

УДК 538.945

## О критических токах в контактах Джозефсона типа сверхпроводник—изолятор—сверхпроводник

Д-р физ.-мат. наук Л. П. БУЛАТ

lbulat@mail.ru

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО

Институт холода и биотехнологий

191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

В. В. КОНОПЕЛЬКО

ОАО «Институт «Энергосетьпроект», 105318, г. Москва, Тацкая ул., 1

Канд. физ.-мат. наук Д. А. ПШЕНАЙ-СЕВЕРИН

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН

194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26

**Проведены расчеты и оценки величин критических токов в джозефсоновских контактах типа сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник (СИС) с учетом возможного различия эффективных масс электронов в сверхпроводящем металле и диэлектрике. Выполнено сравнение результатов оценок с имеющимися экспериментальными данными.**

**Ключевые слова:** сверхпроводимость, эффект Джозефсона, туннельные структуры, критические токи.

### About critical currents in Josephson's superconductor-insulator- superconductor contacts

D. Sc. L. P. BULAT

lbulat@mail.ru

University ITMO

Institute of Refrigeration and Biotechnologies

191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

V. V. KONOPELKO

Energosetproyekt Institute,

105318, Moscow, Tkatskaya Str., 1

Ph. D. D. A. PSHENAI-SEVERIN

Ioffe Physical Technical Institute

194021, Russia St. Petersburg, Polytekhnikeskaya, 26

**The value of critical currents in Josephson's superconductor-insulator-superconductor (SIS) contacts were calculated and estimated. A possible distinction of electron effective masses in superconducting metal and insulator was taken into account. A comparison of estimated results with available experimental data was carried out.**

**Keywords:** superconductivity, Josephson's effect, tunnel structure, critical current.

Джозефсона заключается в том, что в отсутствие напряжения через туннельный сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник (СИС) контакт может протекать сверхпроводящий ток, пока его величина не превысит критическое значение  $I_c$  [3]. При превышении критического тока появляется нормальная составляющая туннельного тока через переход и падение напряжения на контакте. При этом переход начинает излучать электромагнитные волны (нестационарный эффект Джозефсона). Величина критического тока зависит от температуры  $T$  и магнитного поля. Для приложений важным оказывается поиск сверхпроводящих материалов и диэлектрических прослоек, способных обеспечить высокие критические токи. Теория туннельной проводимости между двумя сверхпроводниками была разработана в [4], где было показано, что плотность критического тока  $j_c$  зависит от ширины сверхпроводящей щели  $\Delta(T)$  и барьерной проводимости туннельного контакта между рассматриваемыми сверхпроводящими металлами в нормальном состоянии  $\sigma_{b,n}$ . Зная параметры барьера, можно рассчитать барьерную проводимость и величину джозефсоновского критического тока. Для оценок параметров барьеров при анализе экспериментальных данных чаще всего используется простое выражение для барьерной проводимости, полученное Симмонсом [5] в квазиклассическом приближении. В данной работе, оценки по формуле Симмонса сравниваются с результатами более точного расчета и имеющимися экспериментальными данными, исследуется влияние различия эффективных масс в металле и барьере.

### Введение

Эффект Джозефсона, открытый в 1962 г. [1], широко используется в высокочувствительных магнетометрах на сверхпроводящих интерферометрах (СКВИД), для создания стандарта единицы напряжения (Вольт), как элемент сверхпроводящей цифровой электроники, в сверхпроводящих детекторах микрочастиц, источниках и фильтрах микроволнового излучения и др. [2]. Стационарный эффект

### Расчет барьерной проводимости туннельного СИС контакта

Схематическое изображение зонной диаграммы рассматриваемого туннельного контакта показано на рис. 1. Величина энергетического барьера  $\epsilon_b$  отсчитывается в данном случае от уровня Ферми металла  $\epsilon_F$ . Она определяется параметрами диэлектрика и металла (работой

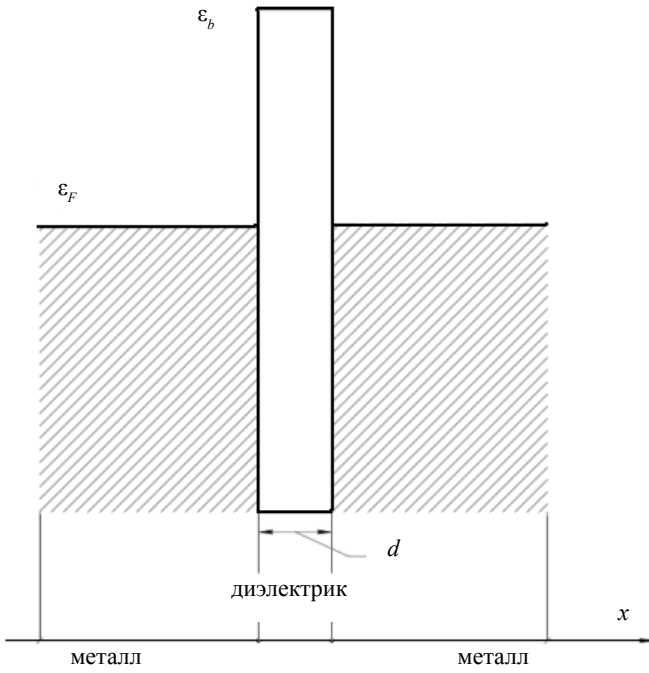


Рис. 1. Зонная диаграмма контакта металл-диэлектрик-металл

выхода металла  $W_{Me}$ , средством к электрону  $\chi$  и шириной запрещенной зоны диэлектрика  $\epsilon_g$ ).

Плотность критического тока  $j_c$  через такой контакт в сверхпроводящем состоянии определяется как [4]:

$$j_c = \sigma_{b,n} \frac{\pi \Delta(T)}{2e} \text{th} \left( \frac{\Delta(T)}{2k_0 T} \right). \quad (1)$$

Таким образом, для оценки  $j_c$  необходимо знать величину ширины сверхпроводящей щели  $\Delta(T)$  и барьерную проводимость  $\sigma_{b,n}$ .

В модели Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) ширина щели при нулевой температуре для сверхпроводников со слабой связью определяется как  $\Delta(0) = 1,764 k_0 T_c$  [6], где  $T_c$  — температура сверхпроводящего перехода. Для материалов с сильной связью, таких, например, как ниобий, это соотношение уже не выполняется точно. Для ниобия с  $T_c = 9,7$  К,  $\Delta(0) = 1,92 + 1,97 k_0 T_c$  [7]. С ростом температуры ширина сверхпроводящей щели уменьшается, а, следовательно, уменьшается и величина критического тока, поэтому оценки максимального значения  $j_c$  будем проводить в пределе низких температур, когда формула (1) сводится к  $j_c = (\pi \Delta(0) / 2e) \sigma_{b,n}$ .

В экспериментальных работах, зависимость критической плотности тока от параметров туннельного барьера анализируется чаще всего с помощью простой формулы, полученной Симмонсом [5]

$$\sigma_{b,n} = \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{\sqrt{2m_b \epsilon_b}}{d} e^{-2\sqrt{2m_b \epsilon_b} d / \hbar}, \quad (2)$$

где  $m_b$  — эффективная масса электронов в барьере,  $\epsilon_b$  — энергетическая высота барьера, отсчитываемая, в данном случае, от уровня Ферми металла,  $d$  — толщина барьера.

Эта формула была получена для случая вырожденной статистики с использованием квазиклассического приближения для вероятности туннелирования, равной

$$D(\epsilon_x) = e^{-2\sqrt{2m_b(\epsilon_b + \epsilon_F - \epsilon_x)} d / \hbar}, \quad (3)$$

где  $\epsilon_x$  — энергия электрона, соответствующая движению вдоль оси  $x$ , отсчитанная, как и  $\epsilon_F$ , от дна валентной зоны металла.

Выражение (2) справедливо при условии  $2\sqrt{2m_b \epsilon_b} d / \hbar \gg 1$ , которое обычно хорошо выполняется. К примеру, при  $d = 0,5$  нм,  $2\sqrt{2m_0 \epsilon_b} d / \hbar = 1$  выполняется только при очень малых  $\epsilon_b \approx 0,04$  эВ, которые значительно меньше, чем встречающиеся на практике.

Если учесть различие эффективных масс в металле и в барьере, то вероятность туннелирования сквозь прямоугольный барьер уже не будет зависеть только от составляющей энергии электрона  $\epsilon_x$ . В этом случае при туннелировании сохраняется полная энергия  $\epsilon$  и проекция волнового вектора на плоскость контакта  $k_{||}$ . Тогда вероятность туннелирования в случае изотропного закона дисперсии будет равна [8]

$$D(\epsilon, k_{||}) = \begin{cases} \left( 1 + \left( \frac{k_1 m_2}{|k_2| m_1} + \frac{|k_2| m_1}{k_1 m_2} \right) \text{sh}^2(|k_2| d) \right)^{-1}, & k_2^2 < 0 \\ \left( 1 + \left( \frac{k_1 m_2}{k_2 m_1} - \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2} \right) \text{sin}^2(k_2 d) \right)^{-1}, & k_2^2 > 0 \end{cases} \quad (4)$$

где  $k_1^2 = 2m_1 \epsilon / \hbar^2 - k_{||}^2$ ,  $k_2^2 = 2m_2 (\epsilon - (\epsilon_F + \epsilon_b)) / \hbar^2 - k_{||}^2$ , здесь  $m_{1(2)}$  — эффективные массы в металле и барьере соответственно.

Барьерная электропроводность при конечных температурах для этого случая равна

$$\sigma_{b,n} = \frac{e^2 m_1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} d\epsilon_{||} \int_{\epsilon_1}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon, k_{||}) \left( -\frac{\partial f_0(\epsilon - \epsilon_F)}{\partial \epsilon} \right), \quad (5)$$

где  $\epsilon_{||} = \hbar^2 k_{||}^2 / 2m_1$ , а  $f_0(\epsilon - \epsilon_F)$  — функция распределения Ферми — Дирака.

В пределе низких температур производная в (5) переходит в дельта-функцию и выражение упрощается

$$\sigma_{b,n} = \frac{e^2 m_1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon_F, k_{||}) d\epsilon_{||}. \quad (6)$$

На рис. 2 приведены зависимости барьерной электропроводности для типичных значений  $d$  и  $\epsilon_b$ . Кривые 1 и 1' рассчитаны по формуле Симмонса (2). В расчете было принято, что эффективные массы в металле и барьере равны  $m_0$ , а в качестве энергии Ферми было использовано типичное значение для металлов 5 эВ. Типичные значения высоты барьера можно оценить по значениям работы выхода металла и среднего к электрону и ширины запрещенной зоны в диэлектрике. Типичные значения работы выхода порядка 4 эВ; так, в свинце работа выхода равна 4,14 эВ [9], в ниобии — 4,02÷4,87 эВ [10], в нитриде ниобия — 3,92 эВ [11]. В качестве диэлектрических прослоек для получения высоких критических токов используются оксид алюминия в структурах Nb-Al-AlOx-Nb [12–14] и нитрид алюминия (NbN-AlN-NbN) [15, 16]. Средство к электрону и ширина запрещенной зоны в этих диэлектриках равны 1,0 и 8,8 эВ для Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [17] и 0,6 и 6,2 эВ для AlN [18]. Таким образом, высота потенциального барьера над уровнем Ферми будет порядка  $\epsilon_b = 3$  эВ в обоих случаях. Для сравнения на рис. 2 приведены кривые также для значения  $\epsilon_b = 1,5$  эВ.

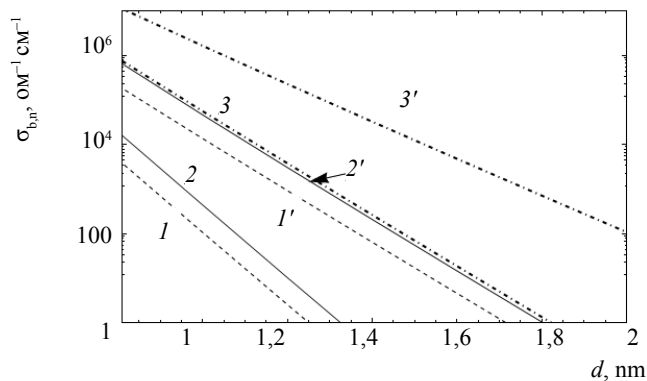


Рис. 2. Зависимость барьерной электропроводности туннельного СИС контакта от толщины диэлектрика; высота барьера  $\epsilon_b = 3$  эВ (1, 2, 3) и 1,5 эВ (1', 2', 3'); 1, 1' — по формуле Симмонса (2); 2, 2' — по формуле (6) при  $m_{1(2)} = m_0$ ; 3, 3' — по формуле (6) при  $m_1 = m_0$ ,  $m_2 = 0,5m_0$

Отличие кривых 1, 1', показанных на рис. 2, от кривых 2, 2', построенных по формуле (6) при тех же значениях параметров, заключается в замене квазиклассического выражения для вероятности туннелирования на точное выражение для прямоугольного барьера. Сравнение показывает, что большее значение туннельной прозрачности в этом случае приводит к увеличению барьерной проводимости примерно в 4 раза. В диэлектрике эффективные массы электронов могут отличаться от массы свободного электрона. Так, например, в  $\text{Al}_2\text{O}_3$  эффективная масса электронов оценивается как  $0,5m_0$  [19], а в  $\text{AlN}$  — как  $0,4m_0$  [20]. Кривые 3, 3' построены по формуле (6) с учетом отличия эффективной массы в барьере  $m_2 = 0,5m_0$ . Это дополнительно приводит к увеличению туннельной проводимости (примерно на 2 порядка). Интересно, что кривые 3 и 2', для которых произведение  $\epsilon_b m_2$  были одинаковы, практически совпадают. Это связано с тем, что туннельная прозрачность определяется именно их комбинацией. Нагляднее всего это можно проиллюстрировать, используя формулу (2), из которой видно, что в показатель экспоненты, определяющей туннельную прозрачность входит именно произведение  $\epsilon_b m_2$ . Таким образом, при определении высоты туннельного барьера по формуле Симмонса надо учитывать возможное отличие эффективной массы в барьере от  $m_0$ .

Для оценки величины критического тока при нулевой температуре нужно умножить полученные значения барьерных проводимостей на  $(\pi\Delta(0)/2e) \approx 1,57 \Delta(0)$  В, если измерять  $\Delta(0)$  в эВ. По порядку величины  $\Delta(0)$  составляет 1–2 мэВ (например, 1,53–1,57 [7] в Nb, 2,5 мэВ ( $T_c = 15$  К) в NbN [21]). Таким образом, барьерная проводимость порядка  $10^5$ – $10^6$  Ом $^{-1}$  см $^{-2}$  соответствует критическим токам  $2,5 \cdot 10^2$ – $3,9 \cdot 10^3$  А / см $^2$ . Например, в работе [14] приведены данные по критическим токам и толщине барьера для контакта Nb-Al-AlO $_x$ -Nb:  $I_c = 1$  мА, при площади контакта 144 мкм $^2$  и толщине диэлектрика 0,8 нм. Это соответствует критической плотности тока 694 А / см $^2$ . Расчет по формуле (6) при  $m_2 = 0,5m_0$ ,  $\epsilon_b = 3,3$  эВ дает  $\sigma_{br} \approx 5,5 \cdot 10^5$  Ом $^{-1}$  см $^{-2}$  и  $j_c \approx 1300$  А / см $^2$ , что по порядку величины согласуется с приведенными экспериментальными данными. В работе [13] приводятся схожие значения 5–8 кА/см $^2$  в джозефсоновских контак-

тах того же типа. Для контактов NbN-AlN-NbN в работе [16] приводятся значения от 100 А / см $^2$  до 200 кА/см $^2$  для барьеров толщиной 0,8–1,5 нм. Анализ наклона зависимости логарифма критического тока от толщины барьера по формуле Симмонса дал значения высоты барьера 2,35 эВ для  $j_c < 5$  кА/см $^2$  и 0,88 эВ при  $j_c > 5$  кА/см $^2$  [16]. Обращают внимание малые значения высоты барьеров особенно при малых толщинах диэлектрика. Отчасти это может быть связано с тем, что в расчетах [16] было принято  $m_2 = m_0$ . Однако даже при  $m_2 = 0,4m_0$ ,  $d = 0,8$  нм,  $\epsilon_b = 3$  эВ расчет по формуле (6) дает критический ток лишь 8,4 кА/см $^2$ . Оценки величины критического тока по формуле Симмонса для параметров из [16] также дает меньшие значения 6,7 кА/см $^2$ , откуда следует, что в [16] была использована лишь экспоненциальная зависимость в формуле Симмонса. Чтобы получить плотность тока 200 кА/см $^2$  при  $d = 0,8$  нм с использованием (6), надо предположить, что высота барьера равна 1,1 эВ.

Расхождения с экспериментом в данном случае могут быть связаны с рядом факторов. Реальные значения высоты потенциальных барьеров в структурах металл — оксид — полупроводник (МОП) интенсивно изучались в микроэлектронике в связи с заменой в МОП-транзисторах оксида кремния на диэлектрики с высокими значениями диэлектрической проницаемости [22, 23]. В данном случае, расхождения могут быть связаны с присутствием дефектов в слое диэлектрика, которые приводят к возникновению примесных состояний в его запрещенной зоне, смещению уровня Ферми от середины запрещенной зоны вверх и уменьшению высоты барьера. Подобный эффект наблюдался в туннельных контактах Fe-MgO-Fe [24]. Другой возможной причиной больших значений токов по сравнению с расчетными может быть возникновение проколов в тонком слое диэлектрика. Эта ситуация исследовалась, например, в [25] в применении к туннельным контактам Al-AlO $_x$ -Al и делался вывод, что при использовании формулы Симмонса следует учитывать долю площади контактов, соответствующих утончению слоя диэлектрика. Это позволило авторам [25] исключить разброс в значениях высоты барьера при обработке экспериментальных данных для контактов с разной площадью и толщиной диэлектрика.

## Выводы

В работе проведен расчет и оценки барьерной электропроводности и критических токов в джозефсоновских контактах типа сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник. Типичные значения критических токов составляют несколько кА/см $^2$  при толщине диэлектрика около 1 нм. Было проведено сравнение результатов расчетов по формуле Симмонса для туннельной проводимости [5], полученной в квазиклассическом приближении, с выражением (6), использующим точное значение для вероятности туннелирования сквозь прямоугольный потенциальный барьер и учитывающим различие эффективных массы в барьере и в металле. Было показано, что при одинаковой высоте барьера  $\epsilon_b$  значения вероятности туннелирования и туннельной проводимости будут больше при меньших значениях эффективной массы в барьере. Поскольку зависимость вероятности туннелирования

от произведения  $\epsilon_b m_2$  экспоненциальная, то отличия могут достигать нескольких порядков. В частности, при анализе экспериментальных данных по зависимости  $j_c$  от толщины диэлектрика без учета отличия  $m_2$  от  $m_0$  определяется, по-существу, не высота барьера, а комбинация  $\epsilon_b m_2 / m_0$ . Сравнение результатов оценок критических токов  $j_c$  с учетом этого различия согласуются по порядку величины с частью имеющихся в литературе экспериментальных данных. В ряде случаев, однако, имеется значительные расхождения, которые могут быть связаны, например, с наличием уровней дефектов в запрещенной зоне диэлектрика, либо с существованием проколов (уточнений) в слое диэлектрика.

### Список литературы

1. *Josephson B. D.* Possible new effects in superconductive tunnelling // *Physics Letters*. 1962. Vol. 1. № 7.
2. *Antonio B., Gianfranco P.* Physics and applications of the Josephson effect. New York: Wiley, 1982.
3. *Шмидт В.* Введение в физику сверхпроводников. — М.: МЦНМО, 2000.
4. *Ambegaokar V., Baratoff A.* Tunneling between superconductors // *Physical review letters*. American physical society. 1963. Vol. 10. № 11.
5. *Simmons J. G.* Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film // *Journal of applied physics*. 1963. Vol. 34. № 6.
6. *Тинкхам М.* Введение в сверхпроводимость. — М.: Атомиздат, 1980.
7. *Carbotte J. P.* Properties of boson-exchange superconductors // *Reviews of modern physics*. American physical society. 1990. Vol. 62. № 4.
8. *Paranjape V.* Transmission coefficient and stationary-phase tunneling time of an electron through a heterostructure // *Physical review B*. American physical society. 1995. Vol. 52. № 15.
9. *Куттель Ч.* Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978.
10. *Goldmann A.* 2.11.7 Nb (Niobium) ( $Z = 41$ ) // 2.11 Nonmagnetic transition metals/ed. Goldman A. Vol. 23c1.
11. *Saito Y. et al.* Emission characteristics of niobium nitride field emitters // *Applied surface science*. 1999. Vol. 146, № 1–4.
12. *Kaiser C. et al.* Aluminum hard mask technique for the fabrication of high quality submicron Nb/Al —  $\text{AlO}_x$ /Nb Josephson junctions // *Superconductor science and technology*. 2011. Vol. 24. № 3.
13. *Yohannes D. et al.* Characterization of HYPRES' 4.5kA/cm<sup>2</sup> & 8 kA/cm<sup>2</sup> Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb Fabrication Processes // *IEEE Transactions on applied superconductivity*. 2005. Vol. 15. № 2. P.
14. *Foden C. et al.* Possible observation of multiple-particle tunneling in niobium tunnel junctions // *Physical review B*. American physical society. 1993. Vol. 47. № 6.
15. *Wu P. H. et al.* Fabrication and characterization of NbN/AlN/NbN junction on MgO // *IEEE transactions on applied superconductivity*. 2005. Vol. 15. № 2.
16. *Wang Z. et al.* Interface and tunneling barrier heights of NbN/AlN/NbN tunnel junctions // *Applied physics letters*. 1999. Vol. 75. № 5.
17. *Yeo Y.-C., King T.-J., Hu C.* Metal-dielectric band alignment and its implications for metal gate complementary metal-oxide-semiconductor technology // *Journal of applied physics*. 2002. Vol. 92. № 12.
18. *Levinshstein M. E., Romyantsev S. L., Shur M. S.* Properties of Advanced Semiconductor Materials: GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe. — NY.: John Wiley & Sons, 2001.
19. *Casperson J. D., Bell L. D., Atwater H. A.* Materials issues for layered tunnel barrier structures // *Journal of applied physics*. 2002. Vol. 92. № 1.
20. *Xu Y.-N., Ching W.* Electronic, optical, and structural properties of some wurtzite crystals // *Physical review B*. American physical society. 1993. Vol. 48. № 7.
21. *Aoyagi M.* NbN Superconducting Devices // *Electric refractory materials*. CRC press. 2000.
22. *Robertson J.* Band offsets and work function control in field effect transistors // *Journal of vacuum science & technology B: Microelectronics and nanometer structures*. 2009. Vol. 27. № 1.
23. *Robertson J.* Band alignment at metal-semiconductor and metal-oxide interfaces // *Physica status solidi (a)*. 2010. Vol. 207. № 2.
24. *Yuasa S. et al.* Giant room-temperature magnetoresistance in single-crystal Fe/MgO/Fe magnetic tunnel junctions. // *Nature materials*. 2004. Vol. 3. № 12.
25. *Dorneles L. S. et al.* The use of Simmons' equation to quantify the insulating barrier parameters in Al/AlO<sub>x</sub>/Al tunnel junctions // *Applied physics letters*. 2003. Vol. 82. № 17.