

УДК 664.34:665.36:621.72

Моделирование процесса изотермического растворения при идеальном перемешивании

Канд. техн. наук С.М. ЯЩЕНКО, В.В. ПОЙМАНОВ
Воронежская государственная технологическая академия

The results of accounts of thermal process of dissolution of a liquid are submitted at ideal hashing. The equations for kinetics crystallization accounts of impurity are received. The given results were used at the decision of a task of mathematical modelling of process cryogenic freezing out of vegetable oils.

Для нахождения математических зависимостей, отражающих наиболее существенные связи между основными параметрами и характеристиками процесса, необходимо моделирование технологических процессов, протекающих при замораживании жидких продуктов растительного происхождения.

Рассмотрим задачу изотермического растворения при идеальном перемешивании полидисперсной взвеси в аппарате замкнутого типа. Предположим, что недосыщение раствора достаточно велико, поэтому линейную скорость растворения можно считать постоянной ($\lambda = \text{const}$) [3].

В процессе растворения взвесь будем характеризовать функцией плотности распределения кристаллов [1] по размерам l в момент времени τ , т.е. $f(l, \tau)$, в момент времени $\tau + \partial\tau$ функцией $f(l - \partial l, \tau + \partial\tau)$. Пренебрегая истиранием и агломерацией кристаллов, а также их адгезией на стенке аппарата, можно допустить, что

$$f(l, \tau) = f(l - \partial l, \tau + \partial\tau), \quad (1)$$

но так как

$$\begin{aligned} f(l - \partial l, \tau + \partial\tau) &\approx \\ &\approx f(l, \tau) - \frac{\partial f(l, \tau)}{\partial l} \partial l + \frac{\partial f(l, \tau)}{\partial \tau} \partial \tau, \end{aligned} \quad (2)$$

то из (1) и (2) при $\partial l < 0$ получим

$$\frac{\partial f(l, \tau)}{\partial l} \partial l + \frac{\partial f(l, \tau)}{\partial \tau} \partial \tau = 0$$

или

$$\frac{\partial f(l, \tau)}{\partial l} \left(\frac{dl}{d\tau} \right) d\tau + \frac{\partial f(l, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0, \quad (3)$$

но $dl/d\tau = \lambda < 0$ и, сокращая (3) на $d\tau$, окончательно получим

$$\frac{\partial f(l, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda \partial f(l, \tau)}{\partial l}. \quad (4)$$

Уравнение (4) является уравнением сплошности не

только процесса кристаллизации, но и растворения.

Начальное условие записывается как:

$$f(l, 0) = f_0(l), l \geq 0, \quad (5)$$

где $f_0(l)$ – исходная функция плотности распределения взвеси по размерам частиц, помещаемой в аппарат.

Граничное условие

$$f(0, \tau) = f_0(\lambda\tau), \tau \geq 0 \quad (6)$$

означает, что через время τ частицы размером l полностью растворяются. Не нарушая общности в формуле (6) минимальный размер растворяющегося кристалла примем равным нулю.

Приведем систему уравнений (4) – (6) к безразмерному виду с помощью относительных зависимых и независимых параметров:

$$L = l/\bar{l}; \Theta = \lambda\tau/\bar{l}; F(L, \Theta) \bar{l} f(l, \tau) / n_0;$$

$$F_0(L) = \bar{l} f_0(l) / n_0; n_0 = \int_0^{\infty} f_0(l) dl.$$

Имеем

$$\frac{\partial F(L, \Theta)}{\partial \Theta} = \frac{\partial F(L, \Theta)}{\partial L}; \quad (7)$$

$$F(L, 0) = F_0(L); R \geq 0, \quad (8)$$

где R – единичная функция.

$$F(0, \Theta) = F_0(0), \Theta \geq 0. \quad (9)$$

Применим преобразование Лапласа по переменной Θ к (7) – (9):

$$\frac{d\Phi(L, s)}{dL} - s\Phi(L, s) = -F_0(L); \quad (10)$$

$$\Phi(0, s) = \Phi_0(s), \quad (11)$$

где s , $\Phi(L, s)$, $\Phi_0(s)$ – изображения Θ , $F(L, \Theta)$ и $F_0(\Theta)$.

Решение (10) и (11) таково:

$$\Phi(L, s) = \exp(sL) \left[\Phi_0(s) - \int_0^L F_0(L) \exp(-sL) dL \right]. \quad (12)$$

Применив к (12) вторую теорему смещения, получим

$$F(L, \Theta) = R(L)F_0(L + \Theta). \quad (13)$$

В дальнейшем расчеты проводили по подсолнечно-му дезодорированному маслу.

Изменение осредненной по высоте слоя температуры определим по формуле для расчета профилей температур по высоте слоя для различных значений Θ [2]:

$$T(X, \Theta) = T_X + \frac{4}{\pi} (T_X - 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + 2n} \times \\ \times \cos \left[\left(\frac{1}{2} + n \right) (1 - X) \pi \right] \exp \left[- \left(\frac{1}{2} + n \right)^2 \pi^2 \Theta \right],$$

где $T(X, \Theta) = t(x, \tau) / t_0$ – текущая температура;

X – текущая координата по высоте слоя продукта;

Θ – расчетное значение высоты слоя продукта;

T_X – постоянная температура хладагента;

$n = 1, 2, \dots$

После преобразования получим

$$\bar{T}(\Theta) \approx T_X + \frac{8}{\pi^2} (1 - T_X) \exp \left(- \frac{1}{4} \pi^2 \Theta \right), \quad (15)$$

где $\bar{T} = \bar{t} / t_0$; $T_X = t_X / t_0$; $\Theta = \tau a_{\text{эф}} / h^2$,

t_0 – начальная температура продукта;

t_X – температура хладагента;

\bar{t} – осредненная температура по высоте слоя продукта;

τ – время охлаждения, с;

$a_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент теплопроводности, м²/с;

h – высота слоя продукта, м.

В итоге формулу (15) запишем в виде

$$\ln \left(\frac{\pi^2 \bar{T} - T_X}{8(1 - T_X)} \right) = - \frac{\pi^2 a_{\text{эф}} \tau}{4h^2}. \quad (16)$$

Данный расчет позволяет определить кинетику процесса кристаллизации изотермического растворения при идеальном перемешивании.

Список литературы

1. Матусевич Л.Н. Кристаллизация из растворов в химической промышленности. – М.: Химия, 1968.
2. Ряжских В.И. Кинетика барботажного криогенного охлаждения растительных масел / В.И. Ряжских, С.Т. Антипов, С.М. Яценко, В.Ю. Овсянников // Вестник ВГТА. – 2001. № 6.
3. Тодес О.М., Себалло В.А., Гольцикер А.Д. Массовая кристаллизация из растворов. – Л.: Химия, 1984.