

УДК 664.8/9.037.1

Расчет продолжительности быстрого замораживания пищевых продуктов в туннельном аппарате с проточной азотной системой холодоснабжения

Канд. техн. наук И.Л. АКСЕЛЬРОД, д-р техн. наук, проф., академик МАХ К.П. ВЕНГЕР
Московский государственный университет прикладной биотехнологии,
д-р техн. наук А.А. АНТОНОВ
ОАО "ИКМА"

A mathematical model is presented allowing to calculate the process duration for the conditions of asymmetric heat exchange in each zone of a three-zone nitrogen quick-freezing tunnel apparatus. A classification is proposed combining nine classes of objects of quick freezing, for which thermophysical characteristics used in the calculation of duration of the process are calculated.

Специалистами ООО «Темп-11» разработан ряд азотных скороморозильных туннельных аппаратов (АСТА) для замораживания пищевых продуктов широкого ассортимента, и налажено их производство [1].

Принципиальная схема аппарата АСТА представлена на рис. 1. В нем, как и в зарубежных аналогах, используется трехзонный проточный принцип организации процесса: первая зона (I) – предварительное охлаждение продукта парами азота; вторая (II) – замораживание орошением жидкого азота; третья (III) – выравнивание температуры по объему продукта газообразным азотом.

В этом случае холодопроизводительность 1 кг азота складывается из количества теплоты, отводимой жид-

ким азотом от продукта при переходе его в газообразное состояние, и теплоемкости, получаемой при нагревании холодных паров азота до температуры, с которой они выходят из аппарата.

Трехзонная система аппарата позволяет заметно снизить расход жидкого азота, что является главным фактором при эксплуатации криогенного оборудования.

Внешний вид АСТА-30 с цистерной жидкого азота показан на рис. 2.

На первом этапе аналитических исследований была разработана трехранговая классификация объектов быстрого замораживания [1]. В первый ранг модели входят 9 классов продуктов, дифференцированных по первому классификационному признаку – физической их природе: П₁ – мясопродукты; П₂ – птица; П₃ – рыба; П₄ – плоды, ягоды; П₅ – овощи; П₆ – тесто; П₇ – комбинированные продукты “тесто + начинка”; П₈ – сливочное масло; П₉ – твердые сыры.

Во второй и третий ранги включены подклассы и группы объектов, дифференцированные по второму признаку, – влагосодержание и жирность продуктов. Подклассы, содержащиеся во втором ранге, делятся на интервалы, равные 10 % влажности и 10 % жирности, а группы продуктов в третьем ранге – на интервалы 5 % влажности и 5 % жирности.

Классификацию использовали для определения теплофизических характеристик (ТФХ) условно-расчетного продукта (УРП) отдельно для каждой группы, подклассов, классов, а также для всего ассортимента (нулевой ранг) продуктов.

УРП является некоторым усредненным показателем, который с заданной точностью представляет определенную совокупность продуктов быстрого замораживания в аппарате.

Для расчета продолжительности замораживания оп-

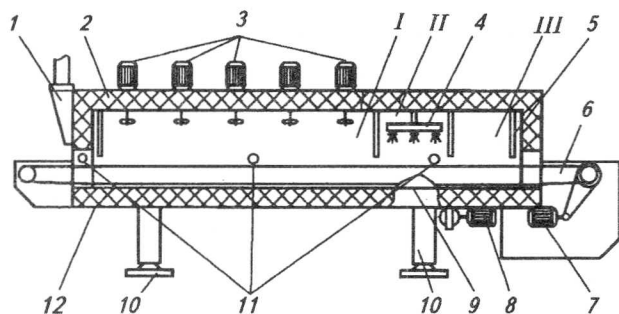


Рис. 1. Принципиальная схема АСТА:

- I – зона предварительного охлаждения парами азота;
- II – зона орошения жидким азотом; III – зона выравнивания температуры по объему продукта;
- 1 – система отсоса отработанных паров азота;
- 2 – теплоизолированный короб; 3 – осевые вентиляторы;
- 4 – жидкостный азотный коллектор с форсунками;
- 5 – гибкая шторка; 6 – сетчатый конвейер; 7 – привод конвейера;
- 8 – привод подъема теплоизолированного короба; 9 – уплотнение; 10 – опоры с механизмом подъема короба;
- 11 – датчики температуры;
- 12 – теплоизолированная плита



а



б

Рис.2. Азотный скороморозильный туннельный аппарат АСТА-30 (а) и цистерна ЦТК 5/0,25 с жидким азотом (б)

ределены следующие ТФХ условно-расчетного продукта: удельная теплоемкость C , коэффициенты теплопроводности λ и температуропроводности a , плотность ρ .

ТФХ определяли расчетным методом, предложенным Е.Е. Ковтуновым, модифицируя уравнения А.М. Бражникова, Н.Э. Каухчешвили, что позволило учесть влияние жира на теплофизические характеристики [1].

Большинство объектов замораживания имеют сложную форму. Поэтому для расчета продолжительности замораживания необходим переход к некоторому среднестатистическому эквивалентному телу правильной геометрической формы (пластина, цилиндр, шар), для которого могут быть получены сравнительно простые решения.

Такой переход возможно осуществить, используя разработанный А.И. Вейником принцип стабильности теплового потока. Подобие простых геометрических моделей их реальным аналогам основывается на равенстве интегральных характеристик, входящих в уравнение теплопроводности, таких, например, как среднеобъемная температура.

Изучение трехмерных, двухмерных и одномерных полей при замораживании реальных объектов сложной формы показало, что среднеобъемная температура этих объектов в течение всего процесса замораживания практически тождественна среднеобъемной температуре одной из геометрически простых моделей [1].

Согласно принципу стабильности теплового потока сопоставление температурных полей внутренних областей тела сложной конфигурации и его классического аналога должно осуществляться при равенстве тепловых потоков $Q_0 = Q$ или

$$\alpha_0 \theta_{ct0} F_0 d\tau_0 = \alpha \theta_{ct} F d\tau, \quad (1)$$

где Q – тепловой поток, Вт;

α – коэффициент теплоотдачи от стенки к окружающей среде, Вт/(м²·К);

$$\theta_{ct} = t_{ct} - t_s;$$

t_{ct} – температура стенки, °С;

t_s – температура окружающей среды, °С;

F – площадь поверхности теплообмена, м²;

τ – время, ч.

Все величины без индексов соответствуют рассматриваемому телу сложной формы, а с индексом «0» – его классическому аналогу.

Если принять, что в обоих телах процессы должны протекать синхронно, т.е. $d\tau = d\tau_0$, а также, что $\theta_{ct} = \theta_{ct0}$, то для обеспечения эквивалентности температурных полей обоих тел необходимо:

$$\alpha = \alpha_0 F/F_0 = \alpha A,$$

где A – критерий формы.

Тогда

$$Bi = A \alpha l_0 / \lambda, \quad (2)$$

где Bi – критерий Био;

λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м²·К).

Размер l_0 определяется из условия равенства объемов обоих тел.

Критерий формы A всегда больше единицы, поэтому скорость замораживания тела сложной формы в любом случае выше, чем соответствующего классического аналога. Большинство пищевых продуктов, входящих в предложенную классификацию объектов замораживания, можно представить эквивалентным телом в виде неограниченной пластины [1].

В основу решения задачи для несимметричного теплообмена положен приближенный метод интегральных соотношений Л. Лейбензона, развитый В.А. Карпычевым, А.М. Бражниковым, А.И. Пелеевым и модифицированный применительно к условиям замораживания в многозонном криогенном аппарате. При решении использовали следующие допущения:

теплообмен с внешней средой осуществляется по закону Ньютона – Рихмана, причем коэффициенты теп-

лоотдачи α_1 и α_2 на двух поверхностях пластины различны;

теплофизические характеристики продукта постоянны в пределах одной фазы и изменяются скачком при фазовом переходе;

продукт имеет постоянную по всему объему начальную температуру T_0 ;

температура среды T_c постоянна [1].

Процесс замораживания разделен на три характерные стадии, которые рассматривались последовательно:

✓ стадия охлаждения – до достижения криоскопической температуры на поверхности продукта;

✓ стадия замораживания – до достижения криоскопической температуры в термическом центре продукта;

✓ стадия домораживания – до достижения заданной температуры (ниже криоскопической) в термическом центре или заданного значения среднеобъемной температуры путем выравнивания температуры по объему продукта.

Согласно технологии замораживания в трехзонном скороморозильном аппарате процесс обработки продуктов делится на периоды в соответствии с делением аппарата на зоны. Охлаждение и начало замораживания происходят в первой зоне аппарата при взаимодействии продукта с парами азота, выходящими из второй зоны аппарата. По окончании первого периода продукт перемещается во вторую зону аппарата, где взаимодействует с жидким азотом, поступающим из распылительных форсунок сверху продукта (над лентой транспортера). Третий период процесса заканчивается в среде газообразного азота последней зоны аппарата.

Стадия охлаждения. Расчетная схема показана на рис.3.

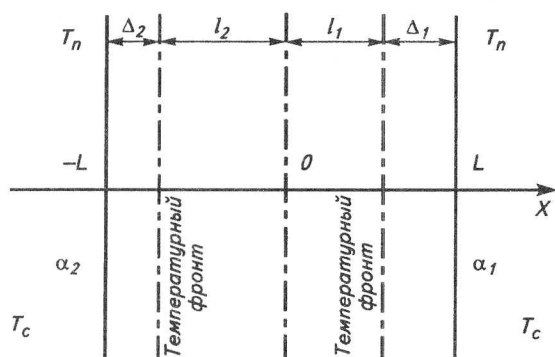


Рис.3. Расчетная схема продукта на стадии охлаждения:
 T_n , T_c – температуры на поверхности продукта и охлаждающей среды, °C; α_1 , α_2 – коэффициенты теплоотдачи соответственно от верхней и нижней поверхностей продукта, Вт/(м²·К); Δ_1 , Δ_2 – толщины возмущенных слоев с верхней и нижней поверхностями, м; l_1 , l_2 – расстояние от температурных фронтов до термического центра, м; L – определяющий размер продукта, м

В основу решения положена гипотеза А.М. Пирвердяна о наличии температурного фронта, который перемещается с конечной скоростью.

Математическая модель стадии охлаждения описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \text{ при } l_1 \leq x < L \text{ и при } -L < x \leq l_2;$$

$$T = T_0 \text{ при } -l_2 < x < l_1 \quad (3)$$

и граничными условиями третьего рода на поверхностях пластины:

$$-\lambda \frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = \alpha_1 [T(L, t) - T_0];$$

$$-\lambda \frac{\partial T(-L, t)}{\partial x} = \alpha_2 [T(-L, t) - T_0]; \quad (4)$$

на температурных фронтах:

$$\frac{\partial T(l_1, t)}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial T(-l_2, t)}{\partial x} = 0;$$

$$T(l_1, t) = T(-l_2, t) = T_0. \quad (5)$$

Введя безразмерные величины

$$\left[\chi = \frac{x}{L}; \vartheta = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_c}; Fo = \frac{at}{L^2}; \right.$$

$$\left. Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}; \rho_1 = \frac{l_1}{L}; \rho_2 = \frac{l_2}{L} \right]$$

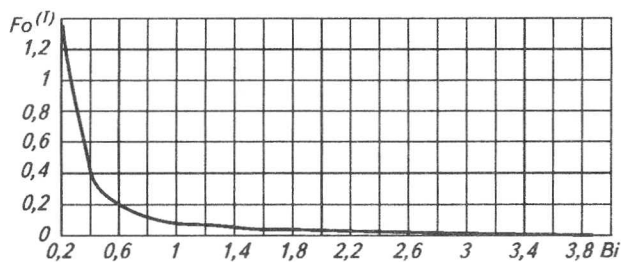
и выполнив необходимые преобразования, получаем зависимость времени охлаждения до достижения криоскопической температуры на поверхности продукта от условий теплообмена:

$$Fo^{(1)} = \frac{1}{3Bi^2} \left[\frac{\vartheta_{кр}^2}{(1 - \vartheta_{кр})^2} + \frac{2\vartheta_{кр}}{1 - \vartheta_{кр}} + 2 \ln(1 - \vartheta_{кр}) \right]. \quad (6)$$

Рассчитываем значения безразмерной толщины возмущенного слоя $\delta_{кр}$ при достижении криоскопической температуры на поверхности продукта $\vartheta_{кр}$:

$$\vartheta = \vartheta_{кр} = \frac{T_0 - T_{кр}}{T_0 - T_c}; \quad \delta_{кр} = \frac{2\vartheta_{кр}}{Bi(1 - \vartheta_{кр})}. \quad (7)$$

Находим графические зависимости $\delta_{кр}$ и $Fo^{(1)}$ от Bi [1]. На рис. 4 представлен график $Fo^{(1)} = f(Bi)$ для условий, соответствующих первой зоне многозонного азотного аппарата: $T_c = -90$ °C; $T_0 = 28$ °C; $T_{кр} = -2$ °C. Причем T_c принята по данным эксперимента, как среднелогарифмическое значение температуры газообразного азота по длине первой зоны аппарата.

Рис. 4. График зависимости $Fo_1^{(I)} = f(Bi)$

Стадия замораживания. Аналитическое описание основано на модели Стефана, в соответствии с которой продукт разделяется на замерзшие и незамерзшие зоны, между которыми существуют поверхности раздела – фронты кристаллизации. Процесс замораживания рассматривается как перемещение фронта кристаллизации от периферии к центру продукта.

В случае несимметричного теплоотвода к началу стадии замораживания температурные фронты еще не встретились. В этом случае в продукте кроме замерзших и незамерзших зон существует и невозмущенная зона, в которой температура продукта равна T_0 , отделенная от возмущенных зон температурными фронтами. Стадия замораживания в этом случае разбивается на два этапа. Первый этап заканчивается при встрече температурных фронтов, после которой невозмущенная зона исчезает и начинается второй этап замораживания, заканчивающийся в момент встречи фронтов кристаллизации. Учет несимметрии осуществляется с использованием коэффициента асимметрии теплоотдачи: $k > 1$; $k = Bi_1/Bi_2$.

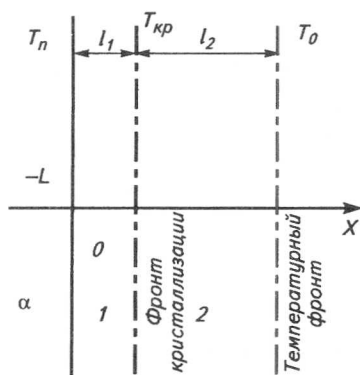


Рис. 5. Расчетная схема продукта для первого этапа стадии замораживания:

1 и 2 – соответственно замерзшая и незамерзшая зоны, а невозмущенная зона находится правее температурного фронта; l_1 – толщина замерзшей зоны, м; l_2 – толщина незамерзшей зоны, м; L – определяющий размер продукта, м; T_n – температура на поверхности продукта, °C; T_0 – температура продукта в невозмущенной зоне, равная начальной, °C; $T_{кр}$ – криоскопическая температура на фронте кристаллизации, °C; α – коэффициент теплоотдачи с поверхности продукта, Вт/(м²·K)

Расчетная схема продукта для первого этапа стадии замораживания показана на рис. 5.

Значения теплофизических характеристик замороженного продукта значительно отличаются от этих характеристик в незамерзшей зоне, поэтому индекс 1 обозначает параметры замороженного продукта, а 2 – соответствующие параметры незамерзшего продукта.

Математическая модель первого этапа замораживания описывается уравнениями теплопроводности в безразмерном виде для 1-й и 2-й зон аппарата:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial Fo} = A \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial \chi^2}; \quad \frac{\partial \vartheta_2}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \chi^2},$$

$$\text{где } A = \frac{a_2}{a_1}; \quad \vartheta_1 = \frac{T_1 - T_c}{T_{кр} - T_c}; \quad \vartheta_2 = \frac{T_2 - T_{кр}}{T_0 - T_{кр}}. \quad (8)$$

Граничные условия в безразмерном виде для двух зон аппарата:

$$\frac{\partial \vartheta_1(0, Fo)}{\partial \chi} = Bi \vartheta_1(0, Fo);$$

$$\vartheta_1(\epsilon, Fo) = 1;$$

$$\vartheta_2(\epsilon, Fo) = 0;$$

$$\vartheta_2(\gamma, Fo) = 1; \quad \frac{\partial \vartheta_2(\gamma, Fo)}{\partial \chi} = 0, \quad (9)$$

где $\epsilon = l_1/L$; $\gamma = l_2/L$; ϵ, γ – безразмерные координаты соответственно фронта кристаллизации и температурного фронта.

Введены безразмерные комплексы:

$$\Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}; \quad \Theta = \frac{T_{кр} - T_c}{T_0 - T_{кр}}; \quad R = \frac{c_2(T_0 - T_{кр})}{\omega W r};$$

W – влагосодержание продукта;

ω – доля вымороженной влаги;

r – удельная теплота льдообразования, кДж/кг;

c_2 – удельная теплоемкость незамерзшего продукта, кДж/(кг·K).

Условие Стефана на фронте кристаллизации:

$$\frac{d\epsilon}{dFo} = \Lambda \Theta R \frac{\partial \vartheta_1(\epsilon, Fo)}{\partial \chi} - R \frac{\partial \vartheta_2(\epsilon, Fo)}{\partial \chi}. \quad (10)$$

В ходе решения получено следующее выражение, содержащее величину $Fo = Fo_1^{(II)}$:

$$\sqrt{3 \Theta^2 Bi^2 Fo + 2 \Theta \left(\Theta \ln \frac{1 + \Theta}{\Theta} - 1 \right)} + \sqrt{3 \Theta^2 Bi^2 Fo - 2 \Theta k^2 \left(\Theta \ln \frac{1 + \Theta}{\Theta} - 1 \right)} = Bi \Theta. \quad (11)$$

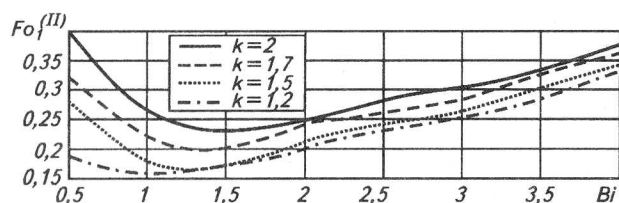


Рис. 6. Зависимость $Fo_1^{(II)}$ от критерия Bi для различных значений коэффициента асимметрии теплоотдачи k

После необходимых преобразований получили аналитическую зависимость $Fo_1^{(II)}$ от Bi для первого этапа стадии замораживания:

$$Fo_1^{(II)} = \frac{1}{24} + \frac{1}{6Bi^2} \left(\ln \frac{1+\Theta}{\Theta} - \frac{1}{\Theta} \right) \times \left\{ k^2 \left[1 + \frac{3}{2Bi^2} \left(\ln \frac{1+\Theta}{\Theta} - \frac{1}{\Theta} \right) \right] - 1 \right\}. \quad (12)$$

На рис. 6 показана зависимость $Fo_1^{(II)}$ от критерия Bi . На втором этапе замораживания невозмущенная зона отсутствует, поэтому расчетная схема изменяется (рис. 7).

Пластина продукта в этой модели разделена на три зоны: замерзшая I толщиной Δ_1 , незамерзшая II и замерзшая III толщиной Δ_2 . Температура в зоне I – T_1 , в зоне II – T_2 , в зоне III – T_3 .

Математическая модель для этого этапа представляет собой систему уравнений Фурье для трех зон:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial Fo} = A \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial \chi^2}; \quad \frac{\partial \vartheta_2}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \chi^2}; \quad \frac{\partial \vartheta_3}{\partial Fo} = A \frac{\partial^2 \vartheta_3}{\partial \chi^2}; \quad (13)$$

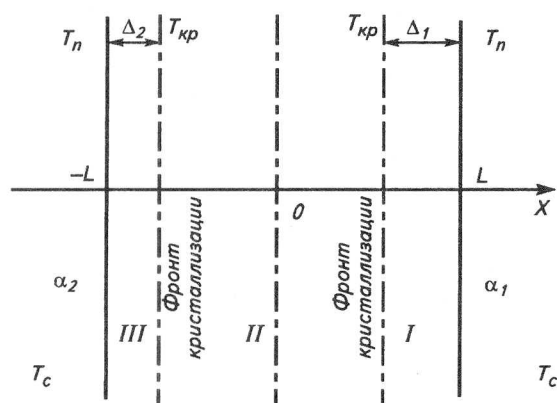


Рис. 7. Расчетная схема второго этапа стадии замораживания:

I, III – замороженные зоны продукта;
II – незамерзшая зона; L – определяющий размер продукта, м; Δ_1, Δ_2 – толщины возмущенных слоев соответственно верхней и нижней поверхностей, м;
 T_n – температура на поверхности продукта, °C;
 $T_{кр}$ – криоскопическая температура на фронтах кристаллизации, °C; T_c – температура охлаждающей среды, °C; α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи с нижней и верхней поверхностей продукта, Вт/(м·K)

граничные условия третьего рода:

$$\frac{\partial \vartheta_1(1, Fo)}{\partial \chi} = Bi_1 [1 - \vartheta_1(1, Fo)]; \quad \vartheta_1(\gamma_1, Fo) = 0; \quad (14)$$

для первой, второй и третьей зон

$$\frac{\partial \vartheta_3(-1, Fo)}{\partial \chi} = Bi_2 [\vartheta_3(-1, Fo) - 1]; \quad \vartheta_3(-\gamma_3, Fo) = 0;$$

$$\vartheta_2(\gamma_1, Fo) = 0;$$

$$\vartheta_2(-\gamma_2, Fo) = 0, \quad (15)$$

$$\text{где } \vartheta_1 = \frac{T_{кр} - T_1}{T_{кр} - T_c}; \quad \vartheta_2 = \frac{T_{кр} - T_2}{T_{кр} - T_c}; \quad \vartheta_3 = \frac{T_{кр} - T_3}{T_{кр} - T_c};$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha_1 L}{\lambda_1}; \quad Bi_2 = \frac{\alpha_2 L}{\lambda_1};$$

$$\chi = \frac{x}{L}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\Delta_1}{L}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta_2}{L};$$

$$\gamma_1 = 1 - \varepsilon_1; \quad \gamma_2 = 1 - \varepsilon_2; \quad Fo = \frac{a_2 t}{L^2}.$$

Условия Стефана на фронтах кристаллизации приводятся к виду:

$$\frac{d\gamma_1}{dFo} = R\Theta \left[\frac{\partial \vartheta_2(\gamma_1, Fo)}{\partial \chi} - \Lambda \frac{\partial \vartheta_1(\gamma_1, Fo)}{\partial \chi} \right];$$

$$\frac{d\gamma_2}{dFo} = R\Theta \left[\Lambda \frac{\partial \vartheta_3(-\gamma_2, Fo)}{\partial \chi} - \frac{\partial \vartheta_2(-\gamma_2, Fo)}{\partial \chi} \right]. \quad (16)$$

После преобразований получаем зависимость $Fo_2^{(II)}$ от Bi для второго этапа стадии замораживания, обозначив $Bi_1 = Bi, Bi_2 = Bi/k$:

$$Fo_2^{II} = -\frac{\varepsilon_1}{2R\Theta\vartheta_0} - \frac{\Lambda}{4R\Theta\vartheta_0^2} \ln \left(1 + \frac{2\vartheta_0 Bi \varepsilon_1}{2\vartheta_0 - \Lambda Bi} \right);$$

$$Fo_2^{II} = -\frac{\varepsilon_2}{2R\Theta\vartheta_0} - \frac{\Lambda}{4R\Theta\vartheta_0^2} \ln \left(1 + \frac{2\vartheta_0 Bi \varepsilon_2}{2\vartheta_0 k - \Lambda Bi} \right). \quad (17)$$

Если не учитывать перехода объекта во вторую зону азотного аппарата, то процесс замораживания заканчивается, когда фронты кристаллизации встречаются, т.е. если

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2. \quad (18)$$

Тогда, решая систему уравнений (17) и (18), находим $Fo_2^{(II)}$ второго этапа замораживания.

На рис. 8 показана зависимость $Fo_2^{(II)}$ от критерия Bi .

Общая продолжительность стадии замораживания, если не учитывать перехода во вторую зону многозон-

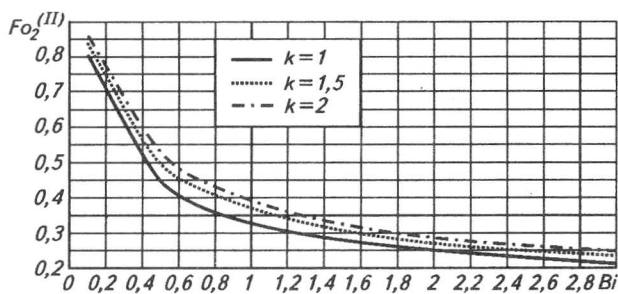


Рис. 8. Зависимость $Fo_2^{(III)}$ от критерия Bi при различных значениях коэффициента асимметрии k

ного азотного аппарата, равна

$$Fo^{(II)} = Fo_1^{(II)} + Fo_2^{(II)}. \quad (19)$$

Далее рассмотрим этап перехода продукта из первой во вторую зону азотного аппарата.

Как было сказано выше, с точки зрения технологии к моменту перехода продукта из первой зоны многозонного азотного аппарата во вторую среднееобъемная температура продукта должна быть равна криоскопической. Очевидно, что это условие может быть выполнено только на втором этапе стадии замораживания. Для определения момента перехода необходимо рассчитать среднееобъемную температуру продукта на втором этапе стадии замораживания. Формула для среднееобъемной безразмерной температуры

$$\begin{aligned} \langle \vartheta \rangle &= \int_{-1}^{-\gamma_2} \vartheta_3(\chi) d\chi + \int_{-\gamma_2}^{\gamma_1} \vartheta_2(\chi) d\chi + \int_{\gamma_1}^1 \vartheta_1(\chi) d\chi = \\ &= \frac{Bi}{4} \left[\frac{\epsilon_1^2}{Bi\epsilon_1 + 1} + \frac{\epsilon_2^2}{Bi\epsilon_2 + k} \right] + \frac{\vartheta_0}{6} (2 - \epsilon_1 - \epsilon_2)^2, \end{aligned} \quad (20)$$

где ϵ_1 и ϵ_2 — толщины замерзших слоев продукта у двух его поверхностей, зависимость которых от числа Фурье описывается уравнениями (17).

Переход продукта во вторую зону аппарата должен наступить в момент, когда $\langle \vartheta \rangle = 0$, и по уравнениям (20) и (17) определяется $Fo_2^{(III)}$ момента перехода.

После перехода продукта во вторую зону многозонного азотного аппарата стадия замораживания продолжается, но уже с другими значениями критерия Bi и коэффициента несимметрии k , что обусловлено физическими условиями во второй зоне. Так, во второй зоне аппарата температура среды T_{c2} существенно отличается от температуры среды T_c первой зоны и T_{c2} практически равна температуре кипения жидкого азота, т.е. $T_{c2} = -196$ °С. При этом среднееобъемная температура продукта продолжает понижаться до тех пор, пока не встретятся фронты кристаллизации. В этот момент заканчивается стадия замораживания и начинается стадия домораживания.

Чтобы найти промежуток времени $Fo_3^{(III)}$, необходимый для завершения замораживания, следует определить температуру в термическом центре пластины продукта в момент перехода продукта во вторую зону аппарата, а также толщины замороженных слоев $\epsilon_1^{(II)}$ и $\epsilon_2^{(II)}$. Безразмерная температура в термическом центре пластины в момент перехода определяется из уравнения

$$\vartheta_{\text{ц}} = \vartheta_{\text{mid}} = \frac{\vartheta_0}{2} (2 - \epsilon_1 - \epsilon_2), \quad (21)$$

размерная температура:

$$T_{\text{ц2}} = T_0 - (T_0 - T_c) \vartheta_{\text{ц}}. \quad (22)$$

Для определения $Fo_3^{(III)}$ необходимо решить дифференциальные уравнения (13) при начальных условиях

$$\epsilon_1 = \epsilon_1^{(II)}, \quad \epsilon_2 = \epsilon_2^{(II)} \quad \text{при } Fo = 0, \quad (23)$$

причем в этих уравнениях $\vartheta_0 = \frac{T_{\text{кр}} - T_{\text{ц2}}}{T_{\text{кр}} - T_c}$.

В результате получим уравнения расчета $Fo_3^{(III)}$:

$$\begin{aligned} Fo_3^{(III)} &= \frac{\epsilon_1^{(II)} - \epsilon_1}{2R\Theta\vartheta_0} - \\ &- \frac{\Lambda}{4R\Theta\vartheta_0^2} \ln \left(\frac{2\vartheta_0 Bi \epsilon_1 + 2\vartheta_0 - \Lambda Bi}{2\vartheta_0 Bi \epsilon_1^{(II)} + 2\vartheta_0 - \Lambda Bi} \right); \\ Fo_3^{(III)} &= \frac{\epsilon_2^{(II)} - \epsilon_2}{2R\Theta\vartheta_0} - \\ &- \frac{\Lambda}{4R\Theta\vartheta_0^2} \ln \left(\frac{2\vartheta_0 Bi \epsilon_2 + 2k\vartheta_0 - \Lambda Bi}{2\vartheta_0 Bi \epsilon_1^{(II)} + 2k\vartheta_0 - \Lambda Bi} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Решение системы уравнений (24) позволяет определить промежуток времени $Fo_3^{(III)}$, необходимый для завершения стадии замораживания во второй зоне многозонного азотного аппарата.

Стадия домораживания.

Математическая модель стадии домораживания практически не отличается от модели охлаждения. Отличие состоит в том, что безразмерную температуру следует определять как

$$\vartheta_k = \frac{T_{\text{кр}} - T_k}{T_{\text{кр}} - T_c}. \quad (25)$$

Кроме того, при расчете критерия Bi необходимо использовать значение теплопроводности замороженного продукта.

Процесс домораживания заканчивается, когда заданное значение ϑ_k приобретает либо среднееобъемная безразмерная температура, либо безразмерная темпе-

ратура в термическом центре пластины. В первом случае продолжительность этапа домораживания определяется так:

$$Fo^{(III)} = \frac{2}{3Bi} \frac{Bi^2 + 2Bi + 3k}{k + 2Bi + 1} \times \ln \left[\frac{(k + 2Bi + 1)(Bi^2 + 2Bi + 3k)}{3(Bi + 1)(k + Bi + 1)(k + Bi)} \frac{T_{кр} - T_c}{T_k - T_c} \right], \quad (26)$$

во втором случае:

$$Fo^{(III)} = \frac{2}{3Bi} \frac{Bi^2 + 2Bi + 3k}{k + 2Bi + 1} \ln \left[\frac{T_{кр} - T_c}{T_k - T_c} \right]. \quad (27)$$

Общая продолжительность замораживания в трехзонном азотном аппарате равна:

$$Fo = Fo^I + Fo^{II} + Fo^{III}. \quad (28)$$

Одним из главных параметров, необходимых для выполнения расчетов математической модели, является коэффициент теплоотдачи α .

Для условий теплообмена между продуктом и газообразным азотом в первой зоне (предварительного охлаждения) обосновано использование следующей зависимости:

$$Nu = 0,0296 Re^{0,8} Pr^{0,43}; Re = \omega \delta / \nu; \alpha_1 = Nu \cdot \lambda / \delta, \quad (29)$$

где Nu , Re , Pr – критерии Нуссельта, Рейнольдса, Прандтля;

ω – скорость движения среды в первой зоне, м/с;

δ – толщина продукта, м;

ν – кинематическая вязкость газообразного азота, м²/с;

λ – коэффициент теплопроводности газообразного азота, Вт/(м·К).

Во второй зоне аппарата жидкий криоагент распыляется через форсунки на поверхность продукта, при этом вследствие высокого перепада температур фазовое состояние кипящего криоагента изменяется таким образом, что теплота от продукта к окружающей его жидкости передается через разделяющую их паровую пленку. Эта паровая пленка, как показали эксперименты, образует сплошной однородный слой на поверхности продукта, который остается устойчивым, в результате чего жидкость не может контактировать с поверхностью продукта. Поэтому для зоны орошения предложена аналитическая модель определения коэффициента теплоотдачи α_2 с использованием теории устойчивости Тейлора и Бромли для условий пленочного кипения [3]:

$$Nu = 0,62 (Ra \Theta)^{0,25};$$

$$Ra = L^3 g \rho_{\text{п}} (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}}) C_p / (\mu_{\text{п}} \lambda_{\text{п}}); \quad (30)$$

$$\Theta = (r + 0,5 C_p \Delta T) / (C_p \Delta T); \quad \Delta T = T_{\text{в}} - T_{\text{нас}};$$

$$\alpha_2 = Nu \cdot \lambda / \delta,$$

где Ra – критерий Ралея;

Θ – безразмерный тепловой параметр Тейлора;

$\rho_{\text{ж}}$ и $\rho_{\text{п}}$ – плотность жидкого и газообразного азота, кг/м³;

$\mu_{\text{п}}$ – динамическая вязкость паров азота, Па·с;

L – определяющий размер продукта, м;

C_p – удельная теплоемкость азота, кДж/(кг·К);

r – скрытая теплота парообразования азота, кДж/кг;

$\lambda_{\text{п}}$ – коэффициент теплопроводности паров азота, Вт/(м·К);

$T_{\text{в}}$ и $T_{\text{нас}}$ – температуры соответственно насыщенных паров азота и образуемой парами азота пленочной стенки, К.

При подстановке в уравнения (30) всех постоянных величин получаем расчетную формулу для определения коэффициента теплоотдачи во второй зоне аппарата:

$$\alpha_2 = 13 \left(\frac{376,4 + \Delta T}{\Delta T \delta} \right)^{0,25}. \quad (31)$$

Адекватность предложенных методов аналитического расчета α экспериментальным данным уже доказана [3]. Здесь же приведены значения коэффициента теплоотдачи по зонам α_1 и α_2 на примере замораживания пищевых продуктов классов Π_5 – овощи и Π_7 – комбинированные “тесто+начинка”.

Результаты экспериментальных исследований, которые получены на действующем азотном аппарате АСТА-30 (см. рис. 2), подтвердили адекватность предложенной математической модели (на уровне 10...17 %), а также позволили определить значения коэффициента асимметрии ($k = 1,4...1,6$) в зависимости от условий работы азотного туннельного аппарата [1].

Таким образом, с использованием разработанной математической модели можно рассчитать продолжительность всех процессов, происходящих в трехзонном азотном аппарате, начиная с момента входа продукта в аппарат и до достижения требуемого состояния замороженного продукта на выходе из аппарата. Такие данные необходимы при определении процессных и конструктивных параметров криогенного скороморозильного аппарата.

Список литературы

1. Антонов А.А., Венгер К.П. Азотные системы хладоснабжения для производства быстрозамороженных пищевых продуктов. – Рязань: Узоречье, 2002.
2. Бражников А.М. Теория термической обработки мясопродуктов. – М.: Агропромиздат, 1987.
3. Стефанчук В.И., Венгер К.П., Пчелинцев С.А., Ручьев А.С., Феськов О.А. Исследование процесса быстрого замораживания пищевых продуктов в трехзонном азотном проточном аппарате // Вестник МАХ. 2001. № 2.