УДК 621.436.052

Оценка влияния подвижности стенок щелей на протечки компримируемой среды в винтовом однороторном компрессоре (ВКО)

Д-р техн. наук **В. А. ПРОНИН,**
канд. техн. наук **А. П. ВЕРБОЛОЗ**
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Институт холода и биотехнологий
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

In article influence of mobility of walls of cracks on working environment leakings in a working part of the screw compressor with a tooth squared shape is estimated, and also classification of backlashes in a working part of the screw compressor with one rotor is given. The basic equations describing above mentioned factors are received.

Key words: compressor, movement equation, indissolubility equation, heat conductivity.

Ключевые слова: компрессор, уравнение движения, уравнение неразрывности, теплопроводность.

Расчет протечек через щели в винтовых компрессорах обычно производится в предположении о стационарности течения компримируемой среды и без учета движения ограничивающих эти щели поверхностей [1].

В однороторных винтовых компрессорах характер движения компримируемой среды существенно не отличается от характера движения в аналогичных зазорах двухроторных машин, поэтому протечки через эти зазоры могут определяться по принятым методикам. Весь вопрос в точности. Поверхности, образующие зазоры между зубьями отсекателей и впадинами центрального винта, движутся, в связи с чем представляет интерес оценка влияния этого движения на протечки через зазоры.

Скорости движения названных поверхностей зависят как от их конфигурации, так и от исходных скоростных параметров. Конфигурация же зазоров обусловливается конструктивными особенностями рабочих органов. Так как при вращении рабочих органов ВКО изменяются как параметры щелей, так и скорости взаимного движения поверхностей и их образующих, то течение компримируемой среды через них следует считать нестационарным.

Требуется выяснить необходимость учета данной нестационарности. В классической газовой динамике рассматриваются течения совершенного газа, для которого в качестве термического уравнения состояния применяется уравнение Клайперона $P = \rho KT$, а в качестве калорического уравнения состояния зависимость $I = c_\rho T$, причем удельная теплоемкость при постоянном давлении предполагается неизменной. Однако среды, сжимаемые компрессорами, могут отличаться по физическим свойствам от совершенных газов, поэтому представляет интерес рассмотрение течений реальных газов с конкретными уравнениями состояния через щели в ВКО.

Течение среды во всех рассматриваемых зазорах будем считать ламинарным, а характерную для каждого зазора высоту δ_i — малой, по сравнению с его глубиной l. Кроме того, будем считать малым комплекс (δ_i/l)Re, где Re — характерное число Рейнольдса.

Принятые допущения могут существенно упростить поставленную задачу, однако их правомерность следует рассмотреть более подробно.

Необходимость учета движения поверхностей, между которыми находятся рабочие зазоры, по-видимому, зависит от перепада давления в щели ΔP. При больших перепадах давления средняя скорость потока в щели может в такой степени превосходить скорость движения ограничивающих поверхностей, что необходимости в учете их движения не будет. Поэтому обосновать необходимость учета относительного движения стенок щелей рабочих органов ВКО можно только в результате численных расчетов для конкретных условий. Для упрощения задачи перейдем к рассмотрению движения компромируемой среды по отношению к зубьям отсекателя, что в свою очередь позволит упростить граничные условия на поверхностях зубьев и выявить влияние вращения отсекателей на течения в щелях. Затем от рассмотрения движения в системе координат, вращающейся вместе с отсекателями, перейдем к новым координатным системам, связанным непосредственно с зубом отсекателя или с его поверхностями. К уравнениям состояния среды, замыкающим системы уравнений газовой динамики, и к зависимости, характеризующей ее вязкость, будем прибегать лишь после вывода основных соотношений, следующих из общих уравнений газовой динамики.

Течение в целом будем считать адиабатным, пренебрегая теплообменом потока рабочей среды с ограничивающими его твердыми поверхностями, что также существенно упрощает задачу.

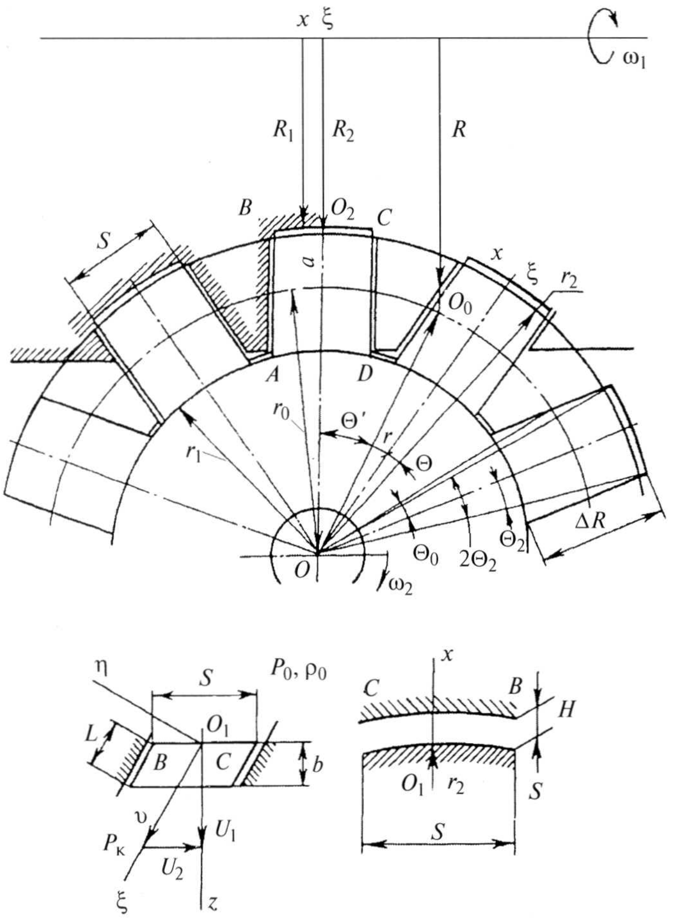
Рассмотрим исходную систему основных уравнений относительного движения.

К основным уравнениям, описывающим движение сжимаемой среды через щели, будем относить уравнение неразрывности, три уравнения движения и уравнение сохранения энергии. У исходной системы цилиндрических координат r, θ, z, вращающейся вместе с отсекателем с постоянной угловой скоростью ω_2, ось z направлена вдоль оси отсекателя (см. рисунок).

Уравнение неразрывности для нестационарного течения сжимаемой сплошной среды [2] имеет вид:

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial}{\partial r}\rho W_r + \frac{\partial}{r\partial\theta}\rho W_\theta + \frac{\partial}{\partial z}\rho W_z + \frac{\rho W_r}{r} = 0, \qquad (1)$$

где ρ — плотность;
t — время;



Классификация зазоров в рабочей части ВКО с прямоугольной формой зуба

W_r, W_θ, W_z — радиальная, окружная и осевая составляющие относительной скорости потока по отношению к отсекателю.

Уравнения нестационарного движения сплошной среды во вращающейся с постоянной угловой скоростью ω_2 системе цилиндрических координат имеет следующий вид:

$$\frac{\mathrm{d}\,W_r}{\mathrm{d}\,t} - \frac{W_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \omega_2^2 r + 2\omega_2 W_\theta + F_r; \qquad (2)$$

$$\frac{\mathrm{d}\,W_\theta}{\mathrm{d}\,t} - \frac{W_r W_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{r\partial\theta} + \omega_2^2 r - 2\omega_2 W_\theta + F_\theta; \qquad (3)$$

$$\frac{\mathrm{d}\,W_z}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z} + F_z, \qquad (4)$$

где P — давление;

$F_r,\ F_\theta,\ F_z$ — величины, характеризующие влияние вязкости среды.

Дифференциальный оператор полной производной по времени определяется формулой:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\partial}{\partial t} + W_r\frac{\partial}{\partial r} + W_\theta\frac{\partial}{r\partial\theta} + W_z\frac{\partial}{\partial z}, \qquad (5)$$

а величины $F_r,\ F_\theta,\ F_z$ — выражениями:

$$F_r = \frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{r\theta}}{r\partial\theta} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr}-\tau_{\theta\theta}}{r}\right) - \right.$$
$$\left. -\frac{2}{3}\frac{\partial}{r\partial r}\mu\partial t\nu\vec{W}\right]; \qquad (6)$$

$$F_\theta = \frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{\theta\theta}}{r\partial\theta} + \frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial z} + 2\frac{\tau_{r\theta}}{r}\right) - \right.$$
$$\left. -\frac{2}{3}\frac{\partial}{r\partial\theta}\mu\partial t\nu\vec{W}\right]; \qquad (7)$$

$$F_z = \frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{\theta z}}{r\partial\theta} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r}\right) - \right.$$
$$\left. -\frac{2}{3}\frac{\partial}{r\partial z}\mu\partial t\nu\vec{W}\right], \qquad (8)$$

где $\tau_{rr},\ \tau_{r\theta},\ \tau_{rz},\ \tau_{\theta\theta},\ \tau_{zz}$ — касательные напряжения в потоке;

$$\partial t\nu\vec{W} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}rW_r + \frac{\partial}{r\partial\theta}W_\theta + \frac{\partial}{\partial z}W_z.$$

В случае ламинарного движения касательные напряжения выражаются через динамическую вязкость μ и компоненты тензора скорости деформации [2]:

$$\left.\begin{aligned} &\tau = 2\mu\dot{S}_{rr}; \quad \tau_{r\theta} = 2\mu\dot{S}_{r\theta}; \quad \tau_{rz} = 2\mu\dot{S}_{rz};\\ &\tau_{\theta\theta} = 2\mu\dot{S}_{\theta\theta}; \quad \tau_{\theta z} = 2\mu\dot{S}_{\theta z}; \quad \tau_{zz} = 2\mu\dot{S}_{zz}. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Для компонент тензора скоростей деформации справедливы формулы:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{S}_{rr} = \frac{\partial W_r}{\partial r}; \quad \dot{S}_{r\theta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W_\theta}{\partial r} - \frac{W_\theta}{r} + \frac{\partial W_z}{r\partial\theta}\right);\\ &\dot{S}_{\theta\theta} = \frac{\partial W_\theta}{r\partial\theta} + \frac{W_r}{r}; \quad \dot{S}_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W_z}{\partial r} + \frac{\partial W_r}{\partial z}\right);\\ &\dot{S}_{zz} = \frac{\partial W_z}{\partial z}; \quad \dot{S}_{\theta z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W_z}{\partial\theta} + \frac{\partial W_\theta}{\partial z}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Уравнение сохранения энергии запишем в форме, указанной в [2, 3] и справедливой для реального газа, так как вывод этого уравнения не содержит допущений о виде уравнения состояния сплошной среды.

$$\rho\frac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + N_{\text{дис}} + \mathrm{div}\ (\lambda\mathrm{grad}\,T), \qquad (11)$$

где i — удельная энтальпия;

T — температура;

$N_{\text{дис}}$ — мощность сил трения, диссипируемая в теплоту и связанная с компонентами тензора скоростей деформации (10) формулой

$$N_{\text{дис}} = 4\mu\left(\dot{S}_{r\theta}^2 + \dot{S}_{rz}^2 + \dot{S}_{\theta z}\right) +$$
$$+\frac{2}{3}\mu\left[\left(\dot{S}_{rr}-\dot{S}_{\theta\theta}\right)^2 + \left(\dot{S}_{\theta\theta}-\dot{S}_{zz}\right)^2 + \left(\dot{S}_{zz}-\dot{S}_{rr}\right)^2\right], \quad (12)$$

а член, характеризующий теплопроводность, определяется уравнением

$$\operatorname{div}\left(\lambda \operatorname{grad} T\right)=\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\,T}{\mathrm{d}\,r}\right)+\frac{\partial}{r\mathrm{d}\,\theta}\left(\lambda\frac{\partial T}{r\partial\theta}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{\lambda}{r}\frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (13)$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

Если воспользоваться уравнением неразрывности (1) и уравнениями движения (2) и (4), то выражение (11) можно представить в ином, более удобном для дальнейшего рассмотрения виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho i^{*}-P\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\rho r W_r i^{*}+\frac{\partial}{r\partial\theta}\rho W_\theta i^{*}+\frac{\partial}{\partial Z}\rho W_z i^{*}=$$

$$=\rho W_r F_r+\rho W_\theta F_\theta+\rho W_z F_z+\rho W_z \omega_2^2 r+$$

$$+N_{\text{дис}}+\operatorname{div}\left(\lambda \operatorname{grad} T\right), \qquad (14)$$

где i^{*} — полная удельная энтальпия,

$$i^{*}=i+\frac{1}{2}\left(W_r^2+W_\theta^2+W_z^2\right). \qquad (15)$$

Уравнение (15) получается после умножения уравнения неразрывности (1) на i и сложения результата с уравнением (11), в котором производные от давления по координатам исключены с помощью уравнений движения (2)–(4).

Для того, чтобы получить замкнутую систему уравнений, описывающих нестационарное ламинарное движение сжимаемой сплошной среды, к уравнениям (2)–(4), (14) и (15) необходимо добавить термическое и калорическое уравнения состояния рассматриваемой среды, а также зависимости, характеризующие μ и λ и соответствующие начальным и граничным условиям.

Упрощение основных уравнений газовой динамики целесообразно производить с учетом геометрии конкретных щелей.

Список литературы

1. *Сакун И. А.* Винтовые компрессоры. — Л.: Машиностроение, 1970.

2. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987.

3. *Амосов П. Е.* Влияние физических свойств газов на скорость вращения винтовых компрессорных машин // Компрессорное и холодильное машиностроение. 1966. № 4.