

Аналитическое исследование процесса холодильной обработки рыбы снегообразным диоксидом углерода

Канд. техн. наук **Е. Н. НЕВЕРОВ**
neverov42@mail.ru

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности
650056, г. Кемерово, бульвар Строителей, 47

А. И. БАБИН

Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева
650000, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28

Показана постановка и решение задачи по определению продолжительности схождения слоев температурного фронта, при холодильной обработке рыбы снегообразным диоксидом углерода. Теплоотвод при холодильной обработке тушек рыбы происходит, как от внутренней, так и от наружной поверхности.

Ключевые слова: рыба, диоксид углерода, сублимация, эллиптический цилиндр, температурный фронт, теплопроводность, температура, уравнения, теплота, холодильная обработка, математическая модель.

Analytical research on the process of low-temperature treatment of fish with snow-like carbon dioxide

Ph. D. E. N. NEVEROV
neverov42@mail.ru

Kemerovo Institute of Food Science and Technology
650056, Russia, Kemerovo, Stroiteley Boulevard, 47

A. I. BABIN

The Kuzbass state technical university of. T. F. Gorbachev
650000, Russia Kemerovo, Vesennyaya St., 28

The task is set and a solution is found in determining the duration of convergence of thermal front layers when fish carcasses undergo low-temperature treatment with snow-like carbon dioxide. The heat sink during low-temperature treatment of fish occurs both from the inner and the outer surface.

Keywords: fish, carbon dioxide, sublimation, elliptic cylinder, thermal front, heat conductivity, temperature, equations, warmth, low-temperature treatment, mathematical model.

При описании процессов холодильной обработки продуктов можно воспользоваться известными аналитическими решениями задач охлаждения тел канонических форм: неограниченной пластины [1], цилиндра и шара [2].

В данной работе рассматривается задача о холодильной обработке рыбы, форма которой, с геометрической точки зрения, наиболее близка к полуму эллиптическому цилиндру. Технологический процесс охлаждения предусматривает теплоотвод как от внутренней, так и от наружной поверхности продукта. Для этого снегообразный CO_2 с помощью генератора-дозатора подается в полость рыбы и наносится на ее поверхность.

Тейдером В. А. [1] получено аналитическое решение для бесконечной пластины, при граничных условиях третьего рода на лицевых поверхностях. При такой постановке задачи холодильной обработки продукта, охлаждаемого снегообразным диоксидом углерода, не учитывается кривизна поверхности продукта и теплопередача с торцевых плоскостей пластины.

В данной работе задача теплопереноса решена для полого эллиптического цилиндра с учетом несимметричности теплообмена на поверхностях.

Примем следующие допущения:

- температура охлаждающей среды постоянна;
- теплофизические характеристики продукта постоянны в пределах одной фазы и меняются скачкообразно при фазовом переходе.

В основу решения положена гипотеза о наличии «температурного фронта», который распространяется от поверхностей к центральным слоям объекта с конечной скоростью.

В результате решения задачи необходимо определить продолжительность схождения слоев температурного фронта при холодильной обработке рыбы.

В процессе холодильной обработки рыбы, основанном на применении эффекта сублимации — перехода CO_2 из твердой фазы в газообразную при температуре -78°C , возможно поверхностное подмораживание продукта с выделением скрытой теплоты фазового перехода. С одной стороны, если не учитывать эту теплоту, то расчетная продолжительность процесса может оказаться заниженной. С другой стороны, полный учет скрытой теплоты фазового перехода будет определять и продолжительность промораживания всей толщины рыбы. Поэтому решение задачи проведено по второму варианту с дальнейшей корректировкой численного значения величины удельной теплоты фазового перехода, при условии охлаждения рыбы после сублимации оптимального количества снегообразного диоксида углерода.

В качестве расчетной области возьмем однородный изотропный полый эллиптический цилиндр длины H (рис. 1).

В пространстве R^3 введем декартовую систему координат (X, Y, Z) . Ось Z совместим с осью симметрии эллиптического цилиндра.

В принятой координации параметрические уравнения внутренней поверхности Ω имеют вид

$$\begin{aligned} X(\varphi) &= a \cos \varphi, Y(\varphi) = b \sin \varphi; \\ Z &= Z; 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{aligned} \quad (1)$$

где a, b — большая и малая полуоси эллипса в произвольном радиальном сечении $0 \leq Z \leq H$, соответственно.

На поверхности приведения Ω введем ортогональную систему координат (x^1, x^2, z) , координатные линии $x^1 = \text{const}$, $x^2 = \text{const}$, которой совпадают с линиями кривизны Ω ; координата z направлена по нормали к Ω , в направлении ее выпуклости (рис. 1).

Расстояние l точки $M \in \Omega$, от меридиана $x^2 = 0$, отсчитываемое по параллели

$$l = \int_0^\varphi \sqrt{X'^2(t) + Y'^2(t)} dt. \quad (2)$$

Радиус кривизны в произвольном нормальном сечении ($\varphi = \text{const}$) поверхности в точке $M \in \Omega$ рассчитывается по формуле [3]

$$R_2 = a^2 b^2 \left(\frac{X^2}{a^4} + \frac{Y^2}{b^4} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Далее будем считать, что расчетная область ограничена эквидистантными поверхностями $z = 0$, $z = h$. Теплопередача происходит в стационарном режиме. На плоскостях $x^1 = 0$, $x^1 = H$ выполняются условия теплоизоляции. Внутренние тепловые источники диссипативного характера отсутствуют.

С учетом сделанных допущений, в принятой системе координат (x^1, x^2, z) , уравнение стационарной одномерной задачи теплопроводности [4] в сечении $x^2 = \text{const}$ для оболочки в форме полого эллиптического цилиндра запишется в виде

$$\frac{d}{dz} \left(\left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \lambda \frac{dT}{dz} \right) = 0, \quad (3)$$

где λ — приведенный коэффициент теплопроводности продукта, Вт/(м · °К).

Примем гипотезу о наличии «температурного фронта» [1]. В этой связи, введем условную изотермическую

поверхность $z = h_1 = \frac{h}{2}$, эквидистантную поверхности Ω

(рис. 2), температура которой

$$T|_{z=h_1} = T_H. \quad (4)$$

На внутренней поверхности $z = 0$ осуществляется теплообмен по закону Ньютона

$$\lambda \left(\frac{dT}{dz} \right)_{z=0} = \alpha_1 (T_{z=0} - T_{\text{сп1}}), \quad (5)$$

где α_1 — коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности, Вт/(м² · °К);

$T_{\text{сп1}}$ — температура охлаждающей среды, °К.

Приведенный коэффициент теплопроводности продукта λ , определяется экспериментально

$$\lambda = \lambda_{\text{охл}} + 0,14 \lambda_{\text{зам}}, \quad (6)$$

где $\lambda_{\text{охл}}$ — коэффициент теплопроводности охлажденного продукта, Вт/(м · °К);

$\lambda_{\text{зам}}$ — коэффициент теплопроводности замороженного продукта, Вт/(м · °К).

Проинтегрировав уравнение (3), получим двухпараметрическое семейство первообразных

$$T(z) = A + \frac{B}{\lambda} R_2 \cdot \ln \left(\frac{R_2 + z}{R_2} \right), \quad (7)$$

Подставим выражение (7) в граничное условие (5), получим

$$\alpha_1 A - B = \alpha_1 T_{\text{сп1}}. \quad (8)$$

Из граничного условия (4) следует

$$A + \frac{B}{\lambda} R_2 \ln \left(1 + \frac{h_1}{R_2} \right) = T_H. \quad (9)$$

Исключив из уравнений (7)–(9) параметры A и B , получим стационарное распределение температуры в слое $0 \leq z \leq h_1$ при $x^2 = \text{const}$

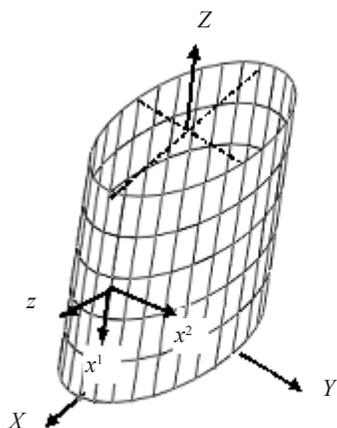


Рис. 1. Внутренняя поверхность эллиптического цилиндра

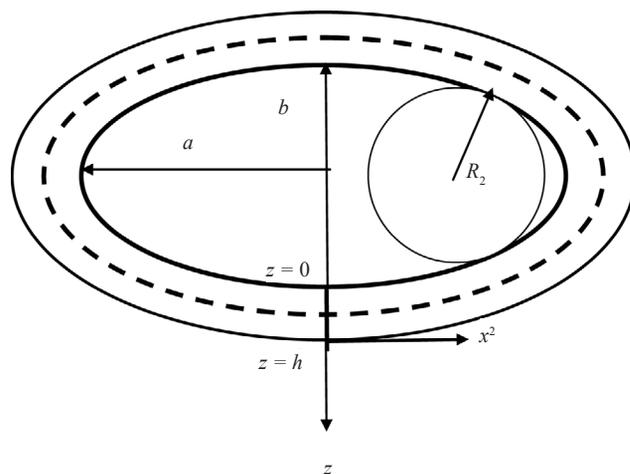


Рис. 2. Радиальное сечение эллиптического цилиндра

$$T(z) = T_{cp1} + \frac{1}{\alpha_1 R_2} \cdot \frac{T_H - T_{cp1}}{\frac{1}{\alpha_1 R_2} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2 + h_1}{R_2} \right)} + \frac{T_H - T_{cp1}}{\frac{\lambda}{\alpha_1 R_2} + \ln \left(1 + \frac{h_1}{R_2} \right)} \cdot \ln \left(1 + \frac{z}{R_2} \right). \quad (10)$$

Плотность теплового потока, по закону Фурье, равна

$$q(z) = -\lambda \frac{dT}{dz}. \quad (11)$$

После подстановки выражения (10) в (11), получаем распределение плотности теплового потока по толщине слоя $0 \leq z \leq h_1$ в сечении:

$$q(z) = \frac{T_H - T_{cp1}}{\frac{1}{\alpha_1 R_2} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2 + h_1}{R_2} \right)} \cdot \frac{1}{R_2 + z}. \quad (12)$$

Плотность теплового потока через внутреннюю поверхность ($z = 0$)

$$q(z)|_{z=0} = \frac{T_H - T_{cp1}}{\frac{1}{\alpha_1 R_2} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2 + h_1}{R_2} \right)} \cdot \frac{1}{R_2}. \quad (13)$$

Тепловой поток через поверхность

$$\Omega_1 = \{0 \leq x^1 \leq H, 0 \leq x^2 \leq L, z = 0\},$$

Здесь ($L = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{X'^2(\varphi) + Y'^2(\varphi)} d\varphi$ — периметр эллипса.

$$\bar{q}_1(a, b, h_1) = 4H(T_H - T_{cp1}) \int_0^{\pi/2} \frac{1}{R_2(\varphi)} \times \frac{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}}{\frac{1}{\alpha_1 R_2(\varphi)} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2(\varphi) + h_1}{R_2(\varphi)} \right)} d\varphi. \quad (14)$$

Тогда, количество тепла, отведенное от поверхности Ω_1 за время $d\tau$, будет равно

$$dQ_1(a, b, h) = \bar{q}_1(a, b, h) d\tau. \quad (15)$$

Для внешнего слоя, при $x^2 = \text{const}$, имеем следующую краевую задачу:

$$T(z) = A + \frac{B}{\lambda} R_2 \cdot \ln \left(\frac{R_2 + z}{R_2} \right), \quad h_1 \leq z \leq h; \quad (16)$$

$$T|_{z=h_1} = T_H; \quad (17)$$

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dz} \right)_{z=h} = \alpha_2 (T_{z=h} - T_{cp2}). \quad (18)$$

Исключая из уравнений (16)–(18) константы, получим стационарное распределение температуры в нормальном сечении, при $x^2 = \text{const}$:

$$T(z) = T_H + \frac{T_H - T_{cp2}}{\frac{\lambda}{\alpha_2 (R_2 + h)} + \ln \left(\frac{R_2 + h}{R_2 + h_1} \right)} \ln \left(1 + \frac{h_1}{R_2} \right) + \frac{T_{cp2} - T_H}{\frac{\lambda}{\alpha_2 (R_2 + h)} + \ln \left(\frac{R_2 + h}{R_2 + h_1} \right)} \cdot \ln \left(\frac{R_2 + z}{R_2} \right), \quad h_1 \leq z \leq h \quad (19)$$

и распределение плотности теплового потока по нормальной координате

$$q_2(z) = \frac{T_H - T_{cp2}}{\frac{1}{\alpha_2 (R_2 + h)} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2 + h}{R_2 + h_1} \right)} \cdot \frac{1}{R_2 + z}, \quad h_1 \leq z \leq h. \quad (20)$$

Тепловой поток через поверхность

$$\Omega_2 = \{0 \leq x^1 \leq H, 0 \leq x^2 \leq L, z = h\};$$

$$\bar{q}_2(a, b, h_1, h) = 4H(T_H - T_{cp2}) \int_0^{\pi/2} \frac{1}{R_2(\varphi) + h} \times \frac{\sqrt{(a+h)^2 \sin^2 \varphi + (b+h)^2 \cos^2 \varphi}}{\frac{1}{\alpha_2 (R_2(\varphi) + h)} + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{R_2(\varphi) + h}{R_2(\varphi) + h_1} \right)} d\varphi. \quad (21)$$

Количество тепла, отведенное от поверхности Ω_2 за время $d\tau$

$$dQ_2(a, b, h_1, h) = \bar{q}_2(a, b, h_1, h) d\tau. \quad (22)$$

Поскольку в принятой модели теплопередачи не учитывалось условие непрерывности теплового потока на границе $z = h_1$, то функция температуры теряет свойство гладкости, а поток терпит разрыв первого рода. В связи с этим, составим уравнения теплового баланса.

Количество тепла, выделившегося при охлаждении «внутреннего» слоя dz_1 за промежуток времени $d\tau$, будет равно

$$dQ_1 = g_{\phi, n} \rho S_1(a, b) dz_1, \quad (23)$$

$$S_1(a, b) = 4H \int_0^{\pi/2} \sqrt{a \sin^2(\varphi) + b \cos^2(\varphi)} d\varphi \quad (24)$$

площадь поверхности Ω_1 ,

а при охлаждении «внешнего» слоя dz_2

$$dQ_2 = g_{\phi, n} \rho S_2(a, b, h) dz_2, \quad (25)$$

$$S_2(a, b, h) = 4H \int_0^{\pi/2} \sqrt{(a+h)^2 \sin^2 \varphi + (b+h)^2 \cos^2 \varphi} d\varphi \quad (26)$$

площадь поверхности Ω_2 .

Это тепло передается через ограничивающие поверхности Ω_1 и Ω_2 эллиптического цилиндра. Общее количество тепла, отведенного от тела, будет равно

$$dQ = dQ_1 + dQ_2, \quad dQ_1 < dQ_2. \quad (27)$$

Приравнявая правые части уравнений (15), (23) и (22), (25), а также разрешив их относительно $d\tau$, получим

$$d\tau = \frac{g_{\phi, n} \rho S_1(a, b)}{\bar{q}_1(a, b, h)} dz_1, \quad (28)$$

$$d\tau = \frac{g_{\phi, n} \rho S_2(a, b, h)}{\bar{q}_2(a, b, h_1, h)} dz_2 \quad (29)$$

После интегрирования соотношений (28) и (29), получаем

$$\tau = \frac{g_{\phi, n} \rho S_1(a, b)}{\bar{q}_1(a, b, h)} z_1; \quad (30)$$

$$\tau = \frac{g_{\phi, n} \rho S_2(a, b, h)}{\bar{q}_2(a, b, h_1, h)} z_2; \quad (31)$$

Для момента встречи слоев, будет справедливо равенство

$$z_1 + z_2 = h. \quad (32)$$

После исключения из уравнений (30), (31) неизвестных z_1 и z_2 , получим формулу для определения продолжительности схождения слоев температурного фронта

$$\tau = g_{ф.п} \rho h \cdot \frac{S_1(a,b)S_2(a,b,h)}{\bar{q}_2(a,b,h)S_1(a,b) + S_2(a,b,h)\bar{q}_1(a,b,h)} \quad (33)$$

где $g_{ф.п}$ — удельная теплота, выделившаяся при охлаждении рыбы диоксидом углерода, которая состоит из теплоты охлаждения и частичного подмораживания, Дж/кг.

Параметры $\bar{q}_1(a,b,h)$, $\bar{q}_2(a,b,h)$, $S_1(a,b)$, $S_2(a,b,h)$ в уравнении (33) вычисляются с использованием методов численного интегрирования по формулам (14), (21), (24), (26) соответственно.

Сравнительный анализ расчета с экспериментальными данными [5] показал адекватность продолжительности схождения слоев температурного фронта, при холодильной обработки рыбы снегообразным CO_2 .

Список литературы

1. *Тейдер В. А.* Продолжительность замораживания продукта, лежащего на оребренной поверхности // Холодильная техника. 1962. №6. С. 37–42.
2. *Чижов Г. Б.* Теплофизические процессы в холодильной технологии пищевых продуктов: Учебник. — М.: Пищ. пром-сть, 1979. 271 с.
3. *Бронштейн И. Н.* Справочник по математике. Для инженеров и учащихся втузов/И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев: Учебник. — М.: Наука, 1986.

4. *Бабин А. И.* Нестационарная теплопроводность в многослойных анизотропных оболочках вращения/А. И. Бабин, Ю. В. Немировский // Математические методы и физико-механические поля. 1992. Вып. 35.

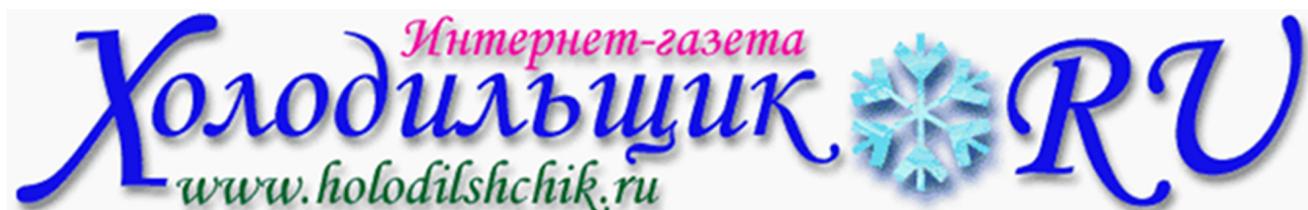
5. *Буянов О. Н.* Исследование процесса холодильной обработки рыбы диоксидом углерода/О. Н. Буянов, Т. Ф. Киселева; Е. Н. Неверов; С. Н. Нечаев // Техника и технология пищевых производств. 2011. №1. С. 64–66.

6. *Буянов О. Н., Неверов Е. Н., Нечаев С. Н.* Исследование процесса охлаждения упакованной рыбы в среде диоксида углерода // Вестник Международной академии холода. 2011. №4. С. 39–42.

7. *Буянов О. Н., Неверов Е. Н.* Исследование режимов работы углекислотной установки для охлаждения рыбы на рыбодобывающих судах // Вестник Международной академии холода. 2013. №2. С. 35–37.

References

1. *Tejder V. A.* Prodolzhitel'nost' zamorazhivaniya produkta, lezhashhego na orebrennoj poverhnosti. *Holodil'naja tehnika*. 1962. №6. С. 37–42.
2. *Chizhov G. B.* *Teplofizicheskie processy v holodil'noj tehnologii pishhevyh produktov: Uchebnik.* — Moskau: Pishh. prom-st', 1979. 271 s.
3. *Bronshtejn I. N.* *Spravochnik po matematike. Dlja inzhenerov i ucha-shhihsja vtuzov.* — Moskau: Nauka, 1986.
4. *Babin A. I.* *Matematicheskie metody i fiziko-mehaniicheskie polja*. 1992. Vol. 35.
5. *Bujanov O. N., Bujanov O. N., Kiseleva T. F.; Neverov E. N.; Nechaev C. N.* *Tehnika i tehnologija pishhevyh proizvodstv*. 2011. №1. pp. 64–66.
6. *Bujanov O. N., Neverov E. N., Nechaev S. N.* *Vestnik Mezhdunarodnoj akademii holoda*. 2011. №4. pp. 39–42.
7. *Bujanov O. N., Neverov E. N.* *Vestnik Mezhdunarodnoj akademii holoda*. 2013. №2. pp. 35–37.



Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС 77-20452 от 22 марта 2005 года

ПЕРВАЯ В РОССИИ ИНТЕРНЕТ-ГАЗЕТА ПО ХОЛОДИЛЬНОЙ И БЛИЗКОЙ ЕЙ ТЕМАТИКЕ

- холодильные новости;
- бытовое, торговое и промышленное холодильное оборудование;
- холодильники;
- охладители жидкости (чиллеры);
- оснащение и строительство супермаркетов;
- холодильный транспорт;
- кондиционирование и вентиляция;
- искусственные и природные хладагенты;
- холодильные масла;
- качество пищевых продуктов;
- сервис холодильных систем;
- литература по холодильной и близкой ей тематике;
- модульная, баннерная, видео- и аудиореклама;
- выставки, конференции, семинары;
- обучающие курсы для холодильщиков и многое другое...

<http://www.holodilshchik.ru> (<http://холодильщик.рф>)
e-mail: info@holodilshchik.ru