

УДК 664.8.037

## Раздел 2. ПИЩЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

# Оптимизация компонентного состава мороженого с плодово-ягодными наполнителями

Д-р техн. наук А. В. БАРАНЕНКО, Ю. Г. СТЕГАЛИЧЕВ

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий

Б. Д. КАКАБАДЗЕ  
ОАО "Петрохолод"

*The operative optimization calculations software of dosages of components of raw material in a mixture of ice-cream with introduction of additional criteria of optimization is offered. Systems of the equations of material balance and restrictions on a range of a variation at calculation of optimum values of quantity of brought components, and also optimization functional are given. The complete set including the program «VV 200», techniques and applied programs («Expert 2», «Reitmod», «Model 68») is developed.*

Технологический процесс приготовления смеси мороженого прямо или косвенно влияет на большинство показателей, характеризующих качество продукта [4]. Этому процессу предшествуют расчеты количества компонентов сырья, дозируемых в смесь. Основная цель расчетов – достижение нормативного для данного вида мороженого содержания основных элементов (жир, СОМО, сахароза, сухие вещества, влага) в смеси [5].

Расширение номенклатуры видов выпускаемого мороженого, лавинообразное увеличение вариантов компонентов сырья и добавок, используемых для приготовления смеси, превратили расчет смеси в многомерную и многофакторную задачу. Для ее выполнения целесообразно использовать современные компьютерные программы поиска оптимальных решений в многомерном пространстве при заданных критериях оптимизации [6]. Эти программы позволяют кроме основной задачи вводить и реализовывать дополнительные условия (критерии оптимизации). Они заключаются в ограничении или минимизации отклонения от нормативных значений других показателей качества мороженого, на которые может повлиять изменение качественных характеристик сырья или количества компонентов, заложенных в смесь. Так, например, реализованы программы, которые обеспечивают формирование смеси заданного состава при дополнительном условии – минимизации суммарной стоимости закладываемых в смесь компонентов [2].

Оптимизация дозировок компонентов в смесь особенно актуальна при использовании плодово-ягодных добавок в рецептуре мороженого. Исследованиями установлено [3], что включение плодово-ягодных добавок в состав смеси существенно влияет практически на все качественные показатели продукта – взбитость, термостабильность, дисперсионный состав, вкусовую оценку и консистенцию.

Выявлено также, что для повышения эффекта от применения каждого вида добавки, а также при изменении ее

качественных характеристик целесообразно корректировать нормативный состав мороженого по основным элементам. Плодово-ягодные добавки можно существенно варьировать в каждой партии изготавляемого мороженого по виду, а каждый вид – по качественным характеристикам: соотношению сухих веществ и влаги, кислотности, содержанию сахаров, органических кислот, пектиновых веществ и т. д. Возникает необходимость в оперативных оптимизационных расчетах дозировок компонентов сырья в смесь мороженого с введением дополнительных критериев оптимизации.

Математическое обеспечение такой задачи содержит следующие модули. Это:

1. Система  $n$  уравнений материального баланса:

$$z_i \sum_{j=1}^k y_j = \sum_{j=1}^k (x_{i,j} y_j), \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots k, \quad (1)$$

где  $z_i$  – ожидаемое содержание  $i$ -го элемента (жир, СОМО, сухие вещества, сахароза, вода) в смеси, %;

$x_{i,j}$  – измеренное содержание  $i$ -го элемента в  $j$ -м компоненте сырья, закладываемом в смесь, %;

$y_j$  – расчетное количество  $j$ -го компонента, закладываемого в смесь, кг.

Совместное решение системы (1) дает возможность вычислить значение  $z_i$  при любых сочетаниях  $x_{i,j}$  и  $y_j$  в диапазоне допустимого изменения этих переменных, и при этом может быть получено множество вариантов таких решений. Для оптимизации решения в математическое обеспечение вводят дополнительные условия.

2. Система ограничений на диапазон варьирования при расчете оптимальных значений количества закладываемых компонентов:

$$\min y_j < y_j < \max y_j, \quad j = 1 \dots k. \quad (2)$$

При использовании "гибкой рецептуры" задают ограничения на диапазон изменения ожидаемых значений показателей состава смеси:

$$\min z_i < z_i < \max z_i, \quad i = 1 \dots n. \quad (3)$$

Введение этих ограничений определяет реальную область поиска оптимального сочетания дозировок компонентов сырья  $y_j$  в смесь при допустимых по технологическим требованиям отклонениям от номинала показателей качества  $z_i$ .

### 3. Функционал (критерий) оптимизации $L$ .

Функционал оптимизации определяет математически некоторое условие выбора конкретного сочетания дозировок компонентов  $y_j$  в смесь из множества возможных решений системы уравнений (1). В компьютерных программах, предназначенных для оперативных расчетов дозировок компонентов в смесь мороженого сложной рецептуры, желательно внести следующие критерии и их сочетания.

#### 3.1. Для нормализации состава смеси – основной критерий $L_H$ .

Для “жесткой рецептуры”:

$$L_H = \sum_{i=1}^n d_i \frac{ABS(nom z_i - z_i)}{nom z_i} \rightarrow \min. \quad (4)$$

Для “гибкой рецептуры”:

$$L_H = \sum_{i=1}^n d_i \frac{ABS(nom z_i - z_i)}{\max z_i - \min z_i} \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $nom z_i$ ,  $\min z_i$ ,  $\max z_i$  – нормативное, минимально- и максимально допустимое содержание  $i$ -го элемента в смеси, %;

$z_i$  – расчетное (ожидаемое) содержание  $i$ -го элемента в смеси, %;

$d_i$ , ( $0 < d_i < 1$ ,  $\sum d_i = 1$ ) – коэффициент веса (значимости) в суммарной оценке оптимальности решения отклонения от номинала  $i$ -го элемента.

Совместное решение системы уравнений (1) при выполнении условий ограничений (2) и критерия (4) позволяет выбрать из множества возможных сочетаний дозировок компонентов  $y_j$  вариант, соответствующий условию (4) – минимальной сумме отклонений от номинала содержания всех элементов  $z_i$  в сформированной партии смеси мороженого. В программу вводят также значение суммарной абсолютной погрешности расчета функционала (4) –  $\delta L_H$ , %. При достижении  $100 L_H = \delta L_H$  полученное сочетание  $y_j$  принимают в качестве оптимального.

#### 3.2. Для формирования состава смеси при минимальной стоимости закладываемых компонентов вводят дополнительный критерий оптимизации $L_C$ :

$$L_C = d_C \frac{\sum_{j=1}^k (c_j y_j)}{c_M \sum_{j=1}^k y_j} \rightarrow \min, \quad (6)$$

где  $c_j$  – стоимость 1 кг  $j$ -го компонента, закладываемого в смесь, руб.;

$c_M$  – нормативное значение стоимости 1 кг смеси мороженого, руб.;

$d_C$  ( $0 < d_C < 1$ ) – коэффициент веса отклонения стоимости смеси в суммарной оценке оптимальности решения.

Функционал (6) добавляют в условие (5). Совместное решение системы уравнений (1) при выполнении условий (2), (3), (5) и (6) обеспечивает выбор сочетаний дозировок компонентов  $y_j$ , при котором ожидаемое содержание всех элементов в смеси  $z_i$  не выходит за пределы разрешенного допуска (3), и при этом суммарная стоимость компонентов, закладываемых в смесь, минимальна.

3.3. Для оптимизации отклонения вкуса продукта от нормы при изменении состава смеси вводят дополнительный критерий оптимизации  $L_B$ :

$$L_B = d_B \frac{nom z_B - z_B}{nom z_B} \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $nom z_B$  – нормативная оценка оптимального для данного вида мороженого вкуса, баллы;

$z_B$  – ожидаемая оценка вкуса мороженого при выбранном сочетании дозировок компонентов  $y_j$  в смесь, баллы;

$d_B$  ( $0 < d_B < 1$ ) – коэффициент веса отклонения вкуса в суммарной оценке оптимальности решения.

В качестве нормативной оценки вкуса можно принять максимальное число баллов: так, в [3]  $nom z_B = 6$  баллов. Численное значение нормативной оценки вкуса  $nom z_B$  может быть также получено путем производственной дегустационной оценки данного вида мороженого при нормативных  $nom y_j$  закладках компонентов в смесь.

Для определения ожидаемого значения оценки вкуса  $z_B$  предлагается формировать математическую модель изменения вкуса продукта при изменении состава смеси. Модель реализуется на основе рейтинговых оценок ситуаций, полученных при опросе группы специалистов-экспертов.

Математическое обеспечение задачи (рейтинговая модель) содержит:

✓ определение ожидаемой оценки вкуса в баллах:

$$z_B = nom z_B + dz_B; \quad (8)$$

✓ определение ожидаемого отклонения оценки вкуса в баллах, вызванное изменением состава смеси мороженого и характеристик сырья:

$$dz_B = \sum_{j=1}^k (A_j dy_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (B_{i,j} dx_{i,j}); \quad (9)$$

✓ положительные и отрицательные отклонения от номинала количества (в долях от диапазона варьирования)  $j$ -го компонента, например сухого молока, закладываемого в смесь:

$$dy_j = (nom y_j - y_j) / (\max y_j - \min y_j); \quad (10)$$

✓ положительное или отрицательное отклонения от номинала содержания  $i$ -го элемента, например сухих веществ, в  $j$ -м компоненте, например в ягодном концентрате, закладываемом в смесь:

$$dx_{i,j} = (nom x_{i,j} - x_{i,j}) / nom x_{i,j}; \quad (11)$$

✓ функцию веса, определяющую направление и степень влияния на оценку вкуса положительного и отрицатель-

ного отклонений дозировки  $j$ -го компонента в смесь:

$$A_j = f_j [SGN(dy_j)]; \quad (12)$$

✓ функцию веса, определяющую направление и степень влияния на оценку вкуса положительного и отрицательного отклонений от номинала содержания  $i$ -го элемента в  $j$ -м компоненте, закладываемом в смесь:

$$B_{i,j} = f_{i,j}[SGN(dx_{i,j})]. \quad (13)$$

Значение и знак функций  $A_j$  и  $B_{i,j}$  находят по рейтинговым оценкам специалистов-экспертов при реализации модели. Численное значение функции определяется видом дозируемого компонента  $y_j$  или видом элемента, содержащегося в дозируемом компоненте  $x_{i,j}$ . Математическая операция  $SGN$  формирует условие  $(+1, 0, -1)$ , которое позволяет учесть различное влияние на вкус продукта положительных и отрицательных отклонений от номинала аргументов  $y_j$  и  $x_{i,j}$ .

В СПбГУНПТ разработаны методика и комплект программ [1], которые обеспечивают проведение всех этапов реализации рейтинговой модели [уравнения (8) – (13)] для конкретного вида мороженого, а также последующую корректировку модели при накоплении статистического материала в процессе ее эксплуатации.

Для оперативных расчетов дозировок компонентов в смесь мороженого с оптимизацией ожидаемой вкусовой оценки продукта в условие (5) добавляют функционал (7), а в систему уравнений материального баланса (1) вводят дополнительные уравнения (8) – (13). Совместное решение системы уравнений (1), (8) – (13) при выполнении условий (2), (3), (5) и (7) обеспечивает выбор сочетаний дозировок компонентов  $y_j$  с минимальным отклонением предполагаемой оценки вкуса от норматива при ожидаемом содержании всех элементов в смеси  $z_i$ , не выходящих за пределы разрешенного допуска (3).

3.4. При оперативных оптимизационных расчетах для технологической операции приготовления смеси может быть использован критерий комплексной оценки качества партии мороженого. В этом случае основной функционал оптимизации (5) необходимо дополнить:

$$L_K = \left[ \sum_{i=1}^n d_i \frac{ABS(nom z_i - z_i)}{\max z_i - \min z_i} + \sum_{s=1}^u g_s \frac{ABS(nom z_s - z_s)}{\max z_s - \min z_s} \right] \rightarrow \min, \quad (14)$$

где  $nom z_s$ ,  $\min z_s$ ,  $\max z_s$  – номинальное, минимальное и максимальное допустимые значения  $s$ -го показателя качества ( $s = 1 \dots u$ ), подлежащего оптимизации. Такими показателями могут быть взбитость (%), вкус и аромат (баллы), термостабильность (с) и т. п.;  $z_s$  – расчетное (ожидаемое) значение  $s$ -го показателя качества в продукции, выработанной из смеси выбранного (оптимального) состава;  $g_s$  ( $0 < g_s < 1$ ,  $\sum g_s = 1$ ) – коэффициент веса (значимости) отклонения от номинала  $s$ -го показателя качества в суммарной оценке оптимальности решения.

При использовании критерия (14) в математическое обеспечение программы, предназначеннной для оперативных расчетов дозировок компонентов в смесь [система урав-

нений (1) и ограничения (3)], необходимо добавить уравнения, позволяющие оценить ожидаемое значение каждого показателя качества  $z_s$ , включенного в функционал (14), и ограничения на диапазон изменения каждого из них.

Уравнения для оценки ожидаемых значений  $z_s$  целесообразно реализовать раздельно для каждого вида мороженого. Поиск оптимальных решений для каждого вида мороженого осуществляют в относительно малом диапазоне варьирования переменных  $x_{i,j}$ ,  $y_j$ ,  $z_p$ ,  $z_s$ , что позволяет использовать для расчета ожидаемых значений показателей качества уравнения линейной множественной регрессии вида

$$z_s = a_{s0} + \sum_{j=1}^k (b_{s,j} y_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (a_{s,i,j} x_{i,j}). \quad (15)$$

Коэффициенты регрессии  $a_{s0}$ ,  $b_{s,j}$ ,  $a_{s,i,j}$  в уравнениях (15) определяются на основе результатов лабораторных исследований при подготовке производства данного вида мороженого. Для первоначальной оценки коэффициентов регрессии можно также применить методику рейтинговых оценок специалистами-экспертами [1]. В дальнейшем численные значения коэффициентов регрессии уточняют по мере накопления опытно-статистического материала при выпуске продукции. Программное обеспечение, необходимое для обработки статистического материала, входит в состав прикладных программ для ЭВМ, например в программы “Excel” [6].

В СПбГУНПТ при участии ОАО “Петрохолод” разработаны концепция, математическое и программное обеспечение для реализации автоматизированного рабочего места (АРМ) технолога производства мороженого. АРМ включает в себя типовую программу “VV200” для оперативных расчетов оптимальных дозировок компонентов, закладываемых в смесь мороженого, с использованием различных критериев оптимизации. В комплект входят также методики и прикладные программы (“Expert2”, “Reitmod”, “Model68”), ориентированные на подготовку и корректировку математического и информационного обеспечения программы “VV200” для конкретных видов мороженого.

### Список литературы

1. Абугов М. Б., Поляков Р. И., Стегаличев Ю. Г. Использование методики экспертизы для оценки влияния на вкусовые показатели мороженого факторов технологического процесса // Известия СПбГУНПТ № 1. 2000.
2. Абугов М. Б., Стегаличев Ю. Г. Информационное обеспечение для системы оптимального управления процессом приготовления мороженого // Известия СПбГУНПТ № 1. 2000.
3. Комарова Н. А., Столетов В. М. Влияние концентрированных соков на качество мороженого // Производство и реализация мороженого и быстрозамороженных продуктов № 2. 2003.
4. Оленев Ю. А. Комплекс показателей, характеризующих свойства мороженого // Производство и реализация мороженого и быстрозамороженных продуктов № 3. 2003.
5. Оленев Ю. А. Расчеты при нормализации смесей мороженого // Производство и реализация мороженого и быстрозамороженных продуктов № 2. 2003.
6. Штайнер Йозеф, Роберт Валентин – Excel 7 для Windows 95. Справочник / Пер. с немецкого. – М: Восточная книжная компания, 1997.