УДК 697.911.001.5

Динамическое программирование и логическое проектирование систем кондиционирования воздуха

Канд. техн. наук **Ю.Н. ЗОЛОТАРЕВ**
Воронежская государственная технологическая академия

The suggested models of dynamic programming encode the physical description of natural and simulated change of air condition. The structural identification of the obtained modes (images) are mode by means of logical designing. The examples of interaction between suggested approaches of air condition synthesis are given.

Представим систему кондиционирования воздуха (СКВ) как упорядоченное множество логических элементов, преобразующих информацию о тепловлажностной обработке воздуха в агрегатах, которым они соответствуют. Данный подход позволил описать множество известных проектных решений в виде некоторого логического устройства – формера, записав его формаль (систему функций алгебры логики), отражающую связь между входами и выходами [2].

Синтез СКВ с точки зрения логики ее алгоритма функционирования должен быть обеспечен физическим описанием процессов обработки. Оно отражает суть проектного решения и связывается большинством разработчиков с некоторой кривой на диаграмме энтальпия (I) – влагосодержание (d) воздуха [4]. Образу СКВ в виде $I-d$-кривой изменения состояния воздуха можно сопоставить некоторую кодовую комбинацию.

Рассмотрим модели синтеза кодированного образа СКВ. Их связывает единый подход к решению задачи – динамическое программирование.

Модель 1. Синтез вероятной последовательности изменения состояния наружного воздуха в течение года.

Элементы $I-d$-диаграммы естественного годового изменения состояния воздуха

$$D_\Sigma = \bigcup_{n=1}^{N} D_n \qquad (1)$$

должны удовлетворять условию оптимальности

$$J = \max_{\Omega(N)} \sum_{n=0}^{N} \Phi\left[(i,d) \subset D_n\right], \qquad (2)$$

где $\Omega(N) = \sum_{n=1}^{N} \omega_n 2^{N-n}$ – условный индекс оптимальной (в смысле максимума вероятности) траектории изменения состояния наружного воздуха, состоящей из множества точек (i,d), координаты которых являются независимыми случайными величинами:

$$\Phi[(i,x) \subset D] = \iint\limits_{(D)} \varphi_x(x)\varphi_i(i)\,dx\,di \qquad (3)$$

или

$$\Phi(x \le d \le X; y \le i \le Y) = \Phi_d(x)\Phi_i(y) + \Phi_d(X)\Phi_i(Y) - \Phi_d(x)\Phi_i(Y) - \Phi_d(X)\Phi_i(y)$$

– вероятность попадания случайной точки (i, d) с координатами, заданными соответствующими плотностями распределения $\varphi_i(i)$ и $\varphi_d(d)$ в прямоугольную область D со сторонами, параллельными координатным осям;

Φ_d, Φ_i – известные функции распределения вероятности случайной величины влагосодержания d и энтальпии воздуха i соответственно;

x, X, y, Y – граничные значения области D.

Имеем уравнения состояния

$$\begin{Vmatrix} m(n) \\ k(n) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} m(n-1) \\ k(n-1) \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} \omega_{2n-1} \\ \omega_{2n-2} \end{Vmatrix} \quad n = \overline{1,N}, \qquad (4)$$

ограничения

$$\begin{aligned} &k(n) \in \{0,1,\ldots,K\}; \quad k(N) = K; \quad k(0) = m(0) = 0; \\ &m(n) \in \{0,1,\ldots,M\}; \quad m(N) = M; \quad 1 \le N \le K+M; \end{aligned} \qquad (5)$$

$$D_n = \begin{cases} [i_{m(n)-1}, i_{m(n)}] \times [d_{k(n)-0,5}, d_{k(n)+0,5}] & \text{при} \quad \omega_{2n-2} = 0, \omega_{2n-1} = 1; \\ [i_{m(n)-0,5}, i_{m(n)+0,5}] \times [d_{k(n)-1}, d_{k(n)}] & \text{при} \quad \omega_{2n-2} = 1, \omega_{2n-1} = 0; \\ [i_{m(n)-1}, i_{m(n)}] \times [d_{k(n)-1}, d_{k(n)}] & \text{при} \quad \omega_{2n-2} = 1, \omega_{2n-1} = 1. \end{cases} \qquad (6)$$

$$i_m \in \left[i^*_{m-0,5}, i^*_{m+0,5}\right], \quad d_k \in \left[d^*_{k-0,5}, d^*_{k+0,5}\right], \qquad (7)$$

где верхний индекс «*» означает заданные значения;

ω_{2n-2}, ω_{2n-1} – определяемые примитивы, характеризующие n-й участок $I-d$-кривой;

символ «×» – декартово произведение.

Применение принципа оптимальности Р. Беллмана [1] к анализу модели (1) – (7) позволяет определить примитивы наиболее вероятной $I-d$-кривой наружного воздуха

$$\Omega_2 = \left\{(\omega_0, \omega_1)_1; \ldots; (\omega_{2n-2}, \omega_{2n-1})_n; \ldots; (\omega_{2N-2}, \omega_{2N-1})_N\right\}. \qquad (8)$$

Счетное множество (8) моделирует согласно (6) последовательность процессов изовлажностного, изоэнтальпийного или политропного изменения естественного состояния наружного воздуха на протяжении года.

Модель 2. Синтез оптимальной последовательности технологических режимов в СКВ.

Требуется определить множество состояний воздуха

$$E = \left\{ t_m \middle| m = \overline{1, M} \right\}, \quad (9)$$

удовлетворяющих условию оптимальности

$$\frac{W_\Sigma^{(q)}}{c_g^{(p)} G_a^* \tau'} = \max_E \sum_{m=1}^{M} (-1)^S \left| t_m \nu_0 (t_{m-1}, t_m) - \nu_1 (t_{m-1}, t_m) \right|, \quad (10)$$

уравнениям

$$t_m = t_{m-1} + \Delta t_m, \quad m = \overline{1, M} \quad t_0 = t_0^*, \quad t_M = t_M^* \quad (11)$$

и ограничениям

$$c_g^{(p)} \Delta t_m = \begin{cases} i_m^* - i_{m-1}^* & \text{при } d_m^* = d_{m-1}^*, \quad \omega_{2m-2} = 0, \omega_{2m-1} = 1; \\ r_\sigma \left(d_{m-1}^* - d_m^* \right) & \text{при } i_m^* = i_{m-1}^*, \quad \omega_{2m-2} = 1, \omega_{2m-1} = 0; \end{cases} \quad (12)$$

$$c_g^{(p)} \Delta t_m = \left(i_m^* - i_{m-1}^* \right) + r_\sigma \left(d_m^* - d_{m-1}^* \right) \quad \text{при} \quad \begin{matrix} i_m^* \neq i_{m-1}^*, d_m^* \neq d_{m-1}^*; \\ \omega_{2m-2} = \omega_{2m-1} = 1, \end{matrix} \quad (13)$$

где $\nu_N(y, Y) = \int_y^Y t^N \varphi_t(t) dt, \quad N = 0, 1;$ (14)

t_m – температура для m-го состояния воздуха, К;

t_0^*, t_M^* – температура соответственно наружного и приточного воздуха, К;

$W_\Sigma^{(q)}$ – оценка годового энергопотребления СКВ, Дж/год;

G_a^* – среднегодовая производительность СКВ, кг/с;

$c_g^{(p)}$ – удельная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К);

τ' – годовая продолжительность эксплуатации СКВ, с;

r_σ – удельная теплота парообразования для воды, Дж/кг;

$S = 1$ при поиске минимума, характеризующего наиболее экономичный при эксплуатации вариант СКВ;

$S = 2$ при поиске максимума, характеризующего наиболее надежный вариант СКВ.

Моделирование по (9) – (14) приводит к параметрическому синтезу счетного множества характерных состояний воздуха при его оптимальной в соответствии с (10) искусственной обработке. Им соответствует последовательность примитивов, формальная запись которой имеет вид (8) с точностью до нижних индексов (отличие в N от M). Результат (8) является исходным для следующего этапа синтеза СКВ – логического проектирования.

Непосредственное опознавание образа (8) средствами логического анализа сопровождается приведением подобных, рядом расположенных примитивов по следующему правилу (импликации):

$$\langle \omega_{2m-2} = \omega_{2m} \rangle \wedge \langle \omega_{2m-1} = \omega_{2m+1} \rangle \to \begin{cases} M := M - 1, \\ \omega_{2m} = \omega_{2m+2} \\ \omega_{2m+1} = \omega_{2m+3}, \end{cases} \quad m = \overline{1, M-1}, \quad (15)$$

где символ «∧» – конъюнкция между операндами логического умножения, заключенными в угловые скобки <...>;

символ «→» – импликация;

символ «:=» – «присвоить значение».

Операция (15) позволяет использовать при классификации образа признак структуры $M_B = M$ и признак процессов, равный количеству символов «1» в полученном коде. Названные и другие инструменты логического анализа подробно описаны в [2]. Остановимся на применении порождающей матрицы.

Пусть при структурном опознавании образа СКВ после (15) и введения в опознаваемый код некоторого четного числа символов «0» произошло отображение

$$\Omega_2 \to \tilde{B}_0, \quad (16)$$

где $\tilde{B}_0 = \beta_{0,1}^* \ldots \beta_{0,K-1}^* \beta_{0,K}^* \beta_{0,K+1} \ldots \beta_{0,N-1} \beta_{0,N}$; (17)

верхний индекс «*» – информационный символ.

Если двоичный код (17) является одной из строк порождающей матрицы

$$\tilde{\Gamma} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \ldots 0 & \beta_{1,K+1} & \beta_{1,K+2} \ldots \beta_{1,N} \\ 0 & 1 \ldots 0 & \beta_{2,K+1} & \beta_{2,K+2} \ldots \beta_{2,N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 \ldots 1 & \beta_{K,K+1} & \beta_{K,K+2} \ldots \beta_{K,N} \end{Vmatrix} = \left\| (1_K) \middle| (\tilde{\Gamma}_\beta) \right\|, \quad (18)$$

то выполняется правило

$$\tilde{B}_0 \tilde{H} = 0_M, \quad (19)$$

где $\tilde{\Gamma}_\beta = \begin{Vmatrix} \beta_{1,K+1} & \beta_{1,K+2} \ldots \beta_{1,N} \\ \beta_{2,K+1} & \beta_{2,K+2} \ldots \beta_{2,N} \\ \ldots & \ldots \\ \beta_{K,K+1} & \beta_{K,K+2} \ldots \beta_{K,N} \end{Vmatrix}$;

(1_K) – единичная подматрица порядка K;

0_M – нулевой вектор-строка порядка M;

$\tilde{H} = \begin{Vmatrix} (\tilde{\Gamma}_\beta) \\ (\tilde{\Lambda}) \end{Vmatrix}$ – проверочная матрица, содержащая N строк и $M = N - K$ столбцов;

$\tilde{\Lambda} = \begin{Vmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_M \end{Vmatrix} = (1_M)$ – единичная подматрица проверочной матрицы, элементам главной диагонали которой поставлены в соответствие логические условия $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_M$, образующие формаль.

Суммирование при вычислении матричного произведения (19) осуществляется по модулю 2, т.е.

$$\mathrm{mod}_2(1+1) = 0, \ \mathrm{mod}_2(1+0) = 1, \ \mathrm{mod}_2(0+1) = 1, \ \mathrm{mod}_2(0+0) = 0, \quad (20)$$

а код (17) проверяется на четность.

Практическое применение правила (19) сводится к вычислению меры близости кода (17) с перебираемыми строками матрицы (18):

$$\rho_{0j} = \sum_{n=1}^{K} \mathrm{mod}_2(\beta_{0,n}^* + \beta_{j,n}^*) + \sum_{n=K+1}^{N} \mathrm{mod}_2(\beta_{0,n} + \beta_{j,n}), \quad (21)$$

где $j \in \{1, 2, \ldots, K\}$ – определяемый при опознавании номер кода;

ρ_{0j} – расстояние по Хеммингу.

Согласно (19) для найденного номера j

$$\rho_{0j} = 0. \quad (22)$$

Если не удается найти код, удовлетворяющий (22), то для найденного в процессе перебора j-го кода с минимальным расстоянием по Хеммингу

$$\rho^*_{0j} = \min_j \{\rho_{01}, \rho_{02}, \dots \rho_{0K}\} \quad (23)$$

следует проверить возможность исправления (17). Корректирующие коды [3] в предложенной порождающей матрице [2] позволяют надежно обнаруживать два ошибочных символа, исправлять два «стёртых» (не «0» и не «1») и исправлять одну ошибку при отсутствии «стираний».

Рассмотрим примеры, для которых в системе координат I0d задана сеточная область

$$A_{id} = A_i \times A_d, \quad (24)$$

где A_i – счетное множество значений энтальпии воздуха, кДж/кг;

A_d – счетное множество значений влагосодержания воздуха, г/кг.

Описание плотностей распределения вероятности энтальпии, влагосодержания и температуры принято для Москвы по [5].

Пример 1.

$A_i = \{-19{,}0; -8{,}0; -4{,}0; 10{,}0; 17{,}6; 18{,}4; 20{,}5; 24{,}4; 27{,}1; 27{,}9; 40{,}0; 52{,}5\}$;

$A_d = \{0{,}40; 2{,}00; 3{,}00; 4{,}00; 4{,}75; 5{,}20; 5{,}32; 6{,}05; 6{,}15; 8{,}00; 9{,}60\}$;

в (7) $i_m \in A_i$, $d_k \in A_d$.

Определить наиболее вероятную последовательность изменения состояния наружного воздуха в течение года.

По модели 1 и в результате применения правила (15) получены элементы $I - d$-кривой естественного годового изменения состояния воздуха и соответствующие им примитивы, которые представлены в табл. 1.

Пример 2.

$A_i = \{-19{,}0; -8{,}0; -4{,}0; 10{,}0; 18{,}4; 24{,}4\}$;

$A_d = \{0{,}40; 2{,}00; 3{,}00; 4{,}00; 4{,}75; 5{,}20; 5{,}32\}$;

$t_0^* = -20{,}0$ °C; $t_M^* = 11{,}1$ °C.

Определить оптимальную последовательность состояний кондиционируемого воздуха и обеспечивающие ее процессы искусственной обработки.

Применение модели 2 и правила (15) приводит к результирующей табл. 2. Она содержит элементы кода, используемые при его опознавании. Анализ показал, что порождающая матрица [2] содержит код $\tilde{B}_3 = (0_5)(10)(0_8)(11)(01)(0_2)$ с аналогичной при $S = 1$ последовательностью примитивов. Скобки в запись кода введены для облегчения восприятия последовательности процессов функционирования СКВ, представленной в табл. 2. Сравнение данных табл. 1 и 2 показывает, что $E(1) \subset D_1$, т.е. множество $E(1)$ содержит наиболее вероятные состояния наружного воздуха, искусственное получение которых требует при $S = 1$ минимальных затрат. Напрашивается вывод о применении управляемого нагрева воздуха при состояниях $E(1)$.

Таблица 1

Вероятные состояния наружного воздуха и их кодирование (пример 1)

Множество состояний	Энтальпия, кДж/кг	Влагосодержание, г/кг	Элемент кода (примитив)
D_1	$-19{,}0 < i < 10{,}0$	0,40	01
D_2	10	$0{,}40 < d < 2{,}00$	10
D_3	$10{,}0 < i < 40{,}0$	2,00	01
D_4	40	$2{,}00 < d < 9{,}60$	10
D_5	$40{,}0 < i < 52{,}5$	9,60	01

Таблица 2

Состояния кондиционируемого воздуха и их кодирование (пример 2)

Экстремум (S)	Множество состояний	Энтальпия, кДж/кг	Влагосодержание, г/кг	Элемент кода (примитив)	Процесс
min (1)	$E(1)$	$-19{,}0 < i < -4{,}0$	0,40	01	Н1
	$E(2)$	$-4{,}0 < i < 24{,}4$	$0{,}40 < d < 4{,}00$	11	Р
	$E(3)$	24,4	$4{,}00 < d < 5{,}32$	10	ИЭУв
max (2)	$E(1)$	$-19{,}0 < i < 10{,}0$	0,40	01	Н1
	$E(2)$	10,0	$0{,}40 < d < 4{,}00$	10	ИЭУв
	$E(3)$	$10{,}0 < i < 18{,}4$	4,00	01	Н2
	$E(4)$	18,4	$4{,}00 < d < 5{,}32$	10	ИЭУв

Примечание. Н1, Н2 – нагрев воздуха первый и второй соответственно; Р – рециркуляция; ИЭУв – изоэнтальпийное увлажнение.

Анализ табл. 2 при $S = 1$ и $S = 2$ показывает, что для уменьшения затрат требуется ограничивать первичный нагрев воздуха, а для повышения надежности – увеличивать его и вводить вторичный нагрев с дополнительным изоэнтальпийным увлажнением, заменяя рециркуляцию.

Предлагаемый подход распространяется на математическое обеспечение интерактивных процедур синтеза, которые инвариантны к описанию процессов переноса тепла и влаги в элементах СКВ. Названные процедуры создают условия для целенаправленного формирования образа проектируемого объекта на основе генерируемых структурных вариантов. Они объясняют (или подтверждают) интуитивный выбор разработчика, который решает задачу многокритериальной оптимизации. Потребность в таких процедурах очевидна на ранних стадиях проектирования, когда необходимо обоснование расчетных режимов функционирования разрабатываемого объекта.

Список литературы

1. *Беллман Р.* Динамическое программирование. – М.: Изд. иностр. лит-ры, 1960.
2. *Золотарев Ю.Н.* Логический анализ систем кондиционирования воздуха // Вестник международной академии холода, 2002. № 4.
3. *Пирсон У.* Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1964.
4. *Рымкевич А.А.* Системный анализ оптимизации общеобменной вентиляции и кондиционирования воздуха. – М.: Стройиздат, 1990.
5. *Сотников А.Г.* Системы кондиционирования и вентиляции с переменным расходом воздуха. – Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1984.