\theta\cos^2\theta - \frac{\mu_{rt}}{E_r}\right]; \tag{8}$$

— при $B = \frac{(1+5\alpha^2)}{3}$

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4\theta}{E_r} + \frac{1+5\alpha^2}{3E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{E_t}; \tag{9}$$

$$\frac{1}{E_y} = \frac{\sin^4\theta}{E_r} + \frac{1+5\alpha^2}{3E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\cos^4\theta}{E_t}; \tag{10}$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{8(1-\alpha^2)}{3E_t}\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{1}{G_{rt}}; \tag{11}$$

$$\mu_{xy} = -E_x\left[\frac{2(1-\alpha^2)}{3E_t}\sin^2\theta\cos^2\theta - \frac{\mu_{rt}}{E_r}\right]. \tag{12}$$

При круговой перестановке индексов можно получить аналогичные зависимости при повороте системы координат вокруг осей X и Y.

С учетом формул (5) и (9) для коэффициента Пуассона из формул (8) и (12) соответственно получим

$$\mu_{xy} = \frac{2(1-\alpha^2)\sin^2\theta\cos^2\theta - \dfrac{3-\alpha^2}{2} + \dfrac{E_t}{2G_{rt}}}{\alpha^2\cos^4\theta + (3-\alpha^2)\sin^2\theta\cos^2\theta + \sin^4\theta}; \qquad (13)$$

$$\mu_{xy} = \frac{2(\alpha^2-1)\sin^2\theta\cos^2\theta - \dfrac{1+5\alpha^2}{2} + \dfrac{3E_t}{2G_{rt}}}{3\alpha^2\cos^4\theta + (1+5\alpha^2)\sin^2\theta\cos^2\theta + 3\sin^4\theta}. \qquad (14)$$

При угле наклона слоев 45° коэффициент поперечной деформации для анизотропных материалов, у которых постоянные упругости подчиняются соотношению (1),

$$\mu_{xy}^{(45)} = \frac{3E_t}{2G_{rt}} - 2\alpha^2 - 1; \qquad (15)$$

соотношению (2) —

$$\mu_{xy}^{(45)} = \frac{E_t}{2G_{rt}} - 1. \qquad (16)$$

При определенных соотношениях постоянных упругости коэффициент поперечной деформации может быть отрицательным [4].

Из уравнений (15) и (16) имеем

$$\mu_{xy}^{(45)} < 0 \quad \text{при} \quad \frac{3E_t}{2G_{rt}} < 1 + 2\alpha^2; \qquad (17)$$

$$\mu_{xy}^{(45)} < 0 \quad \text{при} \quad \frac{E_t}{2G_{rt}} < 1. \qquad (18)$$

В первом случае отрицательным коэффициент поперечной деформации может быть при соблюдении соотношения

$$\mu_{tr} < \frac{0{,}5 - 0{,}5\alpha^2}{3}; \qquad (19)$$

во втором —

$$\mu_{tr} < \frac{\alpha^2 - 1}{2}. \qquad (20)$$

Если из соотношения (19) следует, что при положительном значении μ_{tr} коэффициент Пуассона $\mu_{xy}^{(45)}$ может принимать отрицательное значение, то во втором случае такое возможно лишь при $\alpha^2 > 1$.

Результаты исследований могут представлять интерес при разработке новых материалов с цилиндрической анизотропией, подобных таким, как, например, намоточные стеклопластики. В известном материале природного происхождения с цилиндрической анизотропией — древесине — в некоторых случаях [4], описанных выше, также возможны отрицательные значения коэффициентов поперечной деформации в слоях, расположенных под углом 45° к направлению главных осей анизотропии.

Результаты работы могут быть использованы:

1) при расчете температурных деформаций тел с природной или приобретенной в процессе технологической обработки цилиндрической анизотропией свойств;

2) при расчете трубопроводов с жидкими теплоносителями под давлением при положительных и отрицательных температурах с учетом неодинаковости механических и физических свойств, приобретенной в технологии прокатки труб.

Список литературы

1. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. — М., 1957.

2. *Глухих В. Н.* Плоская задача теории упругости для цилиндрически анизотропного тела в декартовых координатах // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. — 1998. Вып. 6.

3. *Глухих В. Н.* Связь между упругими постоянными цилиндрически анизотропного тела // Вестник Международной академии холода. 2008. № 1.

4. *Ашкенази Е. К., Ганов Э. В.* Анизотропия конструкционных материалов: Справ. — М.: Машиностроение, 1980.