

УДК 621.362: 537.322

# Модель термоэлектрической системы для криотермоапликации

Д-р техн.наук, проф., академик МАХ Т.А. ИСМАИЛОВ, канд.техн.наук О.В. ЕВДУЛОВ, М.А. ХАЗАМОВА  
Дагестанский государственный технический университет

**A mathematical model of a thermoelectrical system for cryogenic thermal application has been considered. Results of a numerical experiment are presented.**

Биология и медицина с самого начала практического использования эффекта Пельтье являются областями его эффективного приложения. Такие преимущества термоэлектрических систем (ТЭС), как бесшумность, отсутствие движущихся частей и токсичных хладагентов, а также высокая надежность, предопределили их использование в различных направлениях медицины и биологии [1].

Среди существующих в настоящее время областей применения ТЭС в медицине необходимо выделить прежде всего процедуры, связанные с локальным тепловым воздействием (криотермоапликацию). Это в наивысшей степени соответствует природе эффекта Пельтье как локального источника теплоты и холода и широко используется в физиотерапии, хирургии, невропатологии, косметологии.

Большую роль в анализе работы ТЭС, применяемых для криотермоапликации, играет знание не только стационарных характеристик прибора, но и особенностей переходных процессов системы прибор – объект воздействия. Это связано с необходимостью оценки такого показателя функционирования ТЭС, как продолжительность выхода на заданный режим работы, а также определения динамических характеристик прибора.

Для оценки указанных показателей построена квазистационарная модель переходного процесса, которая рассматривает ТЭС как единую совокупность элементов – теплообменных устройств (радиаторов), термоэлектрической батареи (ТЭБ), теплоизоляции, обеспечивающих снижение температуры биологического объекта до необходимой величины за требуемое время.

Рассмотрим ТЭС для криотермоапликации, тепловая модель которой изображена на рис.1. В ней ТЭБ

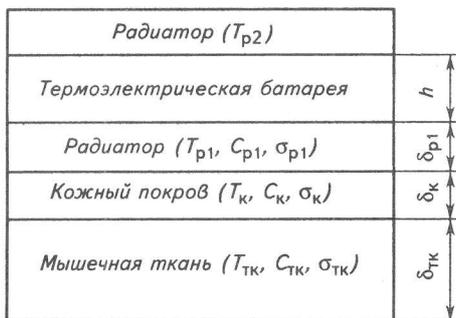


Рис. 1. Тепловая модель ТЭС для криотермоапликации

через радиатор с теплоемкостью  $C_{p1}$  и тепловой проводимостью  $\sigma_{p1}$  первым (внутренним) спаем сопряжена с объектом воздействия, упрощенно представленным в виде двухслойной структуры, состоящей из кожного покрова и мышечной ткани, имеющих соответственно теплоемкость  $C_k$ ,  $C_{тк}$  и тепловую проводимость  $\sigma_k$ ,  $\sigma_{тк}$ . Температура внешнего спаа ТЭБ посредством воздушного либо жидкостного теплообменного аппарата (радиатора) поддерживается при определенной не изменяющейся во времени величине  $T_{p2}$ . Через ТЭБ протекает ток постоянной плотности  $j$ . Кроме того, предполагается, что теплообмен между тканью и кровью происходит в любой точке рассматриваемого биологического объекта и характеризуется удельной мощностью объемных источников теплоты соответственно для кожного покрова  $P_k$  и мышечной ткани  $P_{тк}$ .

Математическая реализация модели определяется системой следующих дифференциальных уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_{p1}}{d\tau} &= \left[ \frac{1}{C_{p1}} \sigma_{p1} (T_k - T_{p1}) + \left[ qejT_{p1} + \frac{1}{2} j^2 \rho h + \frac{\lambda}{h} (T_{p2} - T_{p1}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{p1} (T_{cp} - T_{p1}) \right]; \\ \frac{dT_k}{d\tau} &= \frac{1}{C_k} [\sigma_{p1} (T_{p1} - T_k) + \sigma_k (T_{тк} - T_k) + P_k]; \\ \frac{dT_{тк}}{d\tau} &= \frac{1}{C_{тк}} [\sigma_k (T_k - T_{тк}) + P_{тк}], \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $T_{p1}$  – температура радиатора, имеющего тепловой контакт с биологическим объектом;

$T_k$  – температура кожного покрова;

$q = -1$  при функционировании ТЭБ в режиме охлаждения объекта воздействия,  $q = 1$  – в режиме нагрева объекта воздействия;

$e$  – коэффициент термо-ЭДС термоэлементов в ТЭБ;

$\rho$  – удельное электрическое сопротивление ТЭБ;

$h$  – высота термоэлементов в ТЭБ;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала ТЭБ;

$T_{cp}$  – температура окружающей среды;

$T_{тк}$  – температура мышечной ткани.

Начальные условия задаются, исходя из предположения, что в начальный момент времени ТЭС нахо-

дится в термодинамическом равновесии с окружающей средой и температура всех точек системы равна температуре среды, а объект воздействия имеет температуру, равную 309 К.

Решение системы (1) осуществлено численным образом в пакете прикладных программ MATHCAD с применением алгоритма Рунге-Кутты четвертого порядка. В расчетах использовали следующие исходные данные:

$$e = 350 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}; h = 0,002 \text{ м}; \lambda = 3 \text{ Вт/(м·К)};$$

$$\rho = 0,0001 \text{ Ом·м}; C_p = 380 \text{ Дж/(кг·К)};$$

$$C_k = 3600 \text{ Дж/(кг·К)}; C_{тк} = 3458 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

При этом тепловые проводимости определяли по формулам:

$$\sigma_{p1} = \frac{\lambda_{p1} S}{\delta_{p1}}; \sigma_k = \frac{\lambda_k S}{\delta_k}; \sigma_{тк} = \frac{\lambda_{тк} S}{\delta_{тк}}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{p1}, \lambda_k, \lambda_{тк}$  – коэффициент теплопроводности соответственно радиатора, кожного покрова и мышечной ткани;

$S$  – площадь поверхности соприкосновения ТЭС для криотермоаппликации и биологического объекта воздействия,  $\text{м}^2$ ;

$\delta_{p1}, \delta_k, \delta_{тк}$  – толщина соответственно радиатора, кожного покрова и слоя мышечной ткани, м.

Численные значения исходных величин в выражении (2) принимались следующими:

$$\lambda_{p1} = 200 \text{ Вт/(м·К)}; \lambda_k = 0,389 \text{ Вт/(м·К)};$$

$$\lambda_{тк} = 0,2 \text{ Вт/(м·К)}; S = 0,015 \text{ м}^2; \delta_{p1} = 0,02 \text{ м};$$

$$\delta_k = 0,002 \text{ м}; \delta_{тк} = 0,03 \text{ м}.$$

На рис. 2, 3 приведены результаты расчета теплового поля системы прибор – объект воздействия в зависимости от времени при  $T_{cp} = T_{p2} = 293 \text{ К}$  для случая функционирования ТЭС в режиме охлаждения (рис.2) и режиме нагрева (рис.3) биологического объекта. Рассмотрен временной ход температуры радиатора на внутреннем спае ТЭБ, кожного покрова и мышечной ткани. Как следует из представленных данных, зависимости носят монотонный характер – убывающий при работе ТЭБ в режиме охлаждения и возрастающий при использовании ТЭБ в режиме нагрева биологического объекта. Согласно приведенным графикам температура радиатора и кожного покрова достаточно быстро стабилизируется (в рассмотренном случае при охлаждении продолжительность выхода на стационарный режим температуры радиатора и кожного покрова составляет соответственно 93 и 120 с, а при нагреве – 72 и 96 с), что связано с малой теплоемкостью и высокой тепловой проводимостью радиатора, а также малой толщиной кожного покрова. Кожный покров насыщен тепловыми рецепторами и является непосредственным объектом криотермоаппликации. Несомненные преимущества применения ТЭС для криотермоаппликации связаны прежде всего с малой инерционностью теплового воздействия.

На рис. 4 изображены графические зависимости изменения во времени температуры кожного покрова

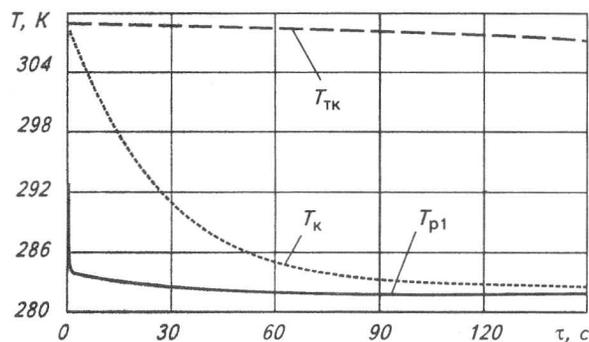


Рис. 2. Изменение температуры радиатора при тепловом контакте с биологическим объектом, кожного покрова, мышечной ткани во времени при работе ТЭС в режиме охлаждения

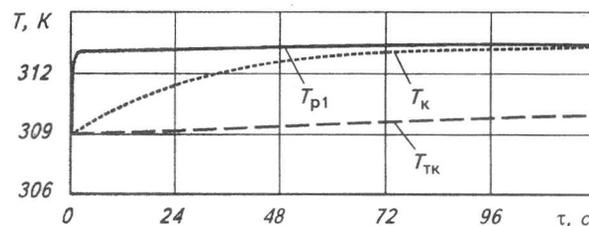


Рис. 3. Изменение температуры радиатора при тепловом контакте с биологическим объектом, кожного покрова, мышечной ткани во времени при работе ТЭС в режиме нагрева

при различных величинах тока питания ТЭБ  $I \left( j = \frac{I}{S} \right)$ .

Данные приведены для случая локального охлаждения и нагрева объекта воздействия. Как следует из рассмотренных зависимостей продолжительность стабилизации температуры кожного покрова в рассмотренном диапазоне токов постоянна и составляет около 120 с. На рис. 4 хорошо прослеживается зависимость уровня охлаждения кожного покрова от величины тока питания. Из графиков, описывающих временной ход температуры кожного покрова, следует, что при изменении силы тока от 0 до оптимального значения, при котором происходит максимальное понижение температуры на холодном спае ТЭБ (в данном случае 2 А), отношение изменения температуры к изменению силы тока уменьшается. Так, для указанного случая (по достижении стац-

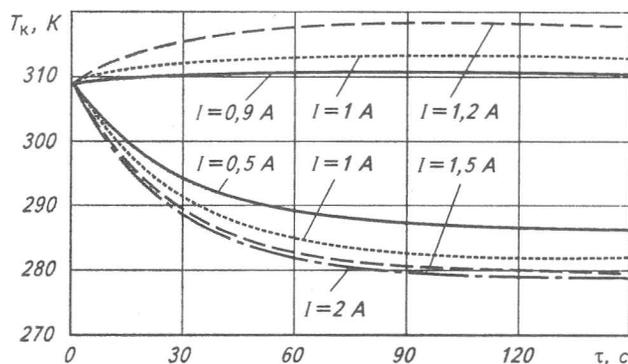


Рис. 4. Изменение температуры кожного покрова во времени при различных величинах тока питания

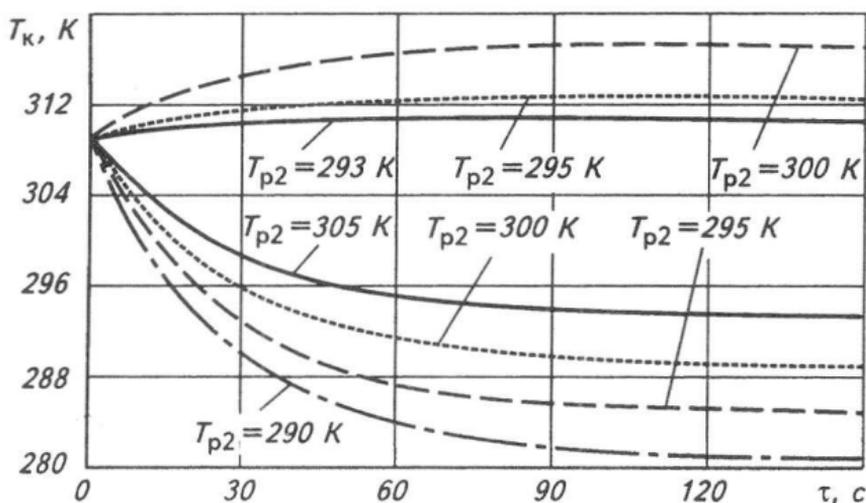


Рис. 5. Изменение температуры кожного покрова во времени при различных температурах радиатора на внешнем слое ТЭС

онарного режима) при увеличении тока питания с 0,5 до 1 А температура кожного покрова понижается с 286,5 до 282,5 К, увеличение силы тока с 1 до 1,5 А понижает температуру с 282,5 до 280 К, а повышение тока питания с 1,5 до 2 А снижает температуру до 279,5 К. Дальнейшее увеличение силы тока вызывает превалирование теплоты Джоуля над теплотой Пельтье, повышающее температуру объекта воздействия. Таким образом, при фиксированной температуре  $T_{p2}$  ТЭС предельное снижение температуры биологического объекта ограничено величиной оптимального для данного типа ТЭБ тока питания. Получить более глубокое понижение температуры объекта воздействия можно, уменьшив значение  $T_{p2}$ . На рис. 5 показано изменение температуры кожного покрова во времени для различных значений  $T_{p2}$  при работе ТЭС в режиме охлаждения и нагрева (ток питания – 0,9 А). При рассмотрении данных, представленных на рис. 4 и 5, следует, что для понижения температуры кожного покрова, например, до 280 К при температуре  $T_{p2} = 290$  К нужен ток на 0,6 А меньше, чем при стабилизации  $T_{p2}$  на уровне 293 К. Вместе с тем уменьшение температуры внешнего спая ( $T_{p2}$ ) требует увеличения тока питания ТЭБ при ее работе в режиме нагрева биологического объекта для получения такой же температуры кожного покрова. Однако требуемое увеличение тока питания ТЭБ незначительно. При этом потребление электрической энергии при работе ТЭС в режиме охлаждения намного меньше, чем при работе ТЭС в режиме нагрева биологического объекта.

### Список литературы

1. Малкович Б.Е.-Ш. Термоэлектрические охлаждающие приборы в медицине: по материалам патентной документации СССР и России. Сборник докладов VII Межгосударственного семинара «Термоэлектрики и их применение». – СПб.: ФТИ РАН им. А.Ф. Иоффе, 2000.
2. Тахистов Ф.Ю. Квазистационарная модель переходного процесса термоэлектрической системы охлаждения. Сборник докладов VII Межгосударственного семинара «Термоэлектрики и их применение». – СПб.: ФТИ РАН им. А.Ф. Иоффе, 2000.