УДК 621.56-52

Безразмерные уравнения для расчета капиллярных трубок

Канд. техн. наук **А. И. ЕЙДЕЮС**
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота
236029, Калининград, ул. Молодежная, 6
В. Л. КОШЕЛЕВ
ООО «ФАВВ рефимпэкс»
236000, Калининград, Гвардейский проспект, 15

The paper considers a sequence of getting empirical dependences for calculating capillary tubes. It is proposed to realize regression analysis of data for every refrigerant throttled separately, roughness of tubes being allowed for without fail. Exponential function with six dimensionless variables is chosen for the correlation. Statistical estimates of the exponents are obtained by linear regression computer program, which confirmed the adequacy of the model. Numerical values of the exponents in the equations for calculating the length of the tube and its capacity with throttling six modern refrigerants are listed in two tables.

Key words: capillary tube, calculation, dimensionless variables, roughness, power dependence, regression analysis.

Ключевые слова: капиллярная трубка, расчет, безразмерные переменные, шероховатость, степенная зависимость, регрессионный анализ.

Расчет капиллярной трубки (КТ) обычно сводится к подбору ее размеров по заданным условиям работы холодильной машины (ХМ) или к определению массового расхода дросселируемого хладагента при известных его параметрах на входе в трубку конкретных размеров. Переход на новые, экологически чистые хладагенты и расширяющееся применение реверсивных ХМ в автономных кондиционерах вынуждают специалистов проводить испытания и разрабатывать методы расчета КТ. Следует отметить, что доступ к опытным данным по ряду причин ограничен и в общедоступных источниках данных об испытаниях КТ в нашей стране обнаружить не удалось.

Обобщение результатов испытаний КТ идет по пути построения разного рода номограмм и получения эмпирических зависимостей. В последние годы наметилась тенденция к обобщению опытных данных по дросселированию разных хладагентов с использованием безразмерных переменных [1, 2]. Аналитическому расчету КТ препятствуют сложность протекающих при дросселировании процессов и незавершенность теории двухфазных потоков. Тем не менее гидродинамическая модель с допущением о гомогенности потока вполне подходит для расчета процесса адиабатического дросселирования разных хладагентов в КТ [3]. Составленная для ЭВМ на основе принятой модели программа *RefCap* насыщена данными о свойствах 12 хладагентов [4]. Сопоставление результатов расчета с опытными и эмпирическими данными зарубежных исследователей показывает в среднем хорошее их совпадение при стандартном отклонении до 14 %.

Несмотря на простоту использования программы *RefCap*, при проектировании и анализе работы ХМ желательно иметь эмпирические зависимости для определения расчетной длины и пропускной способности КТ. Такие зависимости можно получить путем обобщения результатов многовариантных расчетов, полученных при разных сочетаниях исходных данных. Основные трудности при обобщении результатов связаны с выбором безразмерных переменных и вида эмпирических зависимостей.

В работах [1, 2] приводятся степенные зависимости для определения массового расхода дросселируемого хладагента. Используемые в них безразмерные переменные получены на основе анализа размерностей и опыта предшественников. Число и форма записи переменных не совпадают. После ввода одинаковых обозначений размерных величин имеем безразмерные переменные (табл. 1). Первая графа таблицы заполнена по данным источника [1], вторая — источника [2].

Таблица 1

Варианты безразмерных переменных

№	1 [1]	2 [2]	3
1	$\ell_т/d_т$	$\ell_т/d_т$	$\ell_т/d_т$
2	$G/(d_т\mu')$	$1{,}273G_ч/(d_т^2(p_к/v')^{0,5})$	$3600G/((\pi d_т^2/4)(p_к/v_с)^{0,5})$
3	v''/v'	v''/v'	$v''/v_с$
4	$d_т\rho_c/(v'\mu'^2)$	$d_т(p_к\rho_с)^{0,5}/\mu_с$	$d_т(p_к/v_с)^{0,5}/\mu_с$
5	—	—	$1-100(\Delta/d_т)$
6	$d_тc_p\Delta t_п/(v'^2\mu'^2)$	$1+\Delta t_п/t_к$	$1+\Delta t_п/t_к$
7	x_0	$1-x_0$	—
8	—	$p_к/p_s$	—
9	$(\mu'-\mu'')/\mu''$	—	—
10	$d_т^2(i''-i')/(v'^2\mu'^2)$	—	—
11	$d_т\sigma/(v'\mu'^2)$	—	—

Обозначения размерных величин, приведенных в табл. 1:

$d_т$, $\ell_т$ — диаметр и длина трубки;

G, $G_ч$ — секундный и часовой расход хладагента;

v', v'' — удельный объем насыщенной жидкости и пара при давлении конденсации $p_к$;

i', i'' — энтальпия жидкости и пара;

μ', μ'' — динамическая вязкость жидкости и пара;

$\rho_с, v_с, \mu_с$ — плотность, удельный объем и динамическая вязкость парожидкостной смеси на входе в трубку;

c_p — удельная теплоемкость жидкого хладагента;

$t_к$ — температура конденсации, соответствующая давлению $p_к$;

$\Delta t_п$ — переохлаждение жидкости;

x_0 — начальное паросодержание парожидкостной смеси;

p_s — давление насыщения, соответствует температуре жидкости $t_ж = t_к - \Delta t_п$;

σ — поверхностное натяжение жидкости;

$\Delta/d_т$ — относительная шероховатость трубки.

Все величины используются в размерности СИ, за исключением $G_ч$, кг/ч.

По мнению большинства исследователей, поверхностное натяжение σ практически не влияет на процесс дросселирования. Даже авторы работы [1] не учитывают переменную из строки 11 (см. табл. 1) в расчетном уравнении. Переменные из строк 6 и 7 графы 1 взаимно исключают друг друга. В характерном случае дросселирования насыщенной жидкости $\Delta t_п = x_0 = 0$, а один из множителей степенной зависимости превращается в ноль, что является серьезным недостатком методики. Частое использование произведения малых величин $v'\mu'$ приводит к тому, что безразмерные переменные различаются между собой на много порядков. Давление дросселируемого хладагента в явном виде не используется.

Авторам статьи [2] удалось обойти нулевое значение множителя при дросселировании насыщенной жидкости за счет переменных из строк 6 и 7 графы 2. Недостатком является неправильное определение динамической вязкости парожидкостной смеси, которую при отсутствии скольжения фаз надо находить по формуле $\mu_с = \mu'(1-\beta) + \mu''\beta''$. Связь между расходным объемным β и массовым x_0 паросодержанием определяется выражением

$$\beta = \frac{x_0}{x_0 + (1-x_0)\left(\dfrac{v'}{v''}\right)}.$$

Когда вместо β используется x_0, как это сделано в статье, получается результат, соответствующий коэффициенту скольжения фаз $К_с = v''/v'$, что противоречит заявленному допущению о гомогенности потока.

При обобщении опытных данных в виде графиков или эмпирических зависимостей, как правило, не учитывается шероховатость КТ. Между тем отдельные исследования показывают заметное влияние шероховатости на процесс дросселирования [5]. Об этом же свидетельствуют и результаты расчета по программе *RefCap*, в которой можно варьировать относительную шероховатость. Известно, что шероховатость труб зависит от технологии их изготовления. Данные о шероховатости КТ должны предоставлять их изготовители. Методика определения средней шероховатости трубок базируется на измерениях расхода и перепада давления при высоких скоростях несжимаемой жидкости. Когда участок трубки разрезан по длине, можно использовать прибор с игольчатым чувствительным элементом.

В статье [5] приводится построенный на базе опытных данных график, отражающий влияние шероховатости на массовый расход хладагентов R22 и R407C для трубки с размерами $d_т = 1{,}524$ мм и $\ell_т = 0{,}9$ м. В обоих случаях давление на входе $p_к = 2000$ кПа, переохлаждение $\Delta t_п = 10$ °С. Абсолютная шероховатость трубки Δ варьировалась в пределах от 1 до 4 мкм. Сопоставление экспериментально подтвержденных значений расхода $G_э$ с рассчитанными значениями $G_р$ по программе *RefCap* приведено в табл. 2. Из нее видно, что расчетный расход совпадает с экспериментальным в пределах погрешности, обусловленной малым размером графика. Увеличение относительной шероховатости трубки от 0,0007 до 0,0026 уменьшает расход обоих хладагентов на 9,2 %. Можно считать экспериментально подтвержденной необходимость учета шероховатости в любой методике расчета КТ. В настоящую методику введена безразмерная переменная $\pi_5 = 1 - 100(\Delta/d_т)$.

Сравнительный анализ показывает, что искомые значения длины трубки $\ell_т$ или расхода хладагента G зависят не только от его состояния на входе в трубку, но и характера изменения свойств хладагента по мере понижения давления насыщения. Для повышения точности аппроксимации предлагается получать эмпирические зависимости, пригодные для расчета КТ при дросселировании не любых, а лишь одного конкретного хладагента. Лучше иметь более точные уравнения для каждого хладагента, чем менее точное и более громоздкое уравнение, распространяющееся на разные хладагенты. Число безразмерных переменных при этом можно уменьшить.

Если считать результаты многовариантных расчетов КТ по программе *RefCap* данными численного эксперимента, то для обобщения можно применить регрессионный анализ. Компьютерные программы регрессионного анализа по методу наименьших квадратов позволяют находить статистические оценки параметров уравнения регрессии. Вид уравнения необходимо предварительно задать. Для обобщения 182 вариантов расчета КТ при дросселировании хладагента R134a уравнение регрессии поочередно задавалось в виде линейной, логарифмической и степенной зависимостей. Наиболее подходящей оказалась степенная зависимость. Применительно к определению критической длины трубки при использовании шести безразмерных переменных, приведенных в третьей графе табл. 1, она имеет вид

$$\pi_1 = e^{b1}\pi_2^{n2}\pi_3^{n3}\pi_4^{n4}\pi_5^{n5}\pi_6^{n6}, \qquad (1)$$

где $\pi_1 = \ell/d_т$;

$\pi_2 = 3600G/[(\pi d_т^2/4)(p_к/v_с)^{0,5}]$;

$\pi_3 = v''/v_с$;

$\pi_4 = d_т(p_к/v_с)^{0,5}/\mu_с$;

$\pi_5 = 1 - 100(\Delta/d_т)$;

$\pi_6 = 1 - \Delta t_п/t_к$.

Если дросселируется насыщенная жидкость, то $v_с = v'$ и $\mu_c = \mu'$. При дросселировании хладагента с начальным паросодержанием x_0 динамическая вязкость μ_c определяется по приведенной выше формуле, а удельный объем $v_с = v'(1 - x_0) + v''x_0$. Когда дросселируется переохлажденная жидкость, значения v' и μ' находят по температуре $t_ж = t_к - \Delta t_п$ или соответствующему ей давлению p_s, а значения v'' и μ'' по-прежнему зависят от давления $p_к$. Такой подход позволил сократить число безразмерных переменных до шести.

Для определения расхода дросселируемого хладагента используется зависимость

$$\pi_2 = e^{b2}\pi_1^{m2}\pi_3^{m3}\pi_4^{m4}\pi_5^{m5}\pi_6^{m6}. \qquad (2)$$

Чтобы привести задачу определения показателей b_1, n_2, ..., n_6 к классической линейной модели множественной регрессии, прологарифмируем уравнение (1):

$$\ln\pi_1 = b_1 + n_2\ln\pi_2 + n_3\ln\pi_3 + n_4\ln\pi_4 + n_5\ln\pi_5 + n_6\ln\pi_6.$$

Вводя новые переменные $y_1 = \ln\pi_1$ и $x_i = \ln\pi_i$, получаем линейное уравнение регрессии:

$$y_1 = b_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + n_4x_4 + n_5x_5 + n_6x_6. \qquad (3)$$

Аналогично зависимость (2) сводится к виду

$$y_2 = b_2 + m_1x_1 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 + m_6x_6. \qquad (4)$$

Таблица 2

Влияние шероховатости КТ на расход хладагента

Δ, мкм	$\Delta/d_т$	R22, $t_к = 51,4$ °С		R407C, $t_к = 45,8$ °С	
		$G_э$, кг/ч	$G_р$, кг/ч	$G_э$, кг/ч	$G_р$, кг/ч
1	0,0007	68,0	67,53	65,5	64,75
2	0,0013	65,1	64,70	62,7	62,03
3	0,0020	63,0	62,75	60,6	60,16
4	0,0026	61,5	61,30	59,2	58,80

Программа регрессионного анализа наряду со статистическими оценками коэффициентов уравнений линейной регрессии (3) и (4) выдает результаты дисперсионного оценивания неизвестных параметров выбранной модели. К ним относятся стандартные ошибки для зависимой переменной se_y и коэффициентов уравнения регрессии se_i, регрессионная $ss_{\text{рег}}$ и остаточная $ss_{\text{ост}}$ суммы квадратов, коэффициент детерминированности $r2 = R^2$, степень свободы d_f и F-статистика.

Показатели дисперсионного оценивания определяют по формулам [6, 7]

$$ss_{\text{ост}} = \sum_{i=0}^{z}(y - \hat{y})^2; \quad ss_{\text{рег}} = \sum_{i=0}^{z}(\hat{y}_i - \check{y});$$

$$\check{y} = (1/z)\sum_{i=1}^{z} y_i; \quad r2 = 1 - \frac{ss_{\text{ост}}}{ss_{\text{ост}} + ss_{\text{рег}}};$$

$$d_f = z - k - 1; \quad se_y = \left(\frac{ss_{\text{ост}}}{d_f}\right)^{0,5};$$

$$F = r2\frac{z-k}{(1-r2)(k-1)},$$

где y_i, $\hat{y}_i$ — действительные и предсказанные по модели значения;

$\check{y}$ — средние значения отклика;

z — число точек исходных данных;

k — число независимых переменных в уравнении регрессии.

Чем меньше стандартные погрешности se_y, se_i и суммы квадратов $ss_{\text{ост}}$, $ss_{\text{рег}}$ и чем больше значения $r2$ и F, тем точнее выбранная модель описывает исходные данные. С учетом последнего утверждения и более конкретных правил определения адекватности модели и статистической значимости ее коэффициентов проводился подбор безразмерных переменных и вида уравнения регрессии. Рассматриваемые данные более 150 вариантов расчета КТ по дросселированию каждого из шести хладагентов охватывают диапазоны: $t_{\text{к}} = 30 \div 60$ °C; $d_{\text{т}} = 0{,}5 \div 4{,}0$ мм; $\Delta/d = 0 \div 0{,}003$; $\Delta t_{\text{п}} = 0 \div 20$ °C; $x_0 = 0 \div 0{,}3$. В процессе подбора были опробованы безразмерные переменные, использованные в работах [1, 2]. Некоторые из них оказались полезными, а другие пришлось отбросить или заменить. Впервые введена переменная π_5, учитывающая шероховатость трубки.

Статистические оценки коэффициентов b_1, n_i и b_2, m_i уравнений (3) и (4), а также показатели дисперсионного оценивания неизвестных параметров модели, обобщающей результаты расчета КТ при дросселировании шести хладагентов, приводятся в табл. 3 и 4. О числе точек исходных данных z для каждого хладагента можно судить по значениям степени свободы d_f. Поскольку в качестве искомой величины по очереди выступают переменные π_1 и π_2, степень свободы $d_f = z - 6$.

Таблица 3

Итоги обобщения расчетной длины трубки

Показатель	$y_1 = \ln(\pi_1)$					
	R134a	R22	R290	R407C	R410A	R600a
b_1	17,88922	17,61159	18,96023	16,99674	18,84789	17,52434
se_0	0,1879	0,0939	0,2189	0,1906	0,131	0,1975
n_2	−2,13166	−2,0296	−2,27568	−2,01615	−2,08665	−2,13996
se_2	0,0178	0,0095	0,0209	0,0177	0,0112	0,0227
n_3	−0,32222	−0,26351	−0,34588	−0,25562	−0,21172	−0,36385
se_3	0,0136	0,00778	0,0185	0,0152	0,0136	0,0149
n_4	0,2229	0,19762	0,21224	0,2272	0,12364	0,25601
se_4	0,0159	0,0078	0,0184	0,0157	0,0093	0,0171
n_5	0,79081	0,79042	0,92331	0,73661	1,17214	0,28048
se_5	0,0999	0,0498	0,1143	0,0977	0,0749	0,0774
n_6	3,93886	2,68227	3,18194	2,82476	2,38085	4,94907
se_6	0,0857	0,0396	0,0931	0,0794	0,0634	0,1083
$r2$	0,99195	0,99677	0,99021	0,99078	0,99262	0,98896
se_y	0,0727	0,04098	0,08396	0,0717	0,07796	0,0824
F	4339,7	14012,47	3601,67	3784,3	7988,42	2615,64
d_f	176	227	178	176	297	146
$ss_{\text{рег}}$	114,6	117,64	126,94	97,305	242,74	88,78
$ss_{\text{ост}}$	0,930	0,381	1,255	0,905	1,805	0,991

Таблица 4

Итоги обобщения часового расхода хладагента

Показатель	$y_2 = \ln(\pi_2)$					
	R134a	R22	R290	R407C	R410A	R600a
b_2	8,27694	8,62992	8,19348	8,29674	8,96735	8,05416
se_0	0,1173	0,642	0,1272	0,1269	0,0743	0,1264
m_1	–0,46345	–0,49029	–0,43292	–0,48936	–0,47518	–0,45974
se_1	0,0039	0,0023	0,0040	0,0043	0,0255	0,0049
m_3	–0,1489	–0,12884	–0,01490	–0,12419	–0,10004	–0,16628
se_3	0,0065	0,0039	0,0083	0,0766	0,0065	0,0073
m_4	0,10972	0,09932	0,09966	0,11815	0,06148	0,12509
se_4	0,0069	0,0036	0,0075	0,0072	0,0043	0,0072
m_5	0,37588	0,39168	0,41077	0,37072	0,56291	0,14076
se_5	0,0463	0,0243	0,0495	0,00478	0,0355	0,0356
m_6	1,84689	1,32266	1,40469	1,40662	1,14439	2,30274
se_6	0,0371	0,018	0,0372	0,0359	0,0292	0,0474
$r2$	0,99367	0,99739	0,99228	0,99286	0,99338	0,99212
se_y	0,0339	0,02014	0,0366	0,0353	0,0372	0,03819
F	5525,8	17343,96	4573,41	4896,001	8917,01	3677,17
d_f	176	227	178	176	297	146
$ss_{\text{рег}}$	31,730	35,176	30,664	30,556	61,704	26,813
$ss_{\text{ост}}$	0,200	0,092	0,239	0,220	0,411	0,213

Проверка по отношениям n_i/se_i и m_i/se_i показывает, что все коэффициенты уравнений (3) и (4) являются статистически значимыми. Полученные значения F-статистики намного превышают вытекающие из распределения Фишера граничные значения $F_{\text{т}}$, что указывает на достоверность выбранной модели и слабое влияние случайных возмущений. Близость коэффициента детерминированности $r2$ к единице подтверждает, что подобранная модель хорошо описывает обрабатываемые данные, т. е. свидетельствует о высокой степени корреляции между независимыми переменными и статистической оценкой параметров уравнения регрессии. Неравенства $ss_{\text{рег}} > ss_{\text{ост}}$ показывают, что сумма квадратов, обусловленная уравнением регрессии, превышает сумму квадратов, обусловленную случайными факторами. Такое положение объясняется тем, что численный эксперимент проводился на ЭВМ с учетом изменения свойств хладагента в процессе дросселирования, а безразмерные уравнения учитывают лишь состояние хладагента на входе в трубку.

Уравнения (1) и (2) с численными коэффициентами при дросселировании хладагента R410A имеют вид

$$\pi_1 = e^{18,84789}\pi_2^{-2,08665}\pi_3^{-0,21172}\pi_4^{0,12364}\pi_5^{1,17214}\pi_6^{2,38085}; \tag{5}$$

$$\pi_2 = e^{8,96735}\pi_1^{-0,47518}\pi_3^{-0,10004}\pi_4^{0,06148}\pi_5^{0,56291}\pi_6^{1,14439}. \tag{6}$$

Аналогичные уравнения по данным табл. 3 и 4 нетрудно записать для других хладагентов. Во всех случаях стандартные погрешности se_y по длине трубки оказываются больше, чем по расходу хладагента. Это обусловлено более слабым влиянием длины КТ на расход хладагента, чем расхода на ее длину. Указанная тенденция подтверждается данными известных номограмм по дросселированию хладагентов R12 и R22. Ввод переменной $\pi_5 = 1 - 100(\Delta/d_{\text{т}})$ является особенностью предлагаемой методики обобщения данных по дросселированию жидкого хладагента. В отличие от других методик, по одинаковой модели линейной регрессии получаются безразмерные уравнения для определения как размеров трубки, так и пропускной ее способности. Рассмотренный подход применим для расчета КТ при дросселировании других хладагентов с известными свойствами.

Список литературы

1. 2002 ASHRAE Handbook — Refrigeration. Chapter 45. — Atlanta: ASHRAE, 2002.

2. *Li Yang, Wen Wang.* A generalized correlation for the characteristics of adiabatic capillary tubes // Int. J. Refrigeration. 2008.

3. *Ейдеюс А. И., Кошелев В. Л.* Гидродинамический расчет капиллярных трубок // Вестник МАХ. 2008. № 3.

4. *Ейдеюс А. И., Кошелев В. Л., Семакин А. В.* Методика программированного расчета адиабатного движения вскипающих жидкостей в трубах малого диаметра // Научно-технические разработки в решении проблем рыбопромыслового флота и подготовки кадров: Мат. 10-й Межвуз. научно-техн. конференции аспирантов, соискателей и докторантов. — Калининград: Изд-во БГАРФ, 2010.

5. *Kim C. N., Park Y. M.* Investigation on the Selection of Capillary Tube for the Alternative Refrigerant R407C // Jnt. J. Air-Conditioning and Refrigeration. 2000. Vol. 8.

6. *Айвазян С. А.* Основы эконометрики. — М.: Юнити-Дана, 2001.

7. *Вучков И., Бояджиева Л., Солаков Е.* Прикладной линейный регрессионный анализ. — М.: Финансы и статистика, 1987.