

УДК 697.922.2/697.942.2

Гидродинамический расчет орошаемой колонны с пористыми насадочными телами

Д-р техн. наук А. В. ЦЫГАНКОВ¹, д-р техн. наук В. А. ПРОНИН²,
Д. И. ШПИЛИН³, А. Е. АЛЕШИН

¹pallada-ltd@infopro.spb.su, ²maior.Pronin@mail.ru, ³shpilinspb@gmail.com

Университет ИТМО

Институт холода и биотехнологий
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

В данной статье представлена методика расчета гидродинамических характеристик вертикальной колонны с насадочными телами различной формы. Такие колонны используются для очистки и дезодорации атмосферного воздуха, содержащего в себе примеси вредные для человека и окружающей среды. В основу методики заложен принцип математического моделирования, а так же приводятся основные формулы, для оценки гидродинамических процессов, с использованием критерия Рейнольдса, закона Дарси, а так же формулы Блазиуса и Никурадзе. Авторами предложена методика гидродинамического расчета орошаемой колонны, позволяющий оценить процессы, протекающие в колоннах, такие как: расход воздуха, пленочный и фильтрационный расход жидкости, средняя скорость воздуха и жидкости, а так же толщины пленки жидкости. Предложенный метод позволяет качественно оценить гидродинамические процессы, происходящие в насадочной колонне орошаемого типа. Дальнейшие исследования позволят получить количественные характеристики и разработать инженерную методику расчета подобных систем.

Ключевые слова: орошаемые колонны, пористые насадочные тела, дезодорация, очистка воздуха, гидродинамический расчет.

Calculation of hydrodynamics for spray tower with porous packing

D. Sc. A. V. TSYGANKOV¹, D. Sc. V. A. PRONIN²,
D. I. SHPILIN³, A. E. ALESHIN

¹pallada-ltd@infopro.spb.su, ²maior.Pronin@mail.ru,

³shpilinspb@gmail.com

University ITMO

Institute of Refrigeration and Biotechnologies
191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

The article deals with calculation methods of hydrodynamics for spray tower with porous packing. The towers of this type are used for cleaning and deodorization of contaminated outdoor air. Method is based on the mathematical modeling principle. Main formulae for hydrodynamics estimation are given. Reynolds criteria, Darcy's law, Blasius and Nikuradze formulae are used. The calculation methods of hydrodynamics for spray tower have been proposed. It allows evaluating tower processes e. g. air consumption, film and filtration liquid consumption, air and liquid average velocity and the thickness of liquid film. Further research will allow to obtain quality characteristics and to develop engineering calculation methods for the systems of this type.

Keywords: spray tower, porous packing, deodorization, air cleaning, calculation of hydrodynamics.

земель пригодных для жилищного строительства приводит к тому, что жилые районы приближаются к очистным сооружениям систем канализации, водоотведения и полигонам твердых бытовых отходов. Для дезодорации больших объемов воздуха вблизи этих объектов широко используются орошаемые насадочные колонны. Одним из перспективных направлений повышения эффективности очистки является изготовление насадочных тел (кольца Рашига, кольца Палля, седла Берля и пр.) из пористых материалов [1].

Рассмотрим метод расчета вертикальной колонны с насадкой такого типа (рис) [2]. Исходные геометрические данные для расчета: S , W — площадь поперечного сечения и объем засыпки, соответственно; M_i — масса засыпки телами i -го типоразмера; s_p , w_i , m_i — площадь поверхности, объем и масса отдельного насадочного тела i -го типоразмера, соответственно.

Вычислим удельную поверхность контакта засыпки — α и долю свободного объема засыпки — ε :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{M_i s_i}{m_i}}{W};$$

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{M_i w_i}{m_i}}{W},$$

где n — количество типоразмеров насадочных тел.

В качестве расчетной модели засыпки примем изотропное пористое тело со сквозными вертикальными плоскими каналами (рисунок). Ширину канала — h и расстояние между каналами — t определим из условия равенства

Очистка и дезодорация больших объемов атмосферного воздуха является актуальной задачей для систем жизнеобеспечения современных мегаполисов. Формирование городских агломерации и одновременно дефицит

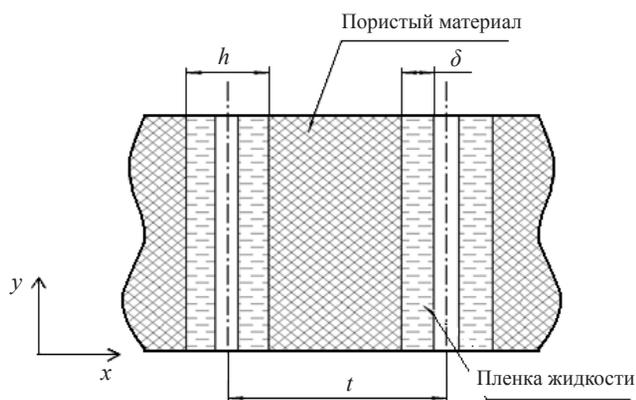


Схема гидродинамического расчета орошаемой колонны

α и ϵ в реальной модельной засыпки. Так как количество каналов за единицу длины равно $1/t$, то $t = 2/\alpha$.

Жидкий реагент подается в верхнюю часть колонны и стекает вниз по стенкам каналов и фильтруется через пористое тело:

$$G_{\text{общ}} = G_{\text{пл}} + G_{\text{ф}}, \quad (1)$$

где $G_{\text{общ}}$ — общий объемный расход жидкости; $G_{\text{пл}}$ — пленочный расход; $G_{\text{ф}}$ — фильтрационный расход.

Движение вязкой жидкости через пористую среду описывается законом Дарси [3]

$$v_{\text{ф}} = -k \text{grad} \left(\frac{P}{\rho_{\text{ж}} g} + y \right), \quad (2)$$

где $v_{\text{ф}}$ — скорость фильтрации; k — коэффициент фильтрации; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости; g — ускорение свободного падения; P — давление жидкости; y — невеличавая высота относительно нижней границы пористой среды.

Примем, что в любом горизонтальном сечении насадки давление в пористом теле и каналах величина постоянная, тогда просачивание жидкости из пористой среды в канал не происходит, и граничные условия для уравнения (2) можно сформулировать в виде

$$\begin{aligned} P &= P_{\text{н}} \text{ при } y = 0; \\ P &= 0 \text{ при } y = L, \end{aligned}$$

здесь $P_{\text{н}}$ — давление подачи воздуха в колонну, $L = W/s$ — высота засыпки.

После интегрирования получим

$$v_{\text{ф}} = k \left(\frac{P_{\text{н}}}{\rho_{\text{ж}} g L} - 1 \right).$$

Коэффициент фильтрации k выразим через коэффициент пористости c , который зависит только от геометрических характеристик пор $k = \frac{\rho_{\text{ж}} g c}{\mu_{\text{ж}}}$, тогда

$$v_{\text{ф}} = \frac{c}{\mu_{\text{ж}}} \left(\frac{P_{\text{н}}}{L} - \gamma_{\text{ж}} \right),$$

где $\mu_{\text{ж}}$ — динамический коэффициент вязкости; $\gamma_{\text{ж}}$ — удельный вес жидкости.

Полагая, что в пористой среде и каналах давление линейно изменяется по высоте засыпки, градиент давления вычислим по формуле:

$$S_{\text{ф}} = (1 - \epsilon) S.$$

$$\text{Тогда } G_{\text{ф}} = S_{\text{ф}} v_{\text{ф}} \quad (3)$$

Рассмотрим ламинарное стационарное течение жидкой пленки при противотоке газа. Совместим поверхность канала, по которой движется пленка с координатной плоскостью $y - z$, а ось y с направлением движения газа. Запишем уравнение движения для рассматриваемого случая:

$$\mu_{\text{ж}} \frac{d^2 v_{\text{ж}}}{dx^2} + \frac{dP}{dy} - \rho_{\text{ж}} g = 0, \quad (4)$$

где $v_{\text{ж}}$ — скорость движения жидкости вдоль оси y .

Интегрируя уравнение (4) с граничными условиями $v_{\text{ж}} = 0$ при $x = 0$ (условие прилипания) и $v_{\text{ж}} = v_{\text{гр}}$ при $x = \delta$ получим

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ж}} v_{\text{ж}} + \left(\frac{dP}{dy} - \rho_{\text{ж}} g \right) \left(\frac{x^2}{2} - \frac{\delta x}{2} \right) - \mu_{\text{ж}} \frac{v_{\text{гр}} x}{\delta} &= 0, \\ v_{\text{ж}} &= \frac{v_{\text{гр}} x}{\delta} - \frac{1}{2\mu_{\text{ж}}} \left(\frac{dP}{dy} - \rho_{\text{ж}} g \right) (x^2 - \delta x). \end{aligned}$$

Здесь $v_{\text{гр}}$ — скорость жидкости на границе раздела пленки и воздуха, δ — толщина жидкой пленки на поверхности канала.

Определим среднюю по сечению пленки скорость жидкости $\bar{v}_{\text{ж}}$ и пленочный расход жидкости, рассчитанный по этой скорости

$$\bar{v}_{\text{ж}} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} v_{\text{ж}} dx = \frac{\delta^2}{12\mu} \left(\frac{dP}{dy} - \rho_{\text{ж}} g \right) + \frac{v_{\text{гр}}}{2}; \quad (5)$$

$$G_{\text{пл}} = \frac{2\delta S}{t} \bar{v}_{\text{ж}}. \quad (6)$$

Для того, чтобы связать толщину пленки и скорость на границе раздела сред, рассмотрим взаимодействие воздушного потока жидкой с пленкой.

Ширину канала, свободного для прохода газовой фазы обозначим ξ :

$$\xi = t - 2\delta.$$

Переместим начало координатной системы (x, y, z) на ось симметрии канала. Режим движения воздуха в канале определяется по критерию Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{d v \rho}{\mu} < \text{Re}_{\text{кр}},$$

где v — скорость воздуха вдоль оси y ; μ — динамический коэффициент вязкости воздуха; ρ — плотность воздуха; $d = 2\xi$ — гидравлический диаметр плоского канала; $\text{Re}_{\text{кр}}$ — критическое число Рейнольдса.

Пренебрегая действием объемных сил, для стационарного ламинарного движения воздуха в канале можно записать в виде:

$$\mu_{\text{ж}} \frac{d^2 v_{\text{ж}}}{dx^2} = \frac{dP}{dy}. \quad (7)$$

Граничные условия для уравнения (7) зададим в виде:

$$v = v_{\text{тр}} \text{ при } x = \pm \xi/2.$$

После интегрирования уравнения движения и вычисления постоянных коэффициентов интегрирования получим

$$v = v_{\text{тр}} - \frac{\xi^2}{8\mu} \frac{dP}{dy} \left[1 - 4 \left(\frac{x}{\xi} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

При турбулентном режиме движения воздуха вычислим осредненную по ширине канала скорость воздуха

$$\bar{v} = \frac{1}{\xi} \int_{-\xi/2}^{\xi/2} v dx = v_{\text{тр}} - \bar{v}_0, \quad (9)$$

здесь \bar{v}_0 — средняя скорость воздуха относительно поверхности жидкой пленки

$$\bar{v}_0 = \frac{\xi^2}{12\mu} \frac{dP}{dx}.$$

Выразим градиент давления с помощью коэффициента гидравлического трения λ :

$$\frac{dP}{dx} = \lambda \frac{\rho \bar{v}_0^2}{2\xi}.$$

В общем случае коэффициент гидравлического трения выражается через число Рейнольдса степенной функцией вида $\lambda = K_1 + \frac{K_2}{\text{Re}^m}$. Коэффициенты $K_{1,2}$ и m

зависят от режима движения жидкости и формы канала [1]. В частности, для рассмотренного выше случая ламинарного режима — $\lambda = \frac{96}{\text{Re}}$. При турбулентном

режиме могут быть использованы формулы Блазиуса, Никурадзе [4] и др.

Выразим скорость \bar{v} через λ с учетом уравнения (3)

$$\bar{v} = v_{\text{тр}} - \sqrt{\frac{2P_n \xi}{L \lambda \rho}}.$$

Общий расход воздуха через насадку вычисляется по формуле

$$G_b = \frac{\xi}{t} \bar{v} S = \left(1 - \frac{2\delta}{t} \right) \bar{v} S. \quad (10)$$

С другой стороны, расход определяется разницей напора и расходной характеристикой вентилятора, которая, в общем случае, может быть задана в виде полинома:

$$G_b = \sum_{i=0}^n a_i P^i. \quad (11)$$

Таким образом, для определения искомых величин: расхода воздуха, пленочного и фильтрационного расхода жидкости, средних скоростей воздуха и жидкости, а так же толщины пленки, необходимо решить систему уравнений (2), (3), (5), (6), (9)–(11).

В заключение необходимо отметить, что предложенный метод позволяет получить только качественные оценки гидродинамических процессов, проходящих

в насадочной колонне. Количественные оценки могут быть получены при использовании имитационной модели построенной на основе методов вычислительной гидродинамики, при верификации которой предложенный метод расчета может оказаться весьма полезным.

Список литературы

1. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. — Энергопромиздат, 1990. 367 с.
2. Пронин В. А., Молодов М. А., Шпиллин Д. И. Газовоздушные выбросы пищевых предприятий и способы их устранения. // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств». 2013. № 2.
3. Леонтьев Н. Е. Основы теории фильтрации. — М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2009. 88 с.
4. Гейер В. Г., Дулин В. С., Заря А. Н. Гидравлика и гидротранспорт: Учеб. для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1991.
5. Цыганков А. В. Моделирование движения гидродинамической смазки в узлах трения приборов с учетом шероховатости рабочих поверхностей // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2004. Т. 47. № 2. С. 43–48.
6. Зуланке Р., Виттен П. Дифференциальная геометрия и расслоения. — М.: Мир, 1975.
7. Ховалыг Д. М., Синицина М., Бараненко А. В., Цой А. П. Энергоэффективность и экологическая безопасность техники низких температур // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование» 2014. № 1.
8. Полянин А. Д., Зайцев В. Ф. Нелинейные уравнения математической физики. Точные решения. Справочник. — М.: ФМЛ, 2002. 432 с.
9. Федяевский К. К., Войткунский Я. И., Фаддеев Ю. И. Гидромеханика. — Л.: Судостроение, 1968. 568 с.

References

1. Kutateladze S. S. Teploperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie. — Jenergopromizdat, 1990. 367p.
2. Pronin V. A., Molodov M. A., Shhpilin D. I. *Nauchnyj zhurnal NIU ITMO. Serija «Processy i apparaty pishhevyh proizvodstv»*. 2013. No 2.
3. Leont'ev N. E. *Osnovy teorii fil'tracii*. — М.: Izd-vo CPI pri mehaniko-matematicheskom fakul'tete MGU, 2009. 88 p.
4. Gejer V. G., Dulin V. S., Zarja A. N. *Gidravlika i gidropriwod: Ucheb dlja vuzov*. — 3-e izd., pererab. i dop. — М.: Nedra, 1991.
5. Tsygankov A. V. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie*. 2004. T. 47. № 2. S. 43–48.
6. Zulanke R., Vitten P. *Differencial'naja geometrija i rassloenija*. — М.: Mir, 1975.
7. Khovalyg D. M., Sinityna M., Baranenko A. V., Tsoy A. P. *Nauchnyj zhurnal NIU ITMO. Serija «Holodil'naja tehnika i kondicionirovanie»* 2014. No 1.
8. Poljanin A. D., Zajcev V. F. *Nelinejnye uravnenija matematicheskoj fiziki. Tochnye reshenija. Spravochnik*. — М.: FML, 2002. 432 p.
9. Fedjaevskij K. K., Vojtkunskij Ja. I., Faddeev Ju. I. *Gidromehanika*. — L.: Sudostroenie, 1968. 568 p.