

УДК 621.515.4

## К вопросу протечек компримируемой среды в рабочей части однороторного винтового компрессора (ВКО) с окружной формой зуба

Д-р техн. наук В. А. ПРОНИН<sup>1</sup>, О. В. ДОЛГОВСКАЯ<sup>2</sup>, А. Ф. МИНИКАЕВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>maior.pronin@mail.ru, <sup>2</sup>zilkina@yandex.ru, <sup>3</sup>artyr\_minikaev@mail.ru

Университет ИТМО

191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

*Рассмотрена проблема протечек компримируемой среды в рабочей части однороторного винтового компрессора (ВКО) с окружной формой зуба. Показана исходная система дифференциальных уравнений гидрогазодинамики в относительном движении во вращающейся системе цилиндрических координат, связанной с зубом отсекаателя окружного профиля. Установлено, что при рассмотрении поставленной задачи, к системе дифференциальных уравнений гидрогазодинамики необходимо присоединить термическое и калорическое уравнения состояния сплошной среды, зависимости, характеризующие ее вязкость и теплопроводность, а также граничные и начальные условия. Обоснованно, упрощение полученных зависимостей возможных при оценке порядка всех их членов, с учетом специфики течения рабочей среды в узких зазорах, которые имеют место в зацеплении рабочих органов винтового однороторного компрессора. Приведенные результаты расчета уравнения неразрывности и движения, дают возможность описать уравнение энергетического баланса.*

**Ключевые слова:** винтовой однороторный компрессор, уравнения гидрогазодинамики, зуб отсекаателя окружного профиля, протечки компримируемой среды.

### Информация о статье

Поступила в редакцию 18.05.2016, принята к печати 08.07.2016

doi: 10.21047/1606-4313-2016-15-3-43-46

### Ссылка для цитирования

Пронин В. А., Долговская О. В., Миникаев А. Ф. К вопросу протечек компримируемой среды в рабочей части однороторного винтового компрессора (ВКО) с окружной формой зуба // Вестник Международной академии холода. 2016. № 3. С. 43–46.

## On the issue of compressible medium leakage in operating unit of single-rotor screw compressor (SSC) with circumferential shape of the tooth

D. Sc. V. A. PRONIN<sup>1</sup>, O. V. DOLGOVSKAYA<sup>2</sup>, A. F. MINIKAEV<sup>3</sup>

<sup>1</sup>maior.pronin@mail.ru, <sup>2</sup>zilkina@yandex.ru, <sup>3</sup>artyr\_minikaev@mail.ru

ITMO University

191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

*In this paper the problem of the compressible medium leakage in the operating unit of the single-rotor screw compressor (EBA) with a peripheral shape of the tooth is considered. Original system of differential equations for fluid dynamics in the relative motion of the rotating cylindrical coordinate system associated with the tooth clipper district profile is shown. It was found that, when dealing with the task in question, we should add the thermal and caloric equation of a continuous medium state to a system of differential equations of fluid dynamics. Dependences characterizing its viscosity and thermal conductivity as well as boundary and initial conditions should be also added. The simplification of the dependences obtained in the evaluation of the possible order for all their members taking into account the working medium flow character in the narrow gaps that occur in the engagement of screw-rotor compressor working elements is substantiated. The results of the continuity and movement equation calculation make it possible to describe the energy balance equation.*

**Keywords:** single-rotor screw compressor, hydraulic gas dynamic equations, tooth clipper of the district profile, leakage of the compressible medium.

Повсеместное применение компримируемых сред в различных отраслях промышленности требует значительных энергозатрат на их производство. Поэтому повышение энергетической эффективности компрессора, с учетом новейших достижений науки и техники, имеет важное значение для экономики страны. Энергетическая

эффективность таких машин зависит от различных факторов.

На сегодняшний день проблема протечек компримируемой среды в рабочей части однороторного винтового компрессора (ВКО) с окружной формой зуба весьма актуальна. При решении поставленной задачи, следует

учитывать специфику построения окружной формы зубьев отсекаателей, которые входят в зацепление с центральным винтом [1–5]. Следовательно, необходимо рассматривать исходную систему дифференциальных уравнений гидрогазодинамики в относительном движении во вращающейся системе цилиндрических координат [6, 7], связанную с зубом отсекаателя окружного профиля.

Считаем, что система цилиндрических координат  $r, \varphi, z$  вращается вместе с рассматриваемым зубом отсекаателя, при этом ось  $OZ$  — параллельна оси отсекаателя  $O'Z'$  и проходит через центр окружности, которой описан контур зуба в осевой плоскости (рис. 1). Расстояние между центром контура зуба и осью вращения отсекаателя  $O_1O$  равно  $r_1$ .

В случае нестационарного движения сжимаемой среды, уравнение неразрывности в цилиндрической системе координат [8] имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\rho w_\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} + \frac{\rho w_r}{r} = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность рабочей среды;  $t$  — время;  $w_r, w_\varphi, w_z$  — радиальная, окружная и осевая компоненты относительной скорости потока по отношению к зубу отсекаателя.

Дифференциальные уравнения движения сплошной среды в рассматриваемой системе координат должны содержать объемные силы инерции, которые описываются уравнением:

$$\vec{F} = \omega_2^2 \vec{r}' - r \vec{\omega}_3 \vec{\omega}, \quad (2)$$

где  $\vec{r}'$  — радиус-вектор, проведенный от оси вращения отсекаателя в рассматриваемую точку;  $\vec{\omega}_3$  — вектор угловой скорости винта относительно отсекаателя;  $\vec{\omega}$  — относительная скорость сплошной среды. Тогда составляющие объемных сил инерции, с учетом рис. 1, можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} F \approx \omega_3^2 (r_3 + r_1 \cos \varphi) + 2\omega_3 w_\varphi; \\ F_\varphi \approx -\omega_3^2 r_1 \sin \varphi - 2\omega_3 w_r; \\ F_z = 0. \end{cases} \quad (3)$$

При этом дифференциальные уравнения ламинарного движения [9] можно представить в виде:

$$\frac{dw_r}{dt} - \frac{w_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \omega_3^2 (r + r_1 \cos \varphi) + 2\omega_3 w_\varphi + \phi_r; \quad (4)$$

$$\frac{dw_\varphi}{dt} + \frac{w_r w_\varphi}{r} = -\frac{1}{\rho r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \omega_3^2 r_1 \sin \varphi - 2\omega_3 w_r + \phi_\varphi; \quad (5)$$

$$\frac{dw_z}{dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \phi_z, \quad (6)$$

здесь  $p$  — давление;  $\phi_r, \phi_\varphi, \phi_z$  — члены уравнений, характеризующие влияние вязкости среды и связанные с касательными напряжениями в потоке  $\tau_{rr}, \tau_{r\varphi}, \tau_{rz}, \tau_{\varphi\varphi}, \tau_{\varphi z}$  и  $\tau_{zz}$  соотношениями

$$\phi_r = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\varphi\varphi}}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu \cdot \text{div} \vec{w}) \right]; \quad (7)$$

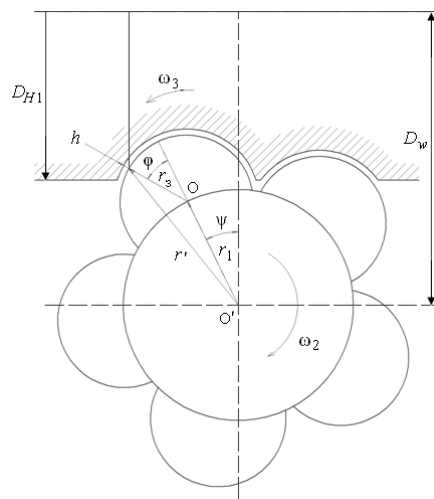


Рис. 1. Зацепление рабочих органов винтового однороторного компрессора в осевой плоскости

$$\phi_\varphi = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\varphi\varphi}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} + 2 \frac{\tau_{r\varphi}}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mu \cdot \text{div} \vec{w}) \right]; \quad (8)$$

$$\phi_z = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \cdot \text{div} \vec{w}) \right], \quad (9)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость, а  $\text{div} \vec{w}$  — дивергенция относительной скорости потока, которую можно определить из уравнения

$$\text{div} \vec{w} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r w_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_z}{\partial z}. \quad (10)$$

Касательные напряжения связаны с компонентами тензора скоростей деформации:  $\dot{S}_{rr}, \dot{S}_{r\varphi}, \dot{S}_{rz}, \dot{S}_{\varphi\varphi}, \dot{S}_{\varphi z}, \dot{S}_{zz}$  следующими зависимостями [10, 11]:

$$\tau_{rr} = 2\mu \dot{S}_{rr}; \quad \tau_{rz} = 2\mu \dot{S}_{rz}; \quad \tau_{\varphi z} = 2\mu \dot{S}_{\varphi z};$$

$$\tau_{r\varphi} = 2\mu \dot{S}_{r\varphi}; \quad \tau_{\varphi\varphi} = 2\mu \dot{S}_{\varphi\varphi}; \quad \tau_{zz} = 2\mu \dot{S}_{zz}.$$

При этом следует отметить, что для компонент тензора скоростей деформации справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{S}_{rr} = \frac{\partial w_r}{\partial r}; \\ \dot{S}_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} - \frac{w_\varphi}{r} + \frac{\partial w_r}{r \partial \varphi} \right); \\ \dot{S}_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_z}{\partial r} + \frac{\partial w_r}{\partial z} \right); \\ \dot{S}_{\varphi\varphi} = \frac{\partial w_\varphi}{r \partial \varphi} + \frac{w_r}{r}; \\ \dot{S}_{\varphi z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_z}{r \partial \varphi} + \frac{\partial w_\varphi}{\partial z} \right); \\ \dot{S}_{zz} = \frac{\partial w_z}{\partial z}. \end{cases} \quad (11)$$

Уравнение энергетического баланса [12,13] запишем в виде:

$$\rho \frac{di}{dt} = \frac{dp}{dt} + N_{\text{дис}} + \text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T). \quad (12)$$

В приведенном уравнении  $i$  — удельная энтальпия движущейся сплошной среды;  $T$  — температура;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $N_{\text{дис}}$  — мощность сил трения диссипируемая в теплоту и связанная с компонентами тензора скоростей деформации уравнением:

$$N_{\text{дис}} = 4\mu(\dot{S}_{r\varphi}^2 + \dot{S}_{\varphi z}^2 + \dot{S}_{rz}^2) + \frac{2}{3}\mu\left[(\dot{S}_{rr} - \dot{S}_{\varphi\varphi})^2 + (\dot{S}_{\varphi\varphi} - \dot{S}_{zz})^2 + (\dot{S}_{zz} - \dot{S}_{rr})^2\right]. \quad (13)$$

Последний член уравнения (12), характеризующий теплопроводность, можно представить в виде:

$$\text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda \frac{\partial T}{r \partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (14)$$

При этом в уравнениях (4) ÷ (6) и (12) оператор  $\frac{d}{dt}$  можно записать в виде:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{w_\varphi}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial}{\partial z}. \quad (15)$$

Если воспользоваться уравнением неразрывности (1) и уравнениями движения (4)–(6), то можно уравнение энергетического баланса записать как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho i^* - p) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r_\varphi w_r i^*) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho w_\varphi i^*) + \\ + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z i^*) = \rho w_r \phi_r + \rho w_\varphi \phi_\varphi + \rho w_z \phi_z + \\ + \rho \omega_3 [w_r(r + r_1 \cos \varphi) - w_\varphi z \sin \varphi] + N_{\text{дис}} + \text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{где } i^* = i + \frac{1}{2}(w_r^2 + w_\theta^2 + w_z^2).$$

При рассмотрении поставленной задачи, к системе дифференциальных уравнений гидрогазодинамики необходимо присоединить термическое и калорическое уравнения состояния сплошной среды, зависимости, характеризующие ее вязкость и теплопроводность, а также граничные и начальные условия. Упрощение полученных зависимостей возможно при оценке порядка всех их членов, с учетом специфики течения рабочей среды в узких зазорах, которые имеют место в зацеплении рабочих органов винтового однороторного компрессора [8, 14–16]. Проведенные расчеты показывают, что если воспользоваться уравнением неразрывности и уравнениями движения, то можно получить уравнение энергетического баланса.

## Литература

1. Пронин В. А. Винтовые однороторные компрессоры для холодильной техники и пневматики: дис... докт. техн. наук. — СПб., 1998, 226 с.

2. Пронин В. А., Желябов В. Л., Коваленко В. В. К вопросу определения геометрических параметров щелей в рабочей части однороторного винтового компрессора // Интенсификация производства и применения искусственного холода: Тезисы докладов Всесоюзной научно технической конференции — Л.: ЛТИХП, 1986, с. 15.
3. Пронин В. А., Носков А. Н. Особенности проектирования рабочих органов винтовых однороторных компрессоров с окружным профилем зуба. // Компрессорная техника и пневматика. 1996. № 1–2 (10–11). с. 60–63.
4. А. С. 1813924 СССР. Однороторная винтовая машина / В. А. Пронин, Г. Н. Ден, И. И. Новиков; опубл. в Б. И., 1992, № 23.
5. А. С. 1479692 СССР. Отсекатель однороторный винтовой машины / В. А. Пронин, В. В. Коваленко, Ю. А. Исаев; опубл. в Б. И., 1989, № 18.
6. Vimmr J., Ondrey F. Numerical simulation of leakage flow between moving rotor and housing of screw compressor // Proceedings of the Conference Modelowanie Inzynierskie, Gliwice, 2006. No 32, p. 461–468.
7. Chanukya Reddy G. CFD studies on flow through screw compressor. Institute of Technology, Rourkela, 2007, 85 p.
8. Ден Г. Н., Пронин В. А., Воеводский А. А. К расчету протечек через зазоры между полукруглыми зубом отсекающей и винтом однороторного маслозаполненного винтового компрессора. Сборник науч. трудов «Исследование и совершенствование конструкций холодильных машин». — Л.: ЛТИХП, 1990. с. 52–59.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987. 840 с.
10. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. — М.: Наука, 1976. 888 с.
11. Амосов П. Е. Влияние физических свойств газов на скорости вращения винтовых компрессорных машин. // Компрессорное и холодильное машиностроение. 1966. № 4.
12. Гинсбург И. П. Истечение вязкого газа из подвижной щели. // Вестник ЛГУ. 1953. № 11. с. 78–87.
13. Гильшфельдер Д. Ж. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: Иностранная литература, 1961. 929 с.
14. Пронин В. А., Верболоз А. Л. Оценка влияния подвижности стенок щелей на протечки компримируемой среды в винтовом однороторном компрессоре (ВКО) // Вестник Международной академии холода. 2012. № 1.
15. Chen N. Aerothermodynamics of Turbomachinery — Analysis and Design. Singapore, John Wiley & Sons, 2011. p. 448.
16. Пронин В. А., Прилуцкий А. А., Долговская О. В., Подболотова Т. Е. Исследование эффективности работы скруббера при поглощении углекислого газа // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств». 2015. № 4. С. 132–140.

## References

1. Pronin V. A. Screw one-rotor compressors for refrigerating equipment and pneumatics: dis... dokt. tekhn. nauk. SPb., 1998, 226 p. (in Russian)
2. Pronin V. A., Zhelyabov V. L., Kovalenko V. V. To a question of determination of geometrical parameters of cracks in working part of the one-rotor screw compressor. *Intensification of production and application of artificial cold*: Theses of reports

- of All-Union scientifically technical conference. Leningrad. LTIKhp, 1986, p. 15. (in Russian)
3. Pronin V. A., Noskov A. N. Features of design of working bodies of screw one-rotor compressors with a district profile of tooth. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*. 1996. No 1–2 (10–11). p. 60–63. (in Russian)
  4. A. S. 1813924 SSSR One-rotor screw car. / V. A. Pronin, G. N. Den, I. I. Novikov; opubl. v B. I., 1992, No 23. (in Russian)
  5. A. S. 1479692 SSSR Otsekatel one-rotor screw car / V. A. Pronin, V. V. Kovalenko, Yu. A. Isaev; opubl. v B. I., 1989, No 18. (in Russian)
  6. Vimmr J., Ondrey F. Numerical simulation of leakage flow between moving rotor and housing of screw compressor. *Proceedings of the Conference Modelowanyie Inzynierskie*, Gliwice, 2006. No 32, p. 461–468.
  7. Chanukya Reddy G. CFD studies on flow through screw compressor. Institute of Technology, Rourkela, 2007, 85 p.
  8. Den G. N., Pronin V. A., Voevodskii A. A. To calculation of leakages through gaps between semicircular tooth of an otsekatel and the screw of the one-rotor maslozapolnenny screw compressor. Collection of scientific works «Research and Improvement of Designs of Refrigerators». — Leningrad, LTIKhp, 1990. p. 52–59. (in Russian)
  9. Loitsyanskii L. G. Mechanics of liquid and gas. Moscow, Nauka, 1987. 840 p. (in Russian)
  10. Abramovich G. N. Application-oriented gas dynamics. Moscow, Nauka, 1976. 888 p. (in Russian)
  11. Amosov P. E. Influence of physical properties of gases on rotational speeds of screw compressor machines. *Kompressornoe i kholodil'noe mashinostroenie*. 1966. No 4. (in Russian)
  12. Ginsburg I. P. The expiration of viscous gas from a mobile crack. *Vestnik LGU*. 1953. No 11. p. 78–87. (in Russian)
  13. Gil'shel'der D. Zh. Molecular theory of gases and liquids. Moscow. Inostrannaya literatura, 1961. 929 p. (in Russian)
  14. Pronin V. A., Verboloz A. L. Assessment of influence of mobility of walls of cracks on leakages of the compressed environment in the screw one-rotor compressor. *Vestnik Mezhdunarodnoi akademii kholoda*. 2012. No 1. (in Russian)
  15. Chen N. Aerothermodynamics of Turbomachinery — Analysis and Design. Singapore, John Wiley & Sons, 2011. p. 448.
  16. Pronin V. A., Priluzkii A. A., Dolgovskaya O. V., Podbolotova T. E. Carbon dioxide scrubbing efficiency. *Nauchnyi zhurnal NIU ITMO. Seriya «Protessy i apparaty pishchevykh proizvodstv»*. 2015. No 4. p.132–140.

## Требования к рукописям, представляемым в журнал «Вестник МАХ»

- В начале статьи, слева – УДК;
- После названия статьи – авторы с указанием места работы и контактной информации (e-mail);
- Одновременно со статьей представляется аннотация и ключевые слова на русском и английском языках. Аннотация должна содержать от 200 до 250 слов (приблизительно 1500 печатных знаков). **Аннотация должна быть полноценной и информативной, не содержать общих слов, отражать содержание статьи и результаты исследований, строго следовать структуре статьи.**
- статьи представляются набранными на компьютере в текстовом редакторе Word 97-2007 на одной стороне листа через 1,5 интервала, размер шрифта 14.
- объем статьи не более 15 страниц (формат А4, вертикальный, 210x297 мм; поля: левое - 2 см, правое - 2 см, верхнее - 2 см, нижнее - 2 см;
- иллюстрации представляются на магнитном носителе в следующем формате: растровые - TIFF-CMYK-300 dpi, TIFF-BM-800 dpi, векторные - EPS-CMYK4
- формулы и отдельные символы набираются с использованием редактора формул MathType (Microsoft Equation), не вставлять формулы из пакетов MathCad и MathLab.
- в статьях необходимо использовать Международную систему единиц (СИ);
- Список литературных источников должен быть оформлен по ГОСТу и содержать ссылки только на опубликованные работы. Номера ссылок в тексте должны идти строго по порядку их цитирования и заключаться в квадратные скобки. Количество пристатейных ссылок не менее 15-20.

*Статьи, оформленные с нарушением правил, редакцией не принимаются и возвращаются авторам без рассмотрения по существу. Автор гарантирует отсутствие плагиата и иных форм неправомерного заимствования результатов других произведений.*

### Данные об аффилировании авторов (author affiliation).

На отдельной странице и отдельным файлом: – сведения об авторах на русском и английском языках: фамилия, имя, отчество полностью, ученая степень, звания (звания в негосударственных академиях наук и почетные звания не указывать), должности основного места работы (учебы); наименование и почтовые адреса учреждений, в которых работают авторы, e-mail.

Статьи принимаются на магнитном носителе и в печатном экземпляре или высылаются на электронный адрес редакции [vestnikmax@rambler.ru](mailto:vestnikmax@rambler.ru)

**Плата за публикации не взимается**

**Дополнительная информация для авторов на сайте <http://vestnikmax.com>**