

УДК 663.065

Кинетика процессов блочного вымораживания из растворов

Д-р техн. наук О.Г. БУРДО, канд. техн. наук Е.А. КОВАЛЕНКО, канд. техн. наук С.И. МИЛИНЧУК
Одесская государственная академия пищевых технологий

The problems of modelling of the processes of block freeze-out from solutions have been considered. Equations for the calculation of mass transfer coefficients during block freeze-out for the time of ice freeze-out on the surface of a bar crystallizer are given. The obtained equations serve as a basis for the method of calculation of the processes of block freeze-out.

Моделирование процессов блочного вымораживания из растворов

Физическая модель

Процесс разделения жидких пищевых продуктов методом блочного вымораживания предполагает направленную кристаллизацию молекул воды из раствора на внешней поверхности стержневого кристаллизатора [1, 2, 4, 5].

В середине трубы с внутренним радиусом r_t и внешним r_k кипит хладагент или движется хладоноситель 1, температура которого t_x (рис. 1). За определенный промежуток времени τ из раствора массой $m_{рн}$ и концентрацией $c_{рн}$ на поверхности кристаллизатора 2 образуется блок льда 3 массой m_l и радиусом r_l . Образующийся блок льда имеет пористую структуру. В процессе кристаллизации в порах блока льда задерживается часть раствора массой m_n и концентрацией c_n . В емкости 5 радиусом r_e после вымораживания части воды остается раствор 4 массой $m_{рк}$ и концентрацией $c_{рк}$. Процесс продолжается до тех пор, пока блок льда не достигнет стенок емкости, в которой происходит разделение раствора.

В процессе блочного вымораживания теплота расходуется на охлаждение раствора до криоскопической температуры $Q_{охл}$, непосредственную крис-

тализацию из раствора $Q_{кр}$ и компенсацию потерь в окружающую среду $Q_{пот}$. Процесс низкотемпературной кристаллизации из раствора методом блочного вымораживания можно представить в виде балансов:

материального

$$m_{рн} = m_l + m_n + m_{рк}; \quad (1)$$

сухих веществ

$$m_{рн} c_{рн} = m_n c_n + m_{рк} c_{рк}; \quad (2)$$

теплого

$$Q = Q_{охл} + Q_{кр} + Q_{пот}. \quad (3)$$

Тепловая и диффузионная модель

Для моделирования процессов тепломассопереноса при блочном вымораживании рассмотрим осесимметричную задачу кристаллизации в односвязной области с кольцевым поперечным сечением.

Процессы тепломассопереноса моделируются четырьмя уравнениями теплопроводности с соответствующими предельными условиями:

для температуры твердой фазы

$$\rho C_v \frac{\partial t_1}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \lambda \frac{\partial t_1}{\partial r} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial t_1}{\partial r} + \frac{(\partial/\partial \varphi) \lambda (\partial/\partial \varphi)}{r^2} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial t_1}{\partial z}; \quad (4)$$

$$t_1(r_0, \tau) = t_0; \quad t_1(z, \tau) = t_p[C_2(z+0, \tau)]; \quad t_1(r, 0) = t_p(C_0),$$

где C_v — удельная теплоемкость твердой фазы;

C_0 — начальная концентрация раствора;

C_1 — концентрация в твердой фазе;

C_2 — концентрация в жидкой фазе;

для температуры жидкой фазы оба уравнения теплопроводности аналогично (4) дополняются условием Стефана

$$\lambda \frac{\partial t(z-0, \tau)}{\partial r} - \alpha(t_p - t_x) = \rho q \frac{\partial z}{\partial \tau}; \quad (5)$$

для концентрации жидкой фазы

$$\frac{\partial C_2}{\partial \tau} = DC_2 + L_{12} t_2; \quad (6)$$

$$\frac{\partial C_2(R, \tau)}{\partial r} = 0; \quad C_2(r, 0) = C_0;$$

$$[C_2(z+0, \tau) - C_1(z-0, \tau)] \frac{\partial z}{\partial \tau} = D \frac{\partial C_2(z, \tau)}{\partial r}, \quad (7)$$

где z — толщина слоя блока льда;

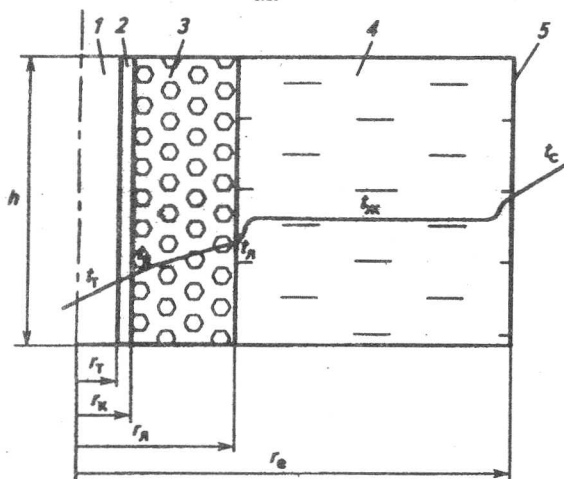


Рис. 1. Теплофизическая модель процесса блочного вымораживания

τ — время процесса;
 r — радиальная координата;
 ρ — плотность;
 q — удельная теплота льдообразования;
 λ, D — коэффициенты соответственно теплопроводности, диффузии;
 t — температура.

Система (4) — (7) является полной моделью процесса криоконцентрирования с учетом перекрестных эффектов Дюфо и Соре (феноменологические коэффициенты L_{12}). Эта система с пятью неизвестными функциями, содержащимися как в уравнениях тепломассопереноса, так и в предельных условиях, которые приводят к нелинейности. Кроме этого коэффициенты теплопроводности λ , плотности ρ и удельной теплоты льдообразования q зависят от координат пространства и времени, что требует отдельных исследований. Поэтому дальнейшее моделирование проведем при следующих допущениях:

тепломассоперенос осуществляется на поверхности в ограниченном пространстве между непроницаемыми стенками. Кристаллизация в объеме отсутствует;

процесс происходит в условиях естественной конвекции, вызываемой температурным градиентом;
 все сухие вещества раствора рассматриваются как один компонент с известными теплофизическими свойствами;

задача рассматривается для определенного отрезка времени Δt , в котором действуют средние значения температур и концентраций;

раствор в начальный момент времени находится при температуре фазового перехода

$$t_{ж} = t_s \text{ при } \tau = \tau_0;$$

температура на поверхности блока льда определяется криоскопическими условиями

$$t_{л} = t_s;$$

изменение энтальпии твердой фазы незначительно по сравнению со скрытой теплотой кристаллизации

$$C_{p_n}(t_s - t_{\infty}) \ll \Omega,$$

где Ω — удельная теплота льдообразования.

С учетом приведенных допущений энергетический баланс процесса можно представить в виде

$$-Q = \rho_n \Omega \frac{dV_n}{dr_n} \frac{dr_n}{d\tau}, \quad (8)$$

где V_n — объем льда.

Модель сопряженного тепломассопереноса

Условия кристаллизации на поверхности обуславливаются тепловыми режимами процесса, которые определяются из системы уравнений тепловых ба-

лансов и уравнений теплопередачи.

Тепловой поток в системе хладоноситель — стенка — лед — раствор можно представить в виде

$$Q = F(t_p - t_x)/R_{\Sigma}, \quad (9)$$

где F — площадь поверхности кристаллизатора;
 t_p, t_x — температуры раствора и хладоносителя;
 R_{Σ} — общее термическое сопротивление системы.

Суммарное термическое сопротивление системы зависит от термических сопротивлений различных участков:

$$R_{\Sigma} = \frac{1}{\alpha_x d_k} + \frac{\ln(r_k/r_r)}{\lambda_x} + \frac{\ln(r_n/r_k)}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_p d_n}. \quad (10)$$

Здесь первая составляющая — термическое сопротивление, возникающее при теплоотдаче от стенки кристаллизатора к холодильному агенту; вторая — термическое сопротивление стенки кристаллизатора; третья — термическое сопротивление блока льда; четвертая — термическое сопротивление, возникающее при теплоотдаче от раствора к блоку льда.

Рост со временем τ радиуса блока льда $r_{л}$ и поверхности раздела фаз блок льда — раствор $F_{л}$ определяет текущее сопротивление системы $R_{\Sigma}(\tau)$. При определенном сочетании радиуса кристаллизатора $r_{л}$ и коэффициента теплоотдачи от раствора к поверхности льда α_p за счет значительного роста $F_{л}$ четвертая составляющая может снижаться быстрее, чем возрастать третья составляющая уравнения (10). Изменения термических сопротивлений при кипении хладоносителя и стенки кристаллизатора незначительны, поэтому при блочном вымораживании растворов с увеличением поверхности раздела фаз общее термическое сопротивление системы хладоноситель — стенка — блок льда — раствор может снижаться. Условием таких режимов будет

$$Bi = \alpha_p r_{л} / \lambda_n \leq 1,$$

где Bi — число Био.

При этом критический диаметр блока льда $d_{кр}$ соответствует экстремуму функции $R_{\Sigma} = f(d_{л})$. Если $d_{л} < d_{кр}$ и $d_{л}$ увеличивается, то возрастает и тепловой поток Q , максимум которого будет при $d_{л} = d_{кр}$.

Общее уравнение теплового баланса при условии $r_{к} < r_{л} < r_{\epsilon}$ записывается в виде

$$Q = c_{p_r} V_r \rho_r \frac{dr_r}{d\tau} + \Omega F_{л} \frac{dr_{л}}{d\tau} + Q_{пот}. \quad (11)$$

Длительность процесса вымораживания τ для идеальных условий (в растворе отсутствуют растворимые компоненты) можно рассчитать по выражению

$$\tau = \frac{Fo \rho_n c_{p_n} (r_{н} - r_{к})^2}{\lambda_n}, \quad (12)$$

где $\rho_n, c_{p_n}, \lambda_n$ — плотность, теплоемкость и тепло-

проводность льда;

Fo — число Фурье, характеризующее безразмерное время кристаллизации.

С учетом приведенных допущений для безразмерной координаты $x = (r_c - r_n)/(r_c - r_k)$ определяется число Fo:

$$Fo = \frac{Ph}{2(n+1)} \left(1 + \frac{2}{Bi} \right), \quad (13)$$

где n — константа, характеризующая форму блока льда (для пластины $n = 0$, для цилиндра $n = 1$); Число Био определяется по уравнению

$$Bi = \alpha_x r_\tau \left(\frac{\ln r_k / r_\tau}{\lambda_k} + \frac{\ln r_n / r_k}{\lambda_n} \right). \quad (14)$$

Число фазового перехода Ph рассчитывается по соотношению

$$Ph = \frac{\rho_p \Omega}{\rho_n c_{p_n} (t_k - t_n)}. \quad (15)$$

Если пренебречь изменением энтальпии твердой фазы в процессе вымораживания, то из уравнения (13) можно определить минимальное время кристаллизации раствора $\tau_{\min}$. Действительное время льдообразования τ_d больше $\tau_{\min}$. Его можно рассчитать, используя поправку

$$\Psi_1 = f(Ph, Bi, n).$$

Для расчета Ψ_1 используется уравнение вида

$$\Psi_1 = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Bi}{Bi+1} \right)^{2/3} \left(\sqrt{1 + 2 \frac{F_n r_n / V_n}{Ph}} - 1 \right). \quad (16)$$

Тогда действительное время кристаллизации определяется соотношением

$$\tau_d = \tau_{\min} \Psi_1. \quad (17)$$

Приведенные выше уравнения отражают характер тепловых процессов, но не учитывают специфику массообменных процессов, происходящих при блочном вымораживании пищевых растворов. Поэтому возникает необходимость дополнить представленную тепловую модель диффузионной моделью.

Процесс блочного вымораживания растворов, сопровождающийся образованием блока льда с пористой структурой, удобно представляется двухстадийной моделью кристаллизации. На первой стадии под действием градиента концентраций из раствора к поверхности раздела фаз диффундируют молекулы воды. Интенсивность этого процесса характеризуется коэффициентом β_d . На второй стадии происходит внедрение молекул воды в кристаллическую решетку. Такой процесс характеризуется коэффициентом β_r . Суммарный коэффициент массоотдачи представляется соотношением

$$\beta = (1/\beta_d + 1/\beta_r)^{-1}. \quad (18)$$

Скорость движения границы раздела фаз блок

льда — раствор с учетом приведенных допущений (параметры по азимуту не изменяются, а диффузионный пограничный слой больше теплового) находится по уравнению

$$\frac{\partial r_n}{\partial \tau} = \beta \frac{\rho_p}{\rho_n} [X_p(\tau) - X_s(t_s)]. \quad (19)$$

Характер изменения концентрации раствора определяется зависимостью

$$\frac{\partial C_p}{\partial \tau} = \beta \frac{2r_n}{r_c^2 - r_n^2} [X_p(\tau) - X_s(t_s)]. \quad (20)$$

Если для определенного отрезка времени Δt задачу сопряженного тепломассопереноса при блочном вымораживании рассмотреть как квазистационарную с сосредоточенными параметрами t_n , t_p , X_s , X_p и пренебречь распределением температур по радиусу блока льда, то уравнение массопередачи примет вид

$$m_n = \beta \rho_p [\bar{X}_p - \bar{X}_s] F_n. \quad (21)$$

Здесь равновесное влагосодержание раствора $\bar{X}_s$ определяется по температуре поверхности испарителя t_p .

Поскольку $m_n = V_n \rho_n / \tau$; $V_n = \pi h_n (r_n^2 - r_k^2)$; $F_n = 2\pi r_n h_n$, то из приведенного выше уравнения массопередачи можно выразить радиус блока льда

$$r_n = \sqrt{r_k^2 + \left(\beta \frac{\rho_p}{\rho_n} [\bar{X}_p - \bar{X}_s] \tau \right)^2} + \frac{\rho_p}{\rho_n} \beta [\bar{X}_p - \bar{X}_s] \tau. \quad (22)$$

Применив относительный радиус блока льда и введя обобщенные числа подобия

$$\bar{r}_n = r_n / r_k; \text{ Sh} = \beta h_n / D; \text{ Fo} = D \tau / h_n,$$

получим

$$r_n = \sqrt{1 + \left(\text{Sh} \cdot \text{Fo} \frac{\rho_p}{\rho_n} [\bar{X}_p - \bar{X}_s] \tau \right)^2} + \text{Sh} \cdot \text{Fo} \frac{\rho_p}{\rho_n} [\bar{X}_p - \bar{X}_s]. \quad (23)$$

Изменение температуры поверхности раздела по отношению к поверхности кристаллизатора определяется соотношением

$$\bar{t}_n - t_k = \frac{M_n \Omega R_{kp} + Bi(\bar{t}_p - t_k)}{1 + Bi}, \quad (24)$$

где R_{kp} — термическое сопротивление системы кристаллизатор — блок льда — раствор.

Анализируя зависимости (19) — (24), можно отметить, что решение задачи массопереноса при блочном вымораживании связано с нахождением коэффициента массоотдачи β .

С учетом изложенных выше особенностей сопряженного тепломассопереноса действительное время кристаллизации из пищевых растворов можно представить виде зависимости

$$\tau_d = \tau_{\min} \Psi_1 \Psi_2, \quad (25)$$

где Ψ_2 — коэффициент, учитывающий массообменные процессы и определяемый как $\Psi_2 = (Bi_d)^k$.

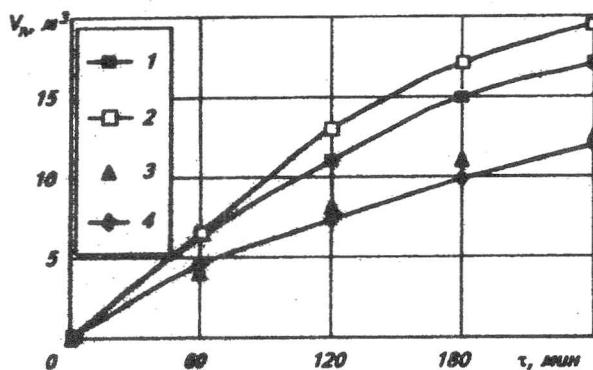


Рис. 2. Сравнение результатов расчетов и экспериментальных данных:

- 1 — зависимость для идеального времени процесса;
2 — зависимость для времени процесса с учетом Ψ_1 ; 3 — время процесса с учетом Ψ_1, Ψ_2 ;
4 — результаты испытаний

Число Био диффузионное

$$Bi_d = \beta r_l \ln(r_d/r_k)/D, \quad (26)$$

где β — коэффициент интенсивности массопереноса от раствора к блоку льда, м/с²;

D — коэффициент диффузии, м/с².

В существующих методах расчета процессов блочного вымораживания не учтены особенности теплообменных процессов при вымораживании, поэтому результаты, полученные при решении критериальных уравнений, имеют погрешность, которая возрастает с течением времени. Ранее предполагалась необходимость учета условий стесненности при массопереносе на последнем этапе вымораживания. В известных критериальных уравнениях с использованием безразмерного комплекса (d_u/h_d) можно согласиться лишь для первых этапов вымораживания, так как он не учитывает специфику последнего этапа, где осуществляются наиболее значительные изменения в системе. Поскольку главным параметром, который отображает состояние системы в таких условиях, является толщина кольцевого зазора между стенкой концентратора и блоком льда, то предложен модифицированный параметр K , который характеризует толщину кольцевого зазора $\Delta r = r_c - r_d$. Таким образом, в результате моделирования процессов блочного вымораживания установлены основные направления экспериментальных исследований.

Экспериментальные исследования и обобщение результатов

Для решения задачи сопряженного теплообмена при низкотемпературной кристаллизации из раствора и подтверждения адекватности представленной модели проведены следующие исследования. Изучали влияние температуры кипения холодильного агента, концентрации и теплофизических свойств раствора, конструктивных особенностей кристаллизатора, диаметра емкости для раствора и высоты блока льда на кинетику его формирования (изменение радиуса блока льда и его

массы во времени), на характер изменения структурных характеристик блока льда и раствора (пористость блока льда, концентрация сухих веществ в блоке льда и растворе). Кроме этого, исследовали влияние режима работы установки (без рециклинга льда и с ним) на затраты энергии, температуру в узловых точках, параметры блока льда и раствора. Исследования проводили на соках, экстрактах, молочной сыворотке [1 – 3].

В результате математической обработки экспериментальных данных на ЭВМ получены критериальные уравнения для расчета коэффициента массоотдачи β при блочном вымораживании:

молочной сыворотки

$$Sh = 0,41 Ra^{0,31} [Sc/Pr]^{1/3} [(r_k - r_d)/h_d]^{0,21}; \quad (27)$$

фруктовых соков

$$Sh = 3,39 Ra^{0,41} [Sc/Pr]^{1/3} [d_k/h]^{0,4}, \quad (28)$$

где Sh — число Шервуда;

Ra — число Реллея;

Sc — число Шмидта;

Pr — число Прандтля;

h — высота.

Коэффициент массоотдачи β , определяемый из уравнений (27) — (28), учитывает массоперенос как на внешней поверхности блока льда, так и в его порах.

Определение из уравнений коэффициентов массоотдачи позволило рассчитать диффузионное число Био и показатель степени в соотношении $\Psi_2 = (Bi_d)^k$. Установлено, что $k = 0,1$. С учетом этого получено уравнение для расчета τ — времени намораживания льда на поверхности стержневого кристаллизатора:

$$\tau = 0,75 \tau_0 \Psi_1 (Bi_d)^{0,1}.$$

Полученные уравнения положены в основу методики расчета процессов блочного вымораживания. На основе разработанной методики рассчитана и создана пилотная установка, проведены ее испытания. Сравнение результатов испытаний с расчетами по представленной модели показано на рис.2. Таким образом, введение дополнительного поправочного коэффициента Ψ_2 позволяет снизить общую ошибку расчетов до 5 %.

Список литературы

1. Бурдо О.Г., Милинчук С.И., Коваленко Е.А. Сопряженный теплообмен при кристаллизации из пищевых растворов // IV Минский международный форум. Т.5 — Минск: АНК «Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова» НАНБ. 2000.
2. Бурдо О.Г., Милинчук С.И., Коваленко О.О. Моделирование процессов теплообмена при блочному виморожуванні // Наукові праці ОДАХТ. 1999. Вип.20.
3. Бурдо О.Г., Коваленко О.О. Кінетика формування блоку льоду при кріоконцентруванні харчових рідин // Наукові праці ОДАХТ. 1996. Вип. 16.
4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергия. 1981.
5. Справочник по теплообменникам в 2-х томах / Пер. с англ.; Под ред. Б.С. Петухова. — М.: Энергоатомиздат. 1987.