

## Раздел 2. ПИЩЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.57.01

# Модель и аналитическое описание процесса сублимационной сушки полидисперсных материалов

Канд. техн. наук Г.В. СЕМЕНОВ

Московский государственный университет прикладной биотехнологии

***A physical model of sublimation of the dispersion material is proposed together with the relationships as obtained on its base for the determination of the length of the process.***

Обезвоживание термолabileльных объектов сублимацией льда в вакууме обеспечивает высокую степень сохранности в высушенном материале его нативных свойств. По этой причине остаются актуальными исследования, направленные на дальнейшее развитие научных основ теплообменных процессов сублимации. При всем многообразии ассортимента особое место занимают пищевые продукты жидкой либо пастообразной консистенции. Именно они представляют наибольший интерес в практическом плане для консервирования сублимационной сушкой. Это фруктовые и растительные соки и пюре, кисломолочные продукты и творог, мясной и рыбный фарш, экстракты чая и кофе. Для данных видов сырья современной и прогрессивной является технология сушки жидких и пастообразных материалов, замороженных в виде дисперсных частиц-гранул [5]. Существует много технических решений, позволяющих получать замороженные полидисперсные материалы, в том числе и с регулируемым гранулометрическим составом.

Ранее нами была предложена физическая модель сушки слоя гранулированного материала при кондуктивном теплоподводе, в основу которой положена высокая теплопроводность слоя, отсутствие перепада температуры и давления паров по толщине [1]. Эта закономерность имеет место при определяющем размере частиц  $3 \cdot 10^{-3}$  м и крупнее, а также при некотором ограничении интенсивности теплоподвода к объекту сушки. Однако, как показывает опыт, такое приближение является достаточно грубым и оставляет за рамками анализа реальные процессы, связанные с перестройкой (уплотнением) внутренней структуры слоя дисперсных частиц в ходе сушки. Очевидно, что в таком случае теплофизические свойства материала уже

нельзя характеризовать некоторыми средними значениями, постоянными во времени. Возникает необходимость включения в рассмотрение новых модельных представлений об изменяющейся структуре подвергаемого сушке материала.

Результатом наших дальнейших исследований являлась модель сушки дисперсного материала, в которой учтены гранулометрический состав и связанное с этим возможное изменение давления по толщине слоя. Таким образом, рассматриваемая картина процесса учитывает все ситуации, возникновение которых возможно с изменением размера образующих слой частиц и режимов сушки, например интенсивный энергоподвод к слою сушки дисперсного материала от СВЧ-источника. Предлагаемая нами физическая модель позволит определить длительность сублимационной сушки гранулированного материала при одновременном продвижении навстречу друг другу двух поверхностей фазового перехода «лед – пар», а также при изменяющихся во времени коэффициентах переноса теплоты и массы. В процессе высушивания слой дисперсных частиц имеет постоянную по толщине температуру  $t_0$ , соответствующую по кривой равновесия давлению в аппарате  $p_0$ . Это давление поддерживается постоянным в течение всего процесса. Температура греющей поверхности  $t_w$  также поддерживается постоянной (обычно величина  $t_w$  выбирается равной предельно допустимому значению температуры для данного продукта). Принципиальная схема развития процесса сублимации в этих условиях представлена на рис. 1.

Физическая модель процесса строится на основе следующих допущений:

1. Высушиваемый материал рассматривается как ка-

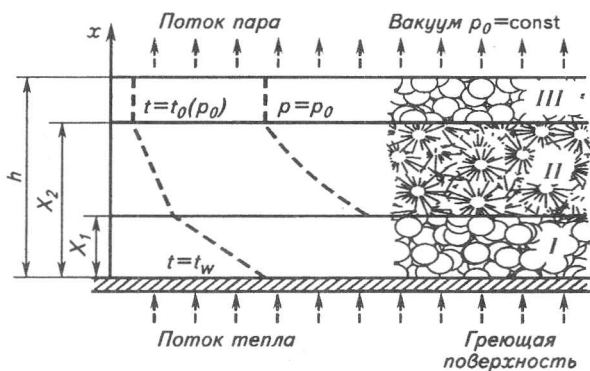


Рис. 1. Сублимация гранулированного материала на греющей поверхности при ограниченной теплопроводности замороженной зоны: I, III – области осушенного материала; II – область замороженного материала;  $p_0$  – давление в камере;  $t_0$  – равновесная температура;  $t_w$  – температура греющей поверхности;  $X_1$ ,  $X_2$  – координаты границ фазового перехода;  $h$  – толщина слоя

пиллярно-пористое тело с ограниченной паропроницаемостью, образованное дисперсными частицами – гранулами с характерным размером  $D$  (слой).

2. В процессе сублимационной сушки может происходить перераспределение массы влаги по толщине замороженной зоны слоя вследствие частичной десублимации пара на поверхности гранул. При этом в слое возникают две границы фазового перехода:  $X_1$  и  $X_2$ , перемещающиеся соответственно от внутренней и внешней поверхности слоя навстречу друг другу.

3. Поверхности сублимации являются четкими границами раздела между осушенной и замороженной зонами.

4. Фазовый переход происходит лишь на границах раздела между осушенной и замороженной зонами, при этом границы раздела продвигаются параллельно греющей поверхности.

5. Теплота, подводимая через осушенный слой к внутренней границе раздела  $X_1$ , частично затрачивается на сублимацию льда на этой границе, а частично передается через замороженную зону к внешней границе  $X_2$ , где также расходуется на фазовый переход.

6. Задача рассматривается как одномерная: перенос теплоты осуществляется только в направлении оси  $X$ .

Принципиальную новизну в модель вносит первое из сделанных допущений. Поскольку в рамках нашего рассмотрения паропроницаемость слоя является конечной величиной, в слое возникают градиент давления пара и соответствующий ему градиент равновес-

ной температуры на поверхности образующих слой частиц. Выделяющийся вблизи греющей поверхности пар, перемещаясь в порах слоя по направлению к его внешней границе, обтекает гранулы, температура которых ниже температуры насыщения пара. В этих условиях происходит частичная десублимация пара на поверхности гранул.

В соответствии с рассматриваемой физической моделью процесса сублимации дисперсного материала и с учетом принятых допущений предлагается ее аналитическое описание. В начальный момент времени на теплоподводящей поверхности мгновенно устанавливается температура  $t_w$ , которая не изменяется во времени, при этом  $t_w > t_0$ . Через некоторый временной интервал вблизи внутренней и внешней границ слоя образуются осушенные слои переменной толщины  $X_1(\tau)$  и  $X_2(\tau)$ , перемещающиеся навстречу друг другу. Внешняя граница раздела фаз  $X_2$  имеет постоянную температуру  $t_0(p_0)$ . Температура  $t_1$  внутренней границы  $X_1$  связана уравнением Клапейрона – Клаузиуса с давлением  $p_1$ , значение которого не задано;  $t_w > t_0$ ;  $p_1 > p_0$ . Коэффициенты переноса осушенной и замороженной зон различны, при этом коэффициенты переноса замороженной зоны изменяются во времени и по координате. Перенос теплоты в замороженной зоне осуществляется потоком пара (конвекцией) и теплопроводностью.

Развитая в настоящее время общая теория внутреннего тепло- и массопереноса базируется на понятии единого потенциала переноса влаги  $\theta^*$ , объединяющего все потенциалы возможных элементарных переносов влаги внутри влажного капиллярно-пористого тела [2]. Согласно этой теории нестационарные поля влагосодержания и температуры внутри капиллярно-пористого влажного тела определяются системой дифференциальных уравнений сохранения влаги и теплоты, которые при неизменяющихся значениях коэффициентов переноса имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} &= a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 \theta); \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= a \nabla^2 \theta + \varphi \frac{r}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $a_m$  – коэффициент теплопроводности;

$\delta$  – термоградиентный коэффициент переноса;

$u$  – влагосодержание (льдосодержание) материала;

$\theta$  – безразмерная температура;

$c$  – теплоемкость;  
 $r$  – теплота фазового перехода.

Последнее слагаемое второго уравнения системы (1) соответствует источнику (стоку) теплоты за счет внутреннего фазового перехода влаги. Соответственно в (1)

введен критерий фазового превращения  $\varphi = \frac{du_\phi}{du}$ , который представляет собой отношение количества влаги, участвующей в фазовом переходе (мощность источника), к общему изменению массы влаги во внутренней точке влажного материала. При  $\varphi = 0$  фазовые превращения отсутствуют и влага перемещается в объеме влажного тела только за счет движения жидкой фазы. Если же  $\varphi = 1$ , то изменение влагосодержания происходит только за счет испарения и конденсации, а перемещение жидкой влаги отсутствует.

Вернемся к рассмотрению нашей задачи с учетом изложенных представлений. В осушенной зоне I (см. рис. 1), примыкающей к греющей поверхности, перенос массы отсутствует. Математическая постановка задачи для этой области будет включать уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad (\tau > 0; 0 < x < X_1) \quad (2)$$

с начальным условием

$$\tau = 0; 0 \leq x \leq X_1; t_1 = t_0(p_0) = \text{const} \quad (3)$$

$$\text{и граничными } \tau > 0; x = 0; t_1 = t_w = \text{const}; \quad (4)$$

$$\tau > 0; x = X_1; t_1(X_1, \tau) = t_2(X_1, \tau) \text{ условиями.}$$

Для описания процессов переноса теплоты и массы в замороженной зоне использовали систему уравнений (1) с учетом физического содержания задачи. В рассматриваемом случае перенос влаги через замороженную зону осуществляется потоком пара. В этих условиях, очевидно, обобщенный потенциал переноса влаги приобретает смысл парциального давления пара:  $\theta^* \equiv p$ , а коэффициент влагопроводности может быть интерпретирован как коэффициент паропроводности слоя:  $\lambda_m \equiv \mu$ . Влагосодержание в данном случае представляет собой льдосодержание материала, под которым понимается содержание влаги в виде льда в единице объема слоя ( $\rho_n = \rho_0 u$ ).

В соответствии с уравнением массопереноса – первое уравнение в системе (1) – изменение локального влагосодержания во времени есть результат действия двух механизмов: макроскопического переноса влаги в

форме капельной жидкости и фазового перехода. В нашем случае в отличие от атмосферной сушки перемещение капельной влаги в слое отсутствует, поэтому логично принять  $\varphi = 1$ . При этом локальное влагосодержание может изменяться только за счет фазового перехода, т.е. в уравнении массопереноса можно пренебречь членом, ответственным за движение жидкости, и считать, что

$$\nabla^2 u \ll \delta \nabla^2 \theta \quad (5)$$

или

$$\nabla^2 \rho_n \ll \left( \frac{dp}{dt} \right) \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Массоёмкость материала – это максимальное содержание жидкости в единице объема пористого тела [4]:

$$c_m = V_m / V, \quad (6)$$

где  $V$  – объем слоя;

$V_m$  – часть объема, которая может быть заполнена жидкостью.

Соотношение (6) по существу определяет суммарный объем пустот (пор) в единице объема, то есть порозность тела  $\epsilon$ . Таким образом, под массоёмкостью в рассматриваемом случае следует понимать порозность слоя:  $c_m = \epsilon$ . С учетом сделанных замечаний и принятых допущений, а также переменности коэффициентов переноса система (1) для замороженной зоны ( $\tau > 0; X_1 < x < X_2$ ) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_n}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right) \frac{\partial t}{\partial x} \right]; \\ \rho_n C_m \frac{\partial t}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{II} \frac{\partial t}{\partial x} \right) + r \frac{\partial \rho_n}{\partial \tau}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Начальные условия:

$$\rho_n(0, x) = \rho_0; t(0, x) = t_0(p_0). \quad (8)$$

Граничные условия:

$$\rho_n(X_1, \tau) = \rho_n(X_2, \tau) = 0; \quad (9)$$

$$t_1(X_1, \tau) = t_{II}(X_1, \tau); t_{II}(X_2, \tau) = t_0(p_0) = \text{const}. \quad (10)$$

Кроме того, задача включает условия Стефана на подвижных границах раздела фаз – «особые» геометрические граничные условия [2]:

$$\tau > 0; x = X_1;$$

$$\frac{dX_1}{d\tau} = \frac{1}{\rho_n r} \left[ \lambda_I \frac{\partial t_I(x, \tau)}{\partial x} - \lambda_{II}(x, \tau) \frac{\partial t_{II}(x, \tau)}{\partial x} \right]; \quad (11)$$

$$\tau > 0; x = X_2;$$

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \frac{1}{\rho_n r} \lambda_{II}(x, \tau) \frac{\partial t_{II}(x, \tau)}{\partial x}, \quad (12)$$

где  $\rho_n$  – льдосодержание, т.е. количество удаляемого

льда (влаги) сублимацией из единицы объема высушиваемого материала.

Термоградиентный коэффициент, входящий в (7) в форме зависимости давления пара от температуры, определяется уравнением Клапейрона – Клаузиуса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{R} \frac{p}{T^2}. \quad (13)$$

Объединение уравнений массо- и теплопереноса, образующих систему (7), приводит (при  $\frac{dp}{dT} \equiv \frac{dp}{dt}$ ) к следующему соотношению:

$$\rho_{II} C_{II} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left[ \lambda_{II} + r\mu \left( \frac{dp}{dt} \right) \right] \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) \right]. \quad (14)$$

В этом случае величина  $r\mu \left( \frac{dp}{dT} \right)$  приобретает смысл некоторой дополнительной, эффективной теплопроводности замороженной зоны  $\lambda_{IIeff}$  учитывающей перенос теплоты фазового перехода с потоком пара. Тогда для замороженной зоны окончательно имеем

$$\rho_{II} C_{II} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\lambda_{II} + \lambda_{IIeff}) \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) \right]. \quad (15)$$

Таким образом, задача сводится к решению единой для осушенной и замороженной зон системы уравнений, но с различными коэффициентами переноса, значения которых скачкообразно изменяются на межфазной границе. При этом координаты межфазных границ определяются в ходе решения задачи. Включение в рассмотрение зависимости теплофизических свойств от структурных характеристик слоя, изменяющихся во времени и по толщине, особых граничных условий (11) и (12), а также трансцендентного уравнения (13) относит задачу к классу нелинейных. Для определения продолжительности сушки в рассматриваемых условиях необходимо найти законы продвижения поверхностей фазового перехода  $X_1(\tau)$  и  $X_2(\tau)$ , которые определяются условиями теплового баланса на подвижных границах (условиями Стефана), т.е. фактически распределением температуры в осушенной (I) и замороженной (II) зонах (см. рис.1).

Сложность задачи, обусловленная указанными факторами, исключает возможность строгого аналитического решения. Однако даже и численное решение, которое при сегодняшнем развитии вычислительных методов вполне реально, следует рассматривать как достаточно значимый результат. Нами предложены алгоритм численного решения и расчетная схема с использованием разностного метода [4]. Выполненное нами численное решение позволило с достаточной для

инженерных расчетов точностью определить время сушки и выполнить количественный анализ влияния на него основных режимных параметров процесса.

Обратимся теперь к рассмотрению некоторых результатов расчета. На рис.2 представлены полученные расчетным путем кривые распределения температуры высушиваемого материала гранул диаметром от 1 до 6 мм.

Судя по результатам, сделанные предположения о том, что коэффициент паропроводности является величиной конечной и изменяющейся в ходе сушки, приводят к необходимости пересмотра и корректировки некоторых традиционных представлений о характере развития процесса. Замороженная зона слоя в рассматриваемом случае уже не является зоной изотермичности, в ней возникает градиент температуры, причем падение температуры оказывается заметной величиной на порядок градусов. Характерно, что перепад температуры в замороженной зоне слоя оказывается тем больше, чем меньше размер образующих слой частиц. Эта тенденция находит четкое объясне-

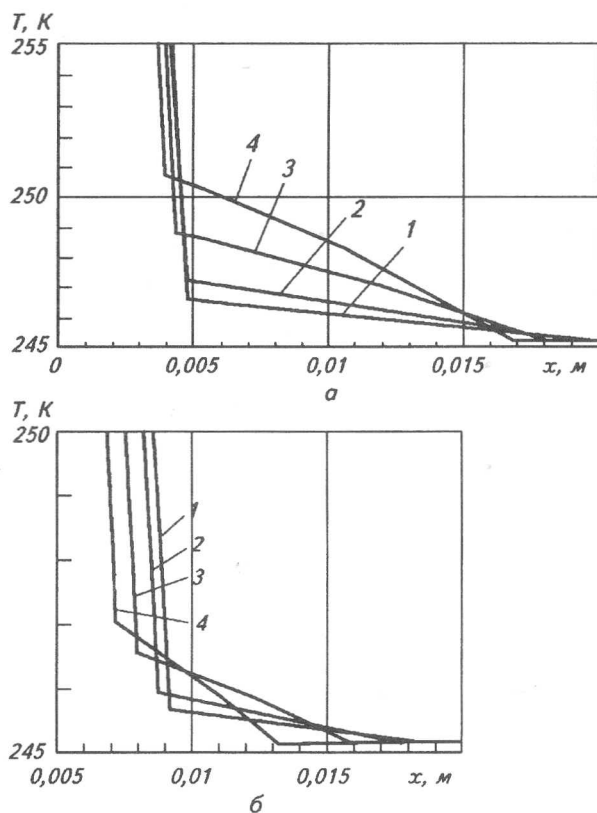


Рис. 2. Распределение температуры в замороженном слое гранул различного диаметра (а – сушка ~ 1 ч; б ~ 4 ч):  
1 –  $6 \cdot 10^{-3}$  м; 2 –  $4 \cdot 10^{-3}$  м; 3 –  $2 \cdot 10^{-3}$  м;  
4 –  $1 \cdot 10^{-3}$  м;  
T – температура материала; x – текущая координата

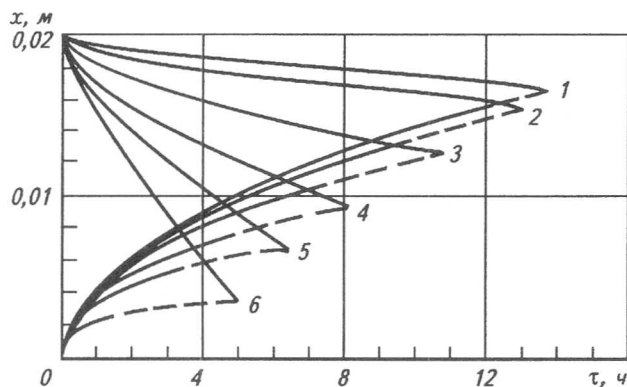


Рис. 3. Влияние размера гранул ( $D$ ) на положение границы замороженной зоны:  
 1 —  $6 \cdot 10^{-3}$  м; 2 —  $4 \cdot 10^{-3}$  м; 3 —  $2 \cdot 10^{-3}$  м; 4 —  $1 \cdot 10^{-3}$  м;  
 5 —  $5 \cdot 10^{-4}$  м; 6 —  $1 \cdot 10^{-4}$  м;  
 - - -, — продвижение границы фазового перехода соответственно от греющей поверхности и внешней стороны слоя

ние в рамках предложенной модели сублимационной сушки, согласно которой с ростом степени измельченности высушиваемого материала должен снижаться коэффициент паропроводности, пропорционально увеличиваются градиент давления и связанный с ним градиент температуры.

На рис. 3 показана зависимость положения границ замороженной зоны от времени при различных диаметрах гранул, первоначально образующих слой.

Представленные результаты показывают, что заложенное в алгоритм расчета требование об учете неравномерности распределения температуры и давления пара в слое коренным образом может изменить характер процесса по сравнению с ходом его в традиционных моделях. Так, график (см. рис. 3) наглядно иллюстрирует факт наличия двух границ фазового перехода, продвигающихся от внешней границы слоя и от греющей поверхности навстречу друг другу. Важно отметить, что с уменьшением диаметра гранул скорость продвижения внешней межфазной границы становится сопоставимой со скоростью распространения фронта от теплоподводящей поверхности и даже может превосходить последнюю. При этом полная длительность процесса сокращается по сравнению со временем обезвоживания, определенным известными методами. Этот результат представляется на первый взгляд не вполне очевидным.

Действительно, с уменьшением размера частиц возрастает порозность, что вызывает, с одной стороны, снижение эффективной теплопроводности осушенной зоны, с другой — уменьшается градиент температуры в этой зоне. Как следствие, уменьшается плотность теплового потока, подводимого к замороженному ма-

териалу через осушенную зону. При этом продолжительность сушки, казалось бы, должна возрастать. Однако расчет (см. рис. 3) дает обратный результат. Кажущееся противоречие разрешается, если привлечь к рассмотрению развитые модельные представления о перестройке внутренней структуры замороженной зоны.

По мере уменьшения размера гранул все более существенным становится эффект уплотнения слоя за счет переконденсации влаги; обрабатываемый материал все в большей степени приближается по своим характеристикам к монолиту. Энергия в данном случае подводится через осушенный слой к материалу, близкому по своим свойствам к сплошному замороженному образцу продукта. В результате реализуется специфический процесс, который по способу энергоподвода оказывается в промежуточном положении между двумя «классическими» случаями — через осушенный слой и через замороженный слой. Хорошо известно, что продолжительность сублимации слоя в первом случае в несколько раз больше, чем во втором [5]. Очевидно, именно этим следует объяснить сокращение длительности сушки и сопоставимость темпов продвижения внешней и внутренней границ фазового превращения с уменьшением размера гранул. В предельном случае, соответствующем полному смерзанию мелких частиц, мы будем иметь сушку в монолитном слое со всеми присущими такому процессу особенностями.

Таким образом, предложенная нами физическая модель сублимации дисперсного материала и полученные на ее основе расчетные зависимости для определения продолжительности процесса позволяют количественно оценить специфические явления, связанные с различными гранулометрическими свойствами объектов сушки и уровнем энергоподвода.

### Список литературы

1. Камовников Б.П., Розенштейн Н.Д., Семенов Г.В. Исследование процесса сушки и оптимизация сублимационных установок, перерабатывающих гранулированные пищевые продукты // Холодильная техника. 1976. № 1.
2. Лыков А.В. Теория сушки. — М.: Энергия, 1968.
3. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1969.
4. Мак-Кракин Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. — М.: Мир, 1977.
5. Постольски Л., Груда З. Замораживание пищевых продуктов. — М.: Пищевая промышленность, 1978.