

УДК 621.565:664.95

## Математическое моделирование сил полезного сопротивления при резании охлажденных пищевых продуктов

Канд. техн. наук **О. В. АГЕЕВ**<sup>1</sup>, д-р техн. наук **В. А. НАУМОВ**,  
д-р техн. наук **Ю. А. ФАТЫХОВ**

<sup>1</sup>oleg.ageev@klgtu.ru

Калининградский государственный технический университет

*Показана актуальность исследования процесса резания охлажденных пищевых продуктов. Мышечная ткань охлажденного сырья описана реологической моделью Максвелла-Томсона. Выполнена постановка и решение задачи математического моделирования сил полезных сопротивлений. Волокна мышечной ткани продукта при резании интерпретированы как вязкоупругие брусья. Рассмотрены деформации изгиба и растяжения волокон при воздействии режущей кромки ножа. Получены выражения для размерной и безразмерной сил полезного сопротивления. Исследованы зависимости указанных сил от остроты режущей кромки, половинного угла заточки ножа, реологических параметров материала, конструктивных параметров режущего органа и режущих характеристик процесса резания. Показано, что характер зависимости сил полезного сопротивления от остроты лезвия определяется реологическим состоянием охлажденного сырья вследствие изменения вида деформации волокон при разрушении. При значениях безразмерной остроты ножа 0,2; безразмерной скорости резания 5; меры эластичности 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 0,4; безразмерной толщины слоя 0,01; половинного угла заточки ножа 5°; 25°; 35°; 45° значение безразмерной силы полезного сопротивления составляет 4,91; 4,49; 3,88; 3,07, соответственно. При значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа 20°; безразмерной скорости резания 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 0,4; безразмерной толщины слоя 0,01; меры эластичности 3; 5; 8; 12 — значение безразмерной силы составляет 3,16; 4,70; 7,91; 10,09, соответственно.*

**Ключевые слова:** полезное сопротивление, резание, сила, острота, нож, грань, реология, вязкоупругость.

### Информация о статье:

Поступила в редакцию 30.03.2020, принята к печати 08.06.2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-3-70-82

Язык статьи — русский

### Для цитирования:

Агеев О. В., Наумов В. А., Фатыхов Ю. А. Математическое моделирование сил полезного сопротивления при резании охлажденных пищевых продуктов // Вестник Международной академии холода. 2020. № 3. С. 70–82.

## Mathematical simulation of effective resistance forces during cutting of chilled food products

Ph. D. **O. V. AGEEV**<sup>1</sup>, D. Sc. **V. A. NAUMOV**, D. Sc. **J. A. FATYKHOV**

<sup>1</sup>oleg.ageev@klgtu.ru

Kaliningrad State Technical University

*The relevance of the research of the cutting process of chilled food products has been shown. The muscle tissue of the chilled raw material has been described by the Maxwell-Thomson rheological model. The formulation and solution of the problem of mathematical modeling of the effective resistances forces have been completed. The muscle filaments of the product during cutting are interpreted as viscoelastic beams. The bending and tensile strains of the filaments under the influence of the knife point have been considered. Expressions for the dimensional and dimensionless forces of effective resistance have been obtained. The dependences of the indicated forces on the cutting edge sharpness, the half angle of knife sharpening, the rheological parameters of the material, the design parameters of the cutting body, and the operating characteristics of the cutting process have been investigated. It is shown that the nature of the dependence of the effective resistance forces on the blade sharpness is determined by the rheological state of the chilled raw material due to a change in the type of fiber deformation upon destruction. With the values of dimensionless sharpness of the knife 0.2; dimensionless cutting speed 5; measures of elasticity 5; dimensionless immersion depth of the knife 1; dimensionless half the width of the deformable layer of 0.4; dimensionless layer thickness 0.01; half angle of knife sharpening 5°; 25°; 35°; 45°, the value of the dimensionless*

*effective resistance force is 4.91; 4.49; 3.88; and 3.07, respectively. With the values of dimensionless sharpness of the knife 0.2; half angle of knife sharpening 20°; dimensionless cutting speed 5; dimensionless immersion depth of the knife 1; dimensionless half the width of the deformable layer of 0.4; dimensionless layer thickness 0.01; elasticity measures 3; 5; 8; 12, the dimensionless force value is 3.16; 4.70; 7.91; and 10.09, respectively.*

**Keywords:** effective resistance, cutting, force, sharpness, knife, edge, rheology, viscoelasticity.

#### Article info:

Received 30/03/2020, accepted 08/06/2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-3-70-82

Article in Russian

#### For citation:

Ageev O. V., Naumov V. A., Fatykhov J. A. Mathematical simulation of effective resistance forces during cutting of chilled food products. *Vestnik Mezhdunarodnoi akademii kholoda*. 2020. No 3. p. 70–82.

## Введение

Сила полезного сопротивления действует на режущий орган при разрушении пищевого материала и приводит к разделению продукта на части. Указанная сила приложена к режущей кромке и направлена противоположно вектору скорости ножа. Взаимодействие острия лезвия с вязкоупругим материалом сопровождается сложными физическими явлениями, строгое аналитическое описание которых является достаточно трудоемким. В связи с этим, до настоящего времени физическая картина резания продуктов животного происхождения подавляющим большинством исследователей определялась на основе эмпирических методов.

В известных работах сила сопротивления разрушению материала рассчитывается как произведение площади кромки лезвия на разрушающее контактное напряжение, значения которого для различных видов пищевых продуктов получены экспериментально в результате механических испытаний. Вместе с тем, имеется настоятельная необходимость теоретического исследования полезных сопротивлений с целью определения основных закономерностей процесса резания. Сложность явлений, возникающих при разрушении мышечной ткани сырья, обуславливает принятие ряда допущений, которые в дальнейшем являются причинами определенных погрешностей выводов.

Математическое моделирование процесса резания пищевых материалов является активно развивающимся научным направлением в России и за рубежом. В статье [1] исследован процесс резания пищевых продуктов струной и проанализированы возникающие при этом полезные сопротивления. В работе [2] определены силы сопротивлений, возникающих в процессе высокоскоростного резания пищевых продуктов. В статье [3] установлены зависимости параметров указанного процесса от угла заточки лезвия. В работе [4] продемонстрирована экспериментальная установка для исследования сил полезных и вредных сопротивлений при резании пищевых материалов. В работах [5, 6] проведено численное моделирование процесса разрушения вязкоупругого продукта режущими органами с различной геометрией.

Статьи [7]–[9] описывают численное моделирование процессов разрушения и трения на поверхности раздела эластичных и жестких тел. В исследованиях [10, 11] показан подход к определению оптимальных форм кромок ножей при скользящем резании. В статье [12] исследова-

ны формы режущей кромки лезвия ножа для волчка при измельчении охлажденного или дефростированного мясного сырья. В работе [13] предложены математические модели для расчета вязкоупругих сил сопротивления формы однокромочного и двухкромочного ножей при резании продуктов животного происхождения. В работе [14] проведено теоретическое исследование деформационных сил трения при резании пищевых продуктов.

Однако, несмотря на ценность известных работ, к настоящему времени отсутствует аналитическое описание сил полезных сопротивлений, действующих на рабочий орган при резании охлажденных пищевых продуктов. В то же время для оптимизации геометрии ножа по критерию минимального полезного сопротивления требуется математическое описание силы, действующей на режущую кромку лезвия. Рассмотрение этих вопросов и является целью проводимого исследования.

## Материалы и методы

Полезные сопротивления, возникающие в вязкоупругом материале при резании, имеют различное происхождение. Волокна материала испытывают разнообразные деформации: смятие (сжатие) в направлении резания, изгиб в поперечном направлении, а также растяжение в продольном направлении. Кроме того, разрушение волокон происходит нецентрально относительно оси ножа вследствие зависимости продольных напряжений от скорости деформирования и анизотропии их внутренней структуры.

Многими исследователями, в частности, Ю. Ф. Новиковым и Н. Е. Резником, экспериментально показано, что разрушение волокнистых материалов происходит преимущественно за счет продольного растяжения волокон до критических значений продольной деформации. В работе [15], на основе экспериментальных исследований, установлено, что механическое поведение мышечной ткани рыбы наиболее точно описывается трехэлементной реологической моделью Максвелла–Томсона. При этом принимается допущение, что материал структурно сравним с определенными идеальными элементами модели. Вязкое течение в жидкостном демпфере условно соответствует необратимой псевдопластической деформации при разрушении волокон.

Важнейшими характеристиками прочностных свойств мышечной ткани продуктов являются разрушающее напряжение и критическая относительная дефор-

мация волокон при разрыве. Эти параметры определяются структурно-реологическими свойствами сырья и зависят от стадии автолитических процессов, температуры, а также характера предшествующего деформирования.

Мышечная ткань продуктов животного происхождения является многокомпонентной системой мышечных и соединительных элементов с большим количеством кровеносных сосудов и нервов. Анализ особенностей строения мышечной ткани позволяет уточнить ряд условий, касающихся характера деформирования волокон материала при его разрушении режущей кромкой. Мышечные волокна состоят из симпластических нитей (миофибрилл) и своими концами (основаниями) с помощью соединительной ткани прочно прикреплены к вертикальным разделительным элементам — миоцеллам. Сегменты мышечной ткани, разделенные миоцеллами и называемые миомерами (миотомами), также разделены между собой соединительно-ткаными перегородками на слои. Такое сегментное построение мышечной ткани обусловлено требованиями прочности с точки зрения биологической эволюции животных, поскольку позволяет остановить на перегородке поперечный разрыв мяса, то есть локализовать и минимизировать повреждения миофибрилл в пределах одного-двух слоев миомеров.

С учетом малых размеров острия ножа, вышеизложенное позволяет сделать допущение, что деформации материала под режущей кромкой развиваются в пределах миомеров, расположенных между миоцеллами. Таким образом, при установившемся движении кромки лезвия в мышечной ткани, которое сопровождается разрушением волокон, перед острием в направлении резания перемещается деформированный вязкоупругий слой, толщина которого определяется толщиной слоя миомеров, разделенных соединительной тканью, поглощающей и перераспределяющей нагрузку. Указанный слой, толщину которого возможно принять постоянной, фактически представляет собой деформационную волну изгиба и растяжения в материале, поскольку по мере погружения ножа и разрыва миофибрилл под лезвием в процесс деформирования вовлекаются нижерасположенные волокна. Длина миомера является структурной характеристикой продуктов животного происхождения, так как зависит от ее вида и ихтиопатологического состояния. Толщина деформируемого слоя миомеров является физико-механическим параметром сырья, поскольку определяется такими характеристиками как плотность волокон, толщина миофибрилл, прочность миоцеллов и так далее.

Разрушение материала начинается при определенной критической деформации слоя материала, которая определяется критической глубиной погружения режущей кромки. Очевидно, что указанная критическая глубина соответствует пределу прочности мышечных волокон на разрыв. Рядом экспериментальных исследований в пищевой отрасли установлено, что прочность мышечной ткани разрыв находится в прямой зависимости от объемной плотности материала. Очевидно, что при увеличении предела прочности (максимального напряжения, при котором в заданных условиях происходит разрушение волокон, состоящего из пучков миофибрилл), кри-

тическая глубина погружения острия лезвия и соответствующая ей критическая деформация волокон, также будут возрастать. Отметим, что подобное разделение конструкции на промежуточные слои, в которых происходит прерывание напряжений и деформаций, с целью повышения прочности и трещиностойкости имеет место в структуре древесины, а также применяется в строительной механике. При исследовании процесса резания целесообразно выразить прочностные и структурные характеристики мышечной ткани через указанные параметры — ширину и толщину вязкоупругой зоны материала, в которой развиваются деформации.

Взаимодействие кромки лезвия с материалом приводит к тому, что локализованный объем материала испытывает поперечный изгиб. Деформированный таким образом слой материала также находится под давлением сжимающего усилия, возникающего между поверхностью кромки и нижерасположенными слоями мышечной ткани. Под нагрузкой волокна выбирают зазоры, с трением перемещаются относительно друг друга и уплотняются. Наряду с этим, имеет место вязкоупругое обтекание материалом кромки лезвия с продольным растяжением. Под острием ножа происходит локализация деформаций, что приводит к высоким напряжениям в материале под режущей кромкой и разрушению волокон. Представленная картина резания существенно усложняется вследствие того, что различные деформационные состояния элементов материала возникают одновременно с разрушением его структуры. При взаимодействии кромки с мышечной тканью происходит деформирование волокон и межволоконных связей (эндомизитов). Это сопровождается растяжением и извлечением концов неразрушенных волокон из материала с их вырывом, а также разрывом и адгезионным отслаиванием перед разрывом. Концы волокон извлекаются с преодолением сил трения. Кроме того, наличие в мышечной ткани саркоплазмы обуславливает явление текучести материала.

Несмотря на сложность протекающих явлений, разработка приближенного математического описания полезных сопротивлений представляется возможной на основе методов реологии, сопротивления материалов и механики деформируемого твердого тела с целью создания научной основы при формировании физической картины процесса резания.

Ключевым вопросом, при исследовании полезных сопротивлений резанию, является выбор геометрического параметра режущей кромки. Как показано в работах [13, 14], половинный угол заточки ножа оказывает существенное влияние на силы вредных сопротивлений. Согласно исследованиям Н. Е. Резника, наиболее обоснованным и практически приемлемым является выбор в качестве остроты лезвия радиуса  $\rho$  окружности, вписанной в контур режущей кромки. Острота  $\rho$  является геометрическим параметром ножа, независимым от половинного угла заточки  $\alpha$ , половинной толщины  $\delta$ , высоты фаски  $h_m$  и физико-механических свойств материала. Вместе с тем, определение значений данного параметра является вполне доступным лабораторными методами. Острота лезвия может быть определена методом снятия оттиска ножа, оптическим методом, методом получения светового сечения, методом получения про-

филя оптико-механическим профилографом, методом получения отпечатков кромки, а также рядом других способов.

### Математическое моделирование полезных сопротивлений

Выполним постановку и решение задачи о сложном деформировании вязкоупругой зоны мышечной ткани кромкой лезвия при резании. Целью математического моделирования является определение силы полезного сопротивления и выявление основных закономерностей процесса резания, а именно — зависимостей силы сопротивления от геометрии ножа, скорости резания и реологических свойств продукта. Рассмотрим наиболее простой случай взаимодействия ножа с материалом: погружение лезвия в мышечную ткань в направлении, нормальном относительно режущей кромки, вдоль вертикальной оси симметрии образца материала. Будем считать, что слой мышечной ткани состоит из однородного вязкоупругого материала. Закон деформирования вязкоупругого материала представим в виде реологической модели Максвелла-Томсона, пренебрегая инерционным эффектом пружин и демпфера [15].

Примем за показатель остроты лезвия радиус  $\rho$  окружности, вписанной в профиль кромки. Явлением сдвига и сжатия материала в волокнах в поперечном направлении, а также трением волокон о поверхность кромки пренебрегаем. Это позволит считать, что распределение деформаций по толщине вязкоупругой зоны соответствует закону плоских сечений (гипотеза Бернулли) со следующими допущениями: поперечные сечения слоя остаются плоскими в течении всего времени деформирования до разрушения; размеры сечения слоя малы по сравнению с его длиной; все сечения находятся в одинаковых условиях; не учитываются деформации сдвига

и удлинения волокон в поперечном направлении; в материале отсутствуют внутренние напряжения до приложения внешней нагрузки.

Схема взаимодействия вязкоупругой зоны материала с режущей кромкой показана на рис. 1. При внедрении в материал режущей кромки  $BC$  с остротой  $\rho$  деформируется вязкоупругая зона толщиной  $h_d$ , в равновесном состоянии имеющая длину  $2l_m$ . Вязкоупругий слой, состоящий из элементарных волокон, на участках  $AB$ ,  $BC$ , и  $CD$  испытывает деформации изгиба, а также деформации растяжения. Длина участков материала  $AB$  и  $CD$  в равновесном состоянии составляет  $l_a$ . Длина участка  $BC$  в равновесном состоянии равна  $2\rho \cdot \cos\alpha$ .

Примем, что прогиб вязкоупругого слоя на участках  $AB$  и  $CD$  имеет место при полном контакте мышечной ткани с острием ножа на участке  $BC$ . Это обусловлено тем, что полное облегание волокнами материала режущей кромки  $BC$  происходит за очень малое время, в течение которого развиваются малые деформации изгиба и растяжения участков  $AB$  и  $CD$ . Таким образом, будем считать, что прогиб и растяжение волокон на участках  $AB$  и  $CD$  развиваются после завершения прогиба и растяжения волокон на участке  $BC$ . Сила полезных сопротивлений  $\vec{P}_1$  складывается из элементарных усилий, приложенных со стороны материала к ножу на участке  $BC$ . Представим указанную силу в виде векторной суммы следующих трех составляющих: силы  $\vec{T}_1$ , обусловленной поперечным изгибом слоя на участках  $AB$  и  $CD$ ; силы  $\vec{T}_2$ , обусловленной поперечным изгибом материала на участке  $BC$  под режущей кромкой; силы  $\vec{T}_3$ , обусловленной продольным растяжением волокон по всей его длине  $AD$  на участках  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ . Поскольку растяжение и изгиб волокон под кромкой на участке  $BC$  завершаются к моменту начала изгиба и растяжения материала на участках  $AB$  и  $CD$ , то при суммировании сил используем макси-

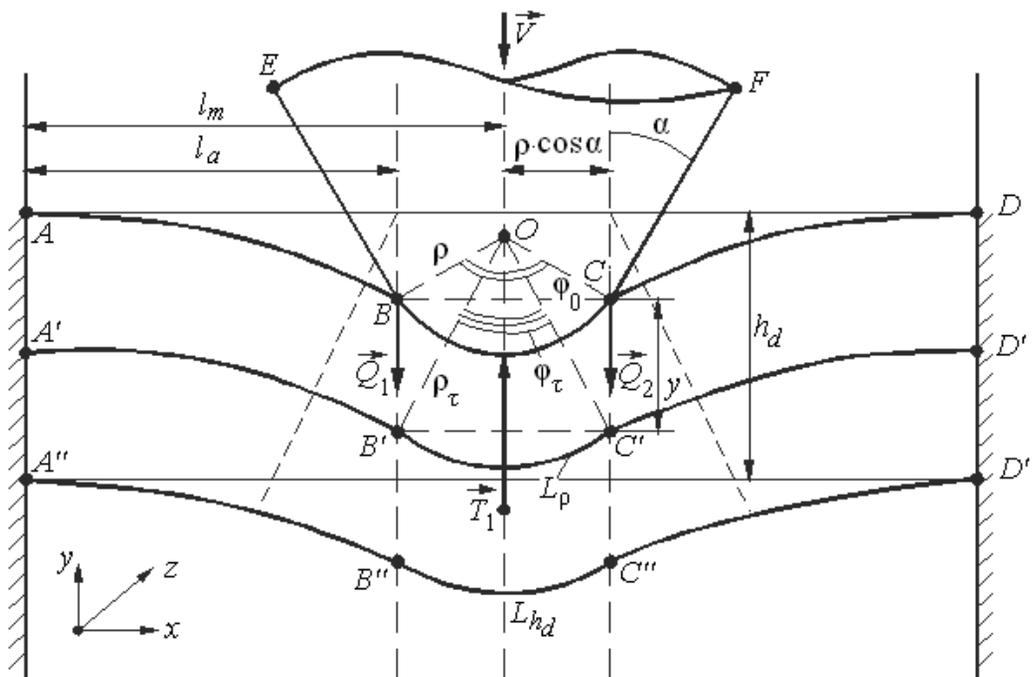


Рис. 1. Схема деформирования режущей кромкой ножа вязкоупругого слоя материала  
 Fig. 1. The scheme of material viscoelastic layer deformation by the knife point

мальное значение силы  $\bar{T}_2^{\max}$ , на зависящей от глубины погружения ножа. Таким образом, от глубины погружения ножа зависят две составляющие суммарной силы:  $\bar{P}_1(h) = \bar{T}_1(h) + \bar{T}_2^{\max} + \bar{T}_3(h)$ . Разрушение волокон материала возникает при достижении ножом определенной критической глубины погружения  $h_{cr}$ , поэтому при определении суммарной критической силы используем критические значения  $\bar{T}_1^{cr}$  и  $\bar{T}_3^{cr}$ . В результате максимальную силу полезного сопротивления представим в виде суммы одного максимальных и двух критических значений ее составляющих:  $\bar{P}_1^{\max} = \bar{T}_1^{cr} + \bar{T}_2^{\max} + \bar{T}_3^{cr}$ .

Определим силу  $T_1$ , причиной возникновения которой является поперечный изгиб деформируемого вязкоупругого слоя на участках  $AB$  и  $CD$ . Рассмотрим участок  $AB$ , который интерпретируем как вязкоупругий брус длиной  $l_a$  и толщиной  $h_d$ . Конец бруса неподвижно закреплен в точке  $A$ . Брусы  $AB$  и  $CD$  находятся под действием сосредоточенных сил  $Q_1$  и  $Q_2$  в точках контакта  $B$  и  $C$ , равнодействующая которых, будучи спроецирована на направление резания, является искомой силой  $T_1$ . Брусы  $AB$  и  $CD$  представляют собой консоли, защемленные в точках  $A$  и  $D$  соответственно и имеющие одинаковый поперечный прогиб  $w_1$  в точках  $B$  и  $C$ . Очевидно, что имеется некоторое критическое значение прогиба  $w_{cr} = h_{cr}$ , соответствующее критической глубине погружения ножа, при котором происходит разрушение волокон вязкоупругого слоя и начинается собственно процесс резания. Таким образом, для определения силы  $T_1 = 2Q$  необходимо найти силу  $Q = Q_1 = Q_2$ , под действием которой вязкоупругий брус  $AB$ , равно как и брус  $CD$ , испытывает поперечный прогиб  $w_1$ , зависящий от глубины погружения режущей кромки.

Искомая сила  $T_1$  найдена как решение дифференциального уравнения Максвелла–Томсона [15] и дифференциального уравнения изгиба вязкоупругого бруса:

$$T_1 = \frac{\xi \cdot l_k \cdot h_d^3}{2 \cdot l_a^3} \cdot \left( \frac{e_{01}}{k} \cdot \exp(k \cdot h) + h - \frac{e_{01}}{k} \right), \quad (1)$$

где  $\xi = \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1}$  — длительный модуль упругости;  $E_0$  — мгновенный модуль упругости;  $E_1$  — запаздывающий (высокоэластичный) модуль упругости;  $k = -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v}$ ;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости мышечной ткани;  $v$  — скорость движения ножа;  $l_k$  — длина режущей кромки;  $h_d$  — толщина деформируемого слоя материала;  $l_a$  — половинная ширина деформируемого слоя;  $e_{01} = \frac{E_0}{E_1}$  — мера эластичности материала;  $h$  — глубина погружения ножа в материал.

Определим силу  $T_2$ , причиной возникновения которой является поперечный изгиб деформируемого вязкоупругого слоя на участке  $BC$  (рис. 2). Указанный участок интерпретируем как вязкоупругий брус длиной  $2\rho \cos \alpha$  и толщиной  $h_d$ . Брус условно находится на двух опорах в точках  $B$ ,  $C$  и нагружен посередине вертикальной сосредоточенной силой  $T_2$ . Прогиб рассматриваемого бруса  $w_2$  зависит от глубины погружения режущей кромки и достигает максимального значения  $\rho(1 - \sin \alpha)$  при полном погружении участка  $BC$ .

Опуская промежуточные выкладки, искомую силу  $T_2$  найдем как решение дифференциального уравнения Максвелла–Томсона и дифференциального уравнения изгиба вязкоупругого бруса:

$$T_2 = \frac{\xi \cdot l_k \cdot h_d^3}{2 \cdot \rho^3 \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \left( \frac{e_{01}}{k} \cdot \exp(k \cdot h) + h - \frac{e_{01}}{k} \right), \quad (2)$$

где  $\rho$  — острота режущей кромки;  $\alpha$  — половинный угол заточки ножа.

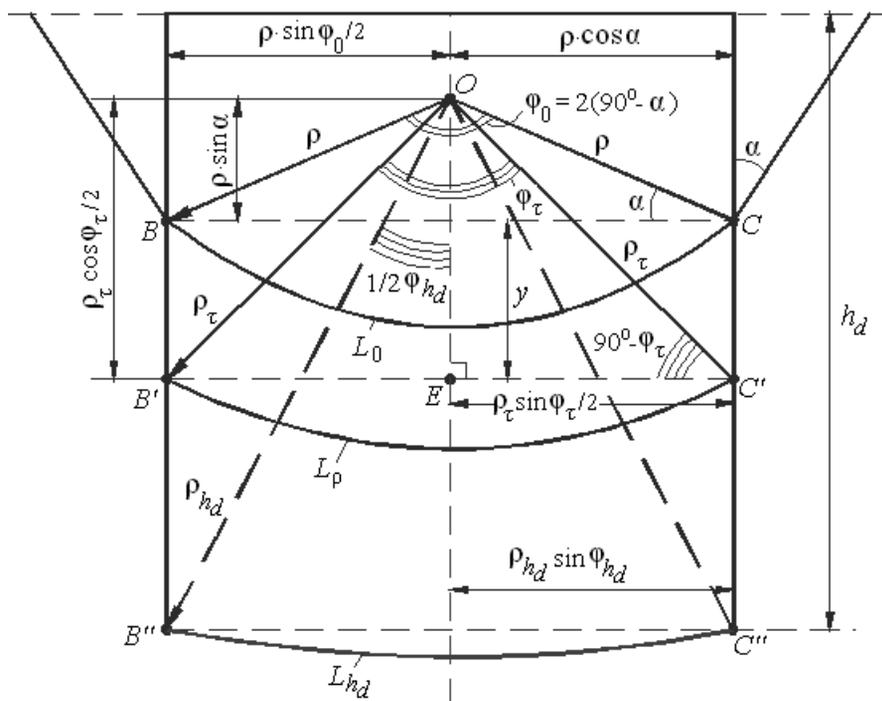


Рис. 2. Схема прогиба слоя материала под режущей кромкой ножа  
Fig. 2. The scheme of material layer flexure under the knife point

Определим силу  $T_3$ , обусловленную продольным удлинением волокон материала на участке  $AD$  под воздействием режущей кромки. Для этого необходимо установить общую относительную деформацию продольного растяжения  $\epsilon_r$  элементарного волокна на указанном участке, а также продольное напряжение  $\sigma_r$  в волокне. Интерпретируем вязкоупругий слой материала на участке  $AD$  как вязкоупругий брус с толщиной  $h_d$  и равновесной длиной  $2l_m$ , состоящий из трех брусов  $AB, BC$  и  $CD$ . Брусы  $AB$  и  $CD$  по отдельности имеют равновесную длину  $l_a = l_m - \rho \cdot \cos \alpha$ , брус  $BC$  имеет равновесную длину  $2\rho \cdot \cos \alpha$ . Для определения общей относительной деформации продольного растяжения  $\epsilon_r$  бруса  $AD$  необходимо найти удлинения элементарного волокна на участках  $AB, BC$  и  $CD$ .

Сила  $T_3$ , обусловленная продольным удлинением волокна материала под воздействием режущей кромки, в результате решения дифференциального уравнения Максвелла–Томсона и дифференциального уравнения растяжения вязкоупругого бруса определяется в соответствии со следующим выражением:

$$T_3 = \frac{\xi \cdot l \cdot \rho \cdot \cos^2 \alpha}{\bar{l}_p} \cdot \left\{ \frac{3}{5 \cdot l_a} \cdot h^2 + \frac{6 \cdot \eta \cdot v \cdot e_{01}}{5 \cdot l_a \cdot (E_0 + E_1)} \cdot h + \frac{\pi \cdot \rho \cdot (90^\circ - \alpha)}{180^\circ} - \frac{6 \cdot \eta^2 \cdot v^2 \cdot e_{01}}{5 \cdot l_a \cdot (E_0 + E_1)^2} - \bar{l}_p + l_a + \exp(k \cdot h) \cdot \left[ \frac{\rho}{l_m \cdot 180^\circ} \cdot \left[ \pi \cdot (90^\circ - \alpha) \cdot (\bar{l}_p - l_m) - \bar{l}_p \cdot 180^\circ \cdot \cos \alpha \right] + \frac{6 \cdot \eta^2 \cdot v^2 \cdot e_{01}}{5 \cdot l_a \cdot (E_0 + E_1)^2} + \bar{l}_p - l_a \right] \right\}, \quad (3)$$

где  $\bar{l}_p = \left( l_a + \frac{L_0}{2} \right) = \left( l_a + \frac{\pi \cdot \rho \cdot (90^\circ - \alpha)}{180^\circ} \right)$ ;  $L_0$  — длина дуги растянутого участка  $BC$ .

Суммарную силу полезного сопротивления определим, отмеряя глубину  $h$  погружения ножа от положения полного погружения режущей кромки на величину  $\rho$   $(1 - \sin \alpha)$ :

$$P_1(h) = \frac{\xi \cdot l_k}{2} \cdot \left\{ \frac{h_d^3}{l_a^3} \cdot \left( \frac{e_{01}}{k} \cdot \exp(k \cdot h) + h - \frac{e_{01}}{k} \right) + \frac{h_d^3}{\rho^3 \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \left( \frac{e_{01}}{k} \cdot \exp[k \cdot \rho \cdot (1 - \sin \alpha)] + \rho \cdot (1 - \sin \alpha) - \frac{e_{01}}{k} \right) + \frac{2 \cdot \rho \cdot \cos^2 \alpha}{(l_a + \rho \cdot \alpha_r)} \cdot \left\{ \frac{3}{5 \cdot l_a} \cdot \left( h^2 - \frac{2 \cdot e_{01}}{k} \cdot h - \frac{2 \cdot e_{01}}{k^2} \right) + \exp(k \cdot h) \cdot \left( \rho \cdot \frac{\rho \cdot \alpha_r^2 - 2 \cdot \rho \cdot \alpha_r \cdot \cos \alpha - l_a \cdot \cos \alpha}{(l_a + \rho \cdot \cos \alpha)} + \frac{6 \cdot e_{01}}{5 \cdot l_a \cdot k^2} + \rho \cdot \alpha_r \right) \right\} \right\}, \quad (4)$$

где  $\alpha_r = \frac{\pi \cdot (90^\circ - \alpha)}{180^\circ}$ .

Введем безразмерную глубину погружения режущей кромки, безразмерную скорость резания и безразмерную остроту лезвия:

$$\bar{h}_u = \frac{h}{h_{cr}}; \quad h = \bar{h}_u \cdot h_{cr}; \quad \bar{v}_u = \frac{v}{h_{cr}} \cdot \frac{\eta}{(E_0 + E_1)} = \frac{v}{h_{cr}} \cdot \frac{1}{T_\sigma};$$

$$v = \bar{v}_u \cdot \frac{h_{cr} \cdot (E_0 + E_1)}{\eta} = \bar{v}_u \cdot h_{cr} \cdot T_\sigma; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{h_{cr}};$$

$$\rho = \bar{\rho} \cdot h_{cr}; \quad h_d = \bar{h}_d \cdot h_{cr}; \quad l_a = \bar{l}_a \cdot h_{cr}, \quad (5)$$

где  $T_\sigma = (E_0 + E_1)/\eta$  — скорость релаксации материала;  $1/T_\sigma = \eta/(E_0 + E_1)$  — характерное время релаксации;  $h_{cr}/v$  — время погружения режущей кромки ножа на критическую глубину  $h_{cr}$ , при которой начинается разрушение волокон материала. Таким образом, безразмерная скорость ножа  $\bar{v}_u$  — это отношение характерного времени релаксации материала ко времени начала разрушения материала при погружении лезвия в мышечную ткань со скоростью  $v$ .

Выполним следующие преобразования:

$$k = -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v} = -\frac{(E_0 + E_1) \cdot \eta}{\eta \cdot \bar{v}_u \cdot h_{cr} \cdot (E_0 + E_1)} = -\frac{1}{\bar{v}_u \cdot h_{cr}}; \quad \frac{1}{k} = -\bar{v}_u \cdot h_{cr}; \quad (6)$$

$$\exp(k \cdot h) = \exp\left(-\frac{1}{\bar{v}_u \cdot h_{cr}} \cdot \bar{h}_u \cdot h_{cr}\right) = \exp\left(-\frac{\bar{h}_u}{\bar{v}_u}\right);$$

$$\frac{e_{01}}{k} = -\bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot h_{cr}; \quad \frac{e_{01}}{k^2} = \bar{v}_u^2 \cdot e_{01} \cdot h_{cr}^2.$$

Выразим силу полезного сопротивления из (4) через безразмерные величины (5), (6):

$$P_1(\bar{h}_u) = \frac{\xi \cdot l_k \cdot h_{cr}}{2} \cdot \left\{ \frac{\bar{h}_d^3}{l_a^3} \cdot \left[ \bar{h}_u + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{h}_u}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{\bar{h}_d^3}{\bar{\rho}^3 \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha) + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha)}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{2 \cdot \bar{\rho} \cdot \cos^2 \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \alpha_r)} \cdot \left\{ \frac{3}{5 \cdot \bar{l}_a} \cdot (\bar{h}_u^2 + 2 \cdot \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \bar{h}_u - 2 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}) + \exp\left(-\frac{\bar{h}_u}{\bar{v}_u}\right) \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot \frac{\bar{\rho} \cdot \alpha_r^2 - 2 \cdot \bar{\rho} \cdot \alpha_r \cdot \cos \alpha - \bar{l}_a \cdot \cos \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \cos \alpha)} + \frac{6 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}}{5 \cdot \bar{l}_a} + \bar{\rho} \cdot \alpha_r \right] \right\} \right\}. \quad (7)$$

С учетом (6), (7) и обозначения  $P_{10} = \frac{\xi \cdot l_k \cdot h_{cr}}{2}$  введем безразмерную силу полезного сопротивления, не зависящую от критической глубины погружения режущей кромки лезвия:

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_{10}} = \frac{\bar{h}_d^3}{l_a^3} \cdot \left[ \bar{h}_u + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{h}_u}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{\bar{h}_d^3}{\bar{\rho}^3 \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha) + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha)}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{2 \cdot \bar{\rho} \cdot \cos^2 \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \alpha_r)} \cdot \left\{ \frac{3}{5 \cdot \bar{l}_a} \cdot (\bar{h}_u^2 + 2 \cdot \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \bar{h}_u - 2 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}) + \exp\left(-\frac{\bar{h}_u}{\bar{v}_u}\right) \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot \frac{\bar{\rho} \cdot \alpha_r^2 - 2 \cdot \bar{\rho} \cdot \alpha_r \cdot \cos \alpha - \bar{l}_a \cdot \cos \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \cos \alpha)} + \frac{6 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}}{5 \cdot \bar{l}_a} + \bar{\rho} \cdot \alpha_r \right] \right\}. \quad (8)$$

Отметим, что безразмерная глубина погружения ножа изменяется от 0 до 1. При значении  $\bar{h}_u \geq 1$ , безразмерная сила полезного сопротивления достигает критического значения  $\bar{P}_1^{\max}$ . Выражение для критической безразмерной силы ( $\bar{h}_u = 1$ ) выглядит следующим образом:

$$\bar{P}_1^{\max} = \frac{\bar{h}_d^3}{l_a^3} \cdot \left[ 1 + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{1}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{\bar{h}_d^3}{\bar{\rho}^3 \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha) + \bar{v}_u \cdot e_{01} - \bar{v}_u \cdot e_{01} \cdot \exp\left(-\frac{\bar{\rho} \cdot (1 - \sin \alpha)}{\bar{v}_u}\right) \right] + \frac{2 \cdot \bar{\rho} \cdot \cos^2 \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \alpha_r)} \cdot \left\{ \frac{3}{5 \cdot \bar{l}_a} \cdot (1 + 2 \cdot \bar{v}_u \cdot e_{01} - 2 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}) + \exp\left(-\frac{1}{\bar{v}_u}\right) \cdot \left[ \bar{\rho} \cdot \frac{\bar{\rho} \cdot \alpha_r^2 - 2 \cdot \bar{\rho} \cdot \alpha_r \cdot \cos \alpha - \bar{l}_a \cdot \cos \alpha}{(\bar{l}_a + \bar{\rho} \cdot \cos \alpha)} + \frac{6 \cdot \bar{v}_u^2 \cdot e_{01}}{5 \cdot \bar{l}_a} + \bar{\rho} \cdot \alpha_r \right] \right\}. \quad (9)$$

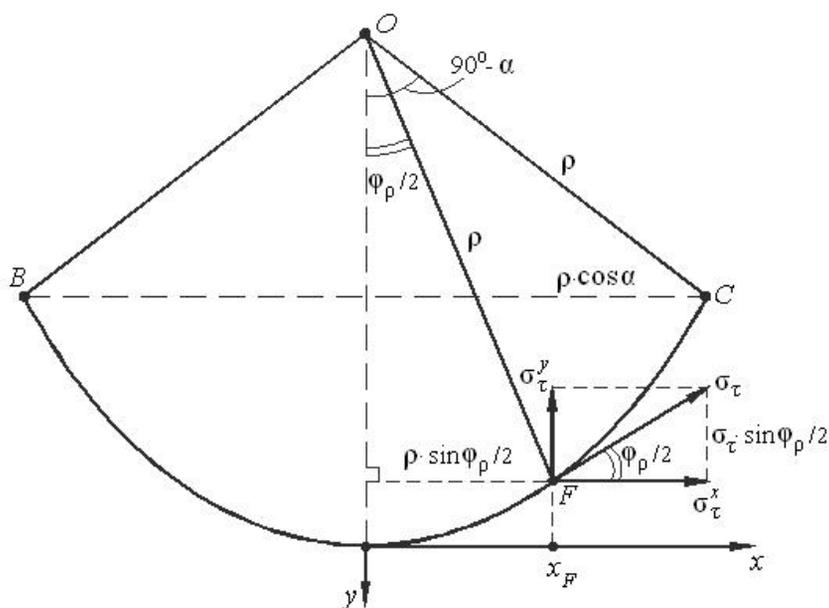


Рис. 3. Схема контакта элементарного волокна с режущей кромкой ножа  
 Fig. 3. The contact diagram of the elementary filament with the knife point

### Результаты исследования

Разработанные математические модели (8), (9) позволяют варьировать геометрическими параметрами ножа, структурно-реологическими свойствами продукта и скоростью резания для исследования зависимостей безразмерной силы полезного сопротивления от указанных параметров. На рис. 4 показаны зависимости безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной глубины погружения лезвия при четырех различных значениях половинного угла заточки и безразмерной остроты ножа. На рис. 5 изображены зависимости ука-

занной силы при четырех различных значениях безразмерной толщины и безразмерной половинной ширины деформируемого слоя материала, на рис. 6 — при четырех различных значениях безразмерной скорости резания и меры эластичности материала. На рис. 7 приведены зависимости безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной скорости ножа при четырех различных значениях половинного угла заточки и безразмерной остроты ножа.

На рис. 8 показаны зависимости указанной силы от безразмерной остроты ножа при четырех различных

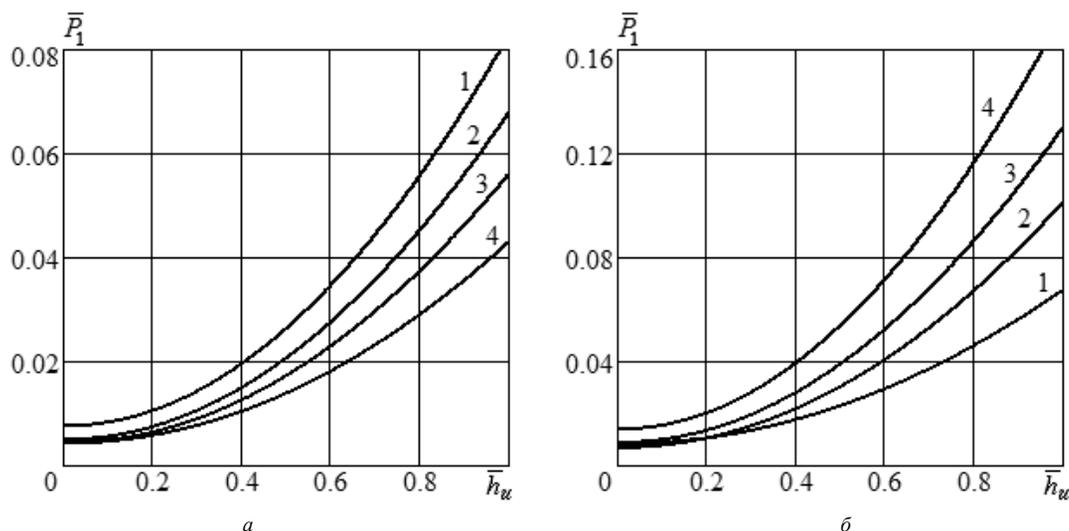


Рис. 4. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной глубины погружения ножа ( $\bar{v}_u = 50$ ;  $e_{01} = 5$ ;  $\bar{T}_a = 3$ ;  $\bar{h}_d = 0,02$ ): а — при различных значениях половинного угла заточки ( $\bar{\rho} = 0,1$ ): 1 —  $\alpha = 5^\circ$ ; 2 —  $\alpha = 25^\circ$ ; 3 —  $\alpha = 35^\circ$ ; 4 —  $\alpha = 45^\circ$ ; б — при различных значениях безразмерной остроты ножа ( $\alpha = 10^\circ$ ): 1 —  $\bar{\rho} = 0,08$ ; 2 —  $\bar{\rho} = 0,13$ ; 3 —  $\bar{\rho} = 0,17$ ; 4 —  $\bar{\rho} = 0,23$

Fig. 4. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless immersion depth of the knife: а — at different values of the half angle of sharpening; б — at different values of the dimensionless sharpness of the knife

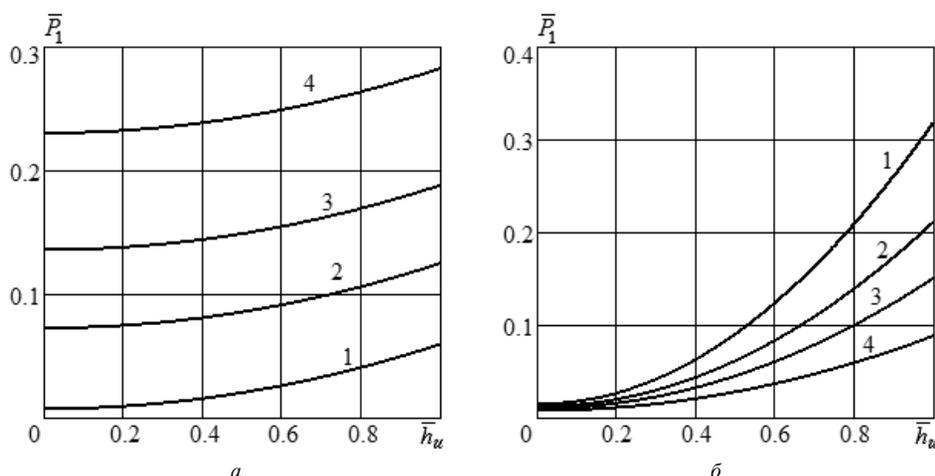


Рис. 5. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной глубины погружения ножа ( $\bar{\rho} = 0,2$ ;  $\alpha = 10^\circ$ ;  $\bar{v}_u = 50$ ;  $e_{01} = 5$ ): а — при различных значениях безразмерной толщины деформируемого слоя ( $\bar{l}_a = 5$ ): 1 —  $\bar{h}_d = 0,02$ ; 2 —  $\bar{h}_d = 0,08$ ; 3 —  $\bar{h}_d = 0,10$ ; 4 —  $\bar{h}_d = 0,12$ ; б — при различных значениях безразмерной половинной ширины деформируемого слоя ( $\bar{h}_d = 0,01$ ): 1 —  $\bar{l}_a = 2$ ; 2 —  $\bar{l}_a = 2,5$ ; 3 —  $\bar{l}_a = 3$ ; 4 —  $\bar{l}_a = 4$

Fig. 5. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless immersion depth of the knife: а — at different values of the dimensionless thickness of the deformable layer; б — at different values of the dimensionless half width of the deformable layer

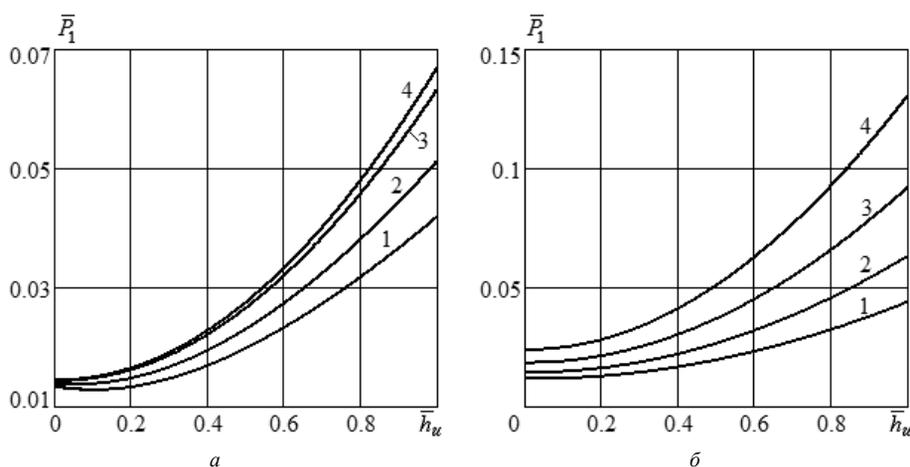


Рис. 6. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной глубины погружения ножа ( $\bar{\rho} = 0,2$ ;  $\alpha = 10^\circ$ ;  $\bar{l}_a = 5$ ;  $\bar{h}_d = 0,04$ ): а — при различных значениях безразмерной скорости резания ( $e_{01} = 5$ ): 1 —  $\bar{v}_u = 0,5$ ; 2 —  $\bar{v}_u = 1$ ; 3 —  $\bar{v}_u = 5$ ; 4 —  $\bar{v}_u = 50$ ; б — при различных значениях меры эластичности материала ( $\bar{v}_u = 50$ ): 1 —  $e_{01} = 3$ ; 2 —  $e_{01} = 5$ ; 3 —  $e_{01} = 8$ ; 4 —  $e_{01} = 12$

Fig. 6. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless immersion depth of the knife: а — at different values of the dimensionless cutting speed; б — at different values of the measure of material elasticity

значениях половинного угла заточки и меры эластичности материала, на рис. 9 — при различных значениях безразмерной толщины и безразмерной половинной ширины и деформируемого слоя материала. На контурном графике рис. 10 приведены зависимости безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной остроты ножа и половинного угла заточки. На рис. 11 показаны зависимости указанной силы от безразмерной остроты ножа и безразмерной толщины деформируемого слоя.

### Обсуждение результатов

Рис. 4–6 демонстрируют, что безразмерная сила полезного сопротивления монотонно возрастает с ростом безразмерной глубины погружения режущей кромки

в материал и достигает максимального значения при  $\bar{h}_u = 1$ . Согласно рис. 4, а при увеличении половинного угла заточки ножа указанная сила снижается, что обусловлено сокращением площади контакта режущей кромки с материалом. Рис. 4, б показывает, что при увеличении безразмерной остроты лезвия рассматриваемая сила возрастает. Из рис. 5, а видно, что с повышением безразмерной толщины деформируемого слоя безразмерная сила также увеличивается. Рис. 5, б иллюстрирует увеличение указанной силы при снижении безразмерной половинной ширины деформируемого слоя материала. Рис. 6, а демонстрирует, что безразмерная сила полезного сопротивления возрастает при увеличении безразмерной скорости резания. Согласно рис. 6, б повышение меры

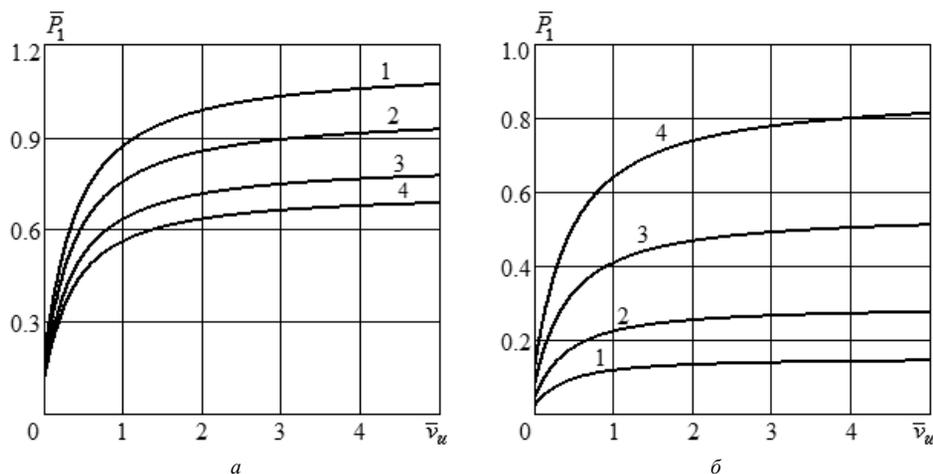


Рис. 7. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной скорости ножа ( $e_{01} = 5$ ;  $\bar{h}_u = 1$ ;  $\bar{h}_d = 0,01$ ):  
 а — при различных значениях половинного угла заточки ( $\bar{\rho} = 0,2$ ;  $\bar{\tau}_a = 1$ ): 1 —  $\alpha = 5^\circ$ ; 2 —  $\alpha = 25^\circ$ ; 3 —  $\alpha = 35^\circ$ ; 4 —  $\alpha = 40^\circ$ ;  
 б — при различных значениях безразмерной остроты ножа ( $\alpha = 20^\circ$ ;  $\bar{\tau}_a = 2$ ): 1 —  $\bar{\rho} = 0,1$ ; 2 —  $\bar{\rho} = 0,2$ ; 3 —  $\bar{\rho} = 0,4$ ; 4 —  $\bar{\rho} = 0,7$

Fig. 7. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless knife speed:  
 а — at different values of the half angle of sharpening; б — at different values of the dimensionless sharpness of the knife

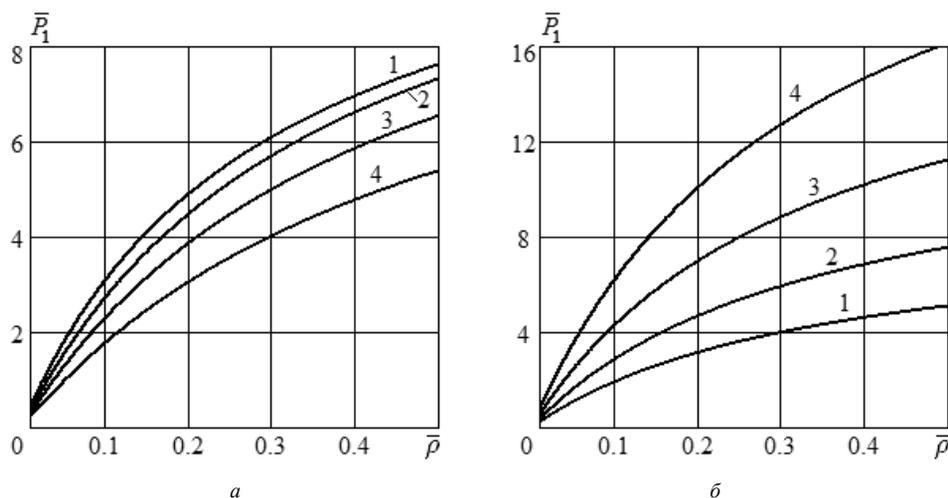


Рис. 8. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной остроты ножа ( $\bar{v}_u = 5$ ;  $\bar{h}_u = 1$ ;  $\bar{h}_d = 0,01$ ;  $\bar{\tau}_a = 0,4$ ): а — при различных значениях половинного угла заточки ( $e_{01} = 5$ ): 1 —  $\alpha = 5^\circ$ ; 2 —  $\alpha = 25^\circ$ ; 3 —  $\alpha = 35^\circ$ ; 4 —  $\alpha = 45^\circ$ ; б — при различных значениях меры эластичности материала ( $\alpha = 20^\circ$ ): 1 —  $e_{01} = 3$ ; 2 —  $e_{01} = 5$ ; 3 —  $e_{01} = 8$ ; 4 —  $e_{01} = 12$

Fig. 8. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless sharpness of the knife:  
 а — at different values of the half angle of sharpening; б — at different values of the measure of material elasticity

эластичности материала также приводит к росту указанной силы. Таким образом, безразмерная сила полезного сопротивления находится в квадратичной зависимости от безразмерной глубины погружения лезвия в материал. Графически данная зависимость представляет собой квадратичную параболу (рис. 4–6).

Согласно рис. 4, а, при значениях безразмерной остроты ножа 0,1; безразмерной скорости резания 50; меры эластичности 5; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 3; безразмерной толщины слоя 0,02; половинного угла заточки ножа 5°; 25°; 35°; 45° максимальное значение рассматриваемой силы составляет 0,083; 0,068; 0,056; 0,043, соответственно. Согласно рис. 4, б, при значениях половинного угла заточки ножа 10°; безразмерной скорости резания 50; меры эластично-

сти 5; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 3; безразмерной толщины слоя 0,02; безразмерной остроты ножа 0,08; 0,13; 0,17; 0,23 максимальное значение безразмерной силы составляет 0,068; 0,101; 0,130; 0,174, соответственно.

Согласно рис. 5, а, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа 10°; безразмерной скорости резания 50; меры эластичности 5; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 5; безразмерной толщины слоя 0,02; 0,08; 0,10; 0,12 максимальное значение безразмерной силы полезного сопротивления составляет 0,060; 0,125; 0,188; 0,283, соответственно. Согласно рис. 5, б, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа 10°; безразмерной скорости резания 50; меры эластично-

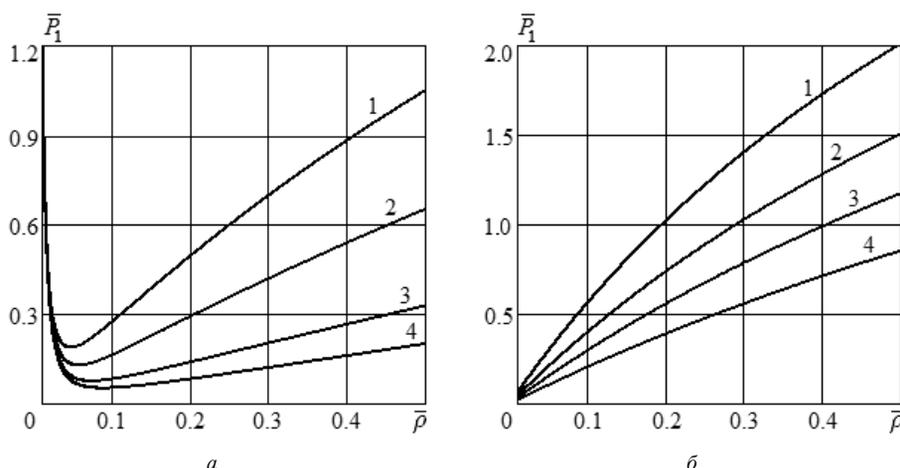


Рис. 9. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной остроты ножа ( $\alpha = 15^\circ$ ;  $\bar{v}_u = 5$ ;  $e_{01} = 5$ ;  $\bar{h}_u = 1$ ): а — при различных значениях безразмерной половинной ширины деформируемого слоя ( $\bar{h}_d = 0,03$ ): 1 —  $\bar{l}_a = 1,5$ ; 2 —  $\bar{l}_a = 2$ ; 3 —  $\bar{l}_a = 3$ ; 4 —  $\bar{l}_a = 4$ ; б — при различных значениях безразмерной половинной ширины деформируемого слоя ( $\bar{h}_d = 0,001$ ): 1 —  $\bar{l}_a = 1$ ; 2 —  $\bar{l}_a = 1,2$ ; 3 —  $\bar{l}_a = 1,4$ ; 4 —  $\bar{l}_a = 1,7$

Fig. 9. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless sharpness of the knife: а, б — at different values of the dimensionless half width of the deformable layer

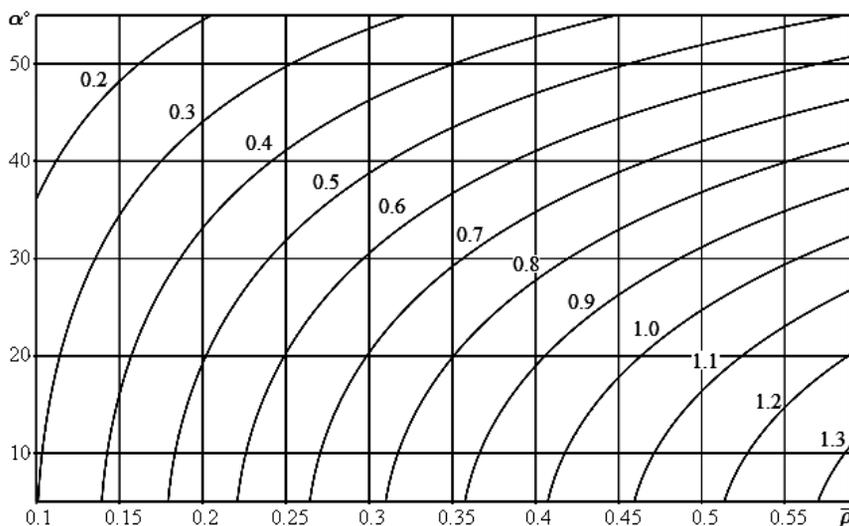


Рис. 10. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной остроты ножа и половинного угла заточки ( $\bar{v}_u = 50$ ;  $e_{01} = 5$ ;  $\bar{h}_u = 1$ ;  $\bar{h}_d = 0,02$ ;  $\bar{l}_a = 1,5$ )

Fig. 10. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless sharpness of the knife and the half angle of sharpening

сти 5; безразмерной толщины слоя 0,01; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 2; 2,5; 3; 4 максимальное значение указанной силы составляет 0,319; 0,212; 0,151; 0,089, соответственно.

Согласно рис. 6, а, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа  $10^\circ$ ; меры эластичности 5; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 5; безразмерной толщины слоя 0,04; безразмерной скорости резания 0,5; 1; 5; 50; максимальное значение безразмерной силы составляет 0,042; 0,051; 0,063; 0,067, соответственно. Согласно рис. 6, б, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа  $10^\circ$ ; безразмерной скорости резания 50; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 5; безразмерной толщины слоя 0,04; меры эластич-

ности 3; 5; 8; 12 максимальное значение безразмерной силы составляет 0,044; 0,063; 0,092; 0,131, соответственно.

Рис. 7 иллюстрирует, что указанная сила при увеличении скорости монотонно возрастает и стремится к предельному значению. Рис. 7, а показывает, что с ростом половинного угла заточки рассматриваемая сила снижается, в то время как согласно рис. 7, б увеличение безразмерной остроты ножа приводит к росту силы. Согласно рис. 7, а, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; меры эластичности 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 1; безразмерной толщины слоя 0,01; половинного угла заточки ножа  $5^\circ$ ;  $25^\circ$ ;  $35^\circ$ ;  $40^\circ$  предельное значение безразмерной силы составляет 1,134; 0,977;

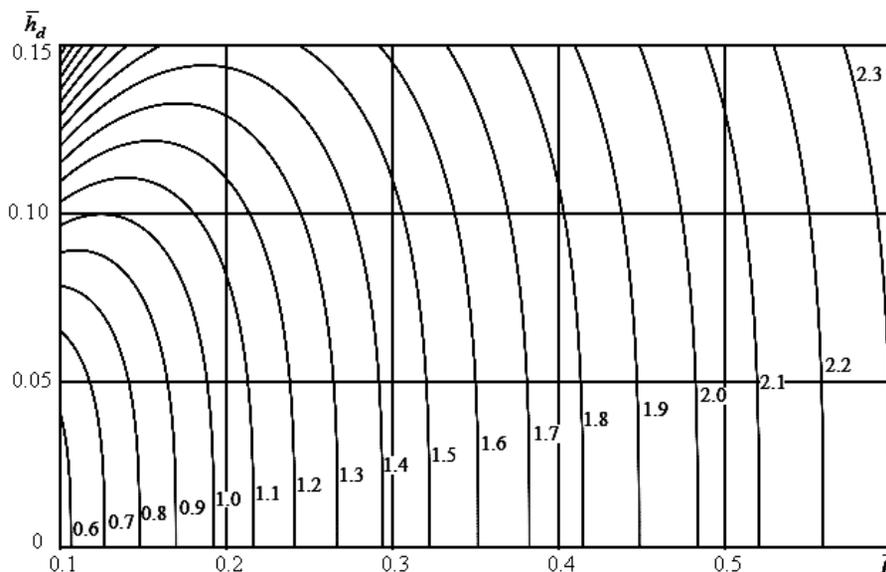


Рис. 11. Зависимость безразмерной силы полезного сопротивления от безразмерной остроты ножа и безразмерной толщины деформируемого слоя ( $\alpha = 20^\circ$ ;  $\bar{v}_u = 50$ ;  $e_{01} = 5$ ;  $\bar{h}_u = 1$ ;  $\bar{l}_a = 1$ )

Fig. 11. Dependence of the dimensionless effective resistance force on the dimensionless sharpness of the knife and the dimensionless thickness of the deformable layer

0,817; 0,724, соответственно. Согласно рис. 7, б, при значениях половинного угла заточки ножа  $20^\circ$ ; меры эластичности 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 2; безразмерной толщины слоя 0,01; безразмерной остроты ножа 0,1; 0,2; 0,4; 0,7 предельное значение безразмерной силы составляет 0,153; 0,292; 0,544; 0,871, соответственно.

Особого внимания заслуживают зависимости безразмерной силы полезного сопротивления от остроты лезвия, приведенные на рис. 8, 9. Согласно рис. 8 указанная сила монотонно возрастает с увеличением остроты ножа при достаточно малых значениях безразмерной толщины деформируемого слоя материала. Однако, как видно из рис. 9, вид данной зависимости существенно меняется при увеличении указанной безразмерной толщины, что является характерным для охлажденных продуктов. Рис. 9, а демонстрирует, что при относительно большой безразмерной толщине указанная сила не монотонно зависит от безразмерной остроты ножа, причем имеется явно выраженный минимум силы при малых значениях безразмерной глубины погружения. При малых значениях безразмерной толщины слоя зависимость имеет монотонный характер, что иллюстрирует рис. 9, б.

Согласно рис. 8, а, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; безразмерной скорости резания 5; меры эластичности 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 0,4; безразмерной толщины слоя 0,01; половинного угла заточки ножа  $5^\circ$ ;  $25^\circ$ ;  $35^\circ$ ;  $45^\circ$  значение безразмерной силы составляет 4,91; 4,49; 3,88; 3,07, соответственно. Согласно рис. 8, б, при значениях безразмерной остроты ножа 0,2; половинного угла заточки ножа  $20^\circ$ ; безразмерной скорости резания 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 0,4; безразмерной толщины слоя

0,01; меры эластичности 3; 5; 8; 12 значение безразмерной силы составляет 3,16; 4,70; 7,91; 10,09, соответственно. Согласно рис. 9, а при значениях половинного угла заточки ножа  $15^\circ$ ; безразмерной скорости резания 5; меры эластичности 5; безразмерной глубины погружения лезвия 1; безразмерной толщины слоя 0,03; безразмерной половинной ширины деформируемого слоя 1,5; 2; 3; 4 значение минимума безразмерной силы составляет 0,189; 0,129; 0,076; 0,052, соответственно.

Приведенные особенности зависимостей рассматриваемой безразмерной от безразмерной остроты лезвия объясняются характером деформаций волокон при резании и его зависимостью от температуры материала. В случае больших значений безразмерной толщины деформируемого слоя материала, например, при резании замороженного сырья, при малых значениях остроты ножа преобладает деформация изгиба волокон, причем мышечная ткань разрушается преимущественно вследствие поперечного изгиба (излома слоя). В случае малой безразмерной толщины деформируемого слоя преобладает деформация растяжения волокон, а мышечная ткань при этом разрушается за счет продольного удлинения волокон, причем влияние деформации изгиба на разрушение становится незначительным. Поскольку в мышечной ткани размороженных продуктов животного происхождения, а также у большинства вязкоупругих растительных продуктов толщина деформируемого слоя волокон является существенно малой, то разрушение материала при резании после дефростации наступает в основном за счет деформации продольного растяжения. Вследствие этого, снижение безразмерной остроты лезвия (заострение ножа) при резании вязкоупругих продуктов в основном приводит к снижению безразмерной силы полезного сопротивления в соответствии с зависимостями, показанными на рис. 9, б, что подтверждается результатами экспериментов. Таким образом, зависимость безразмерной силы

полезного сопротивления определяется, наряду с геометрией лезвия и скоростью резания, структурно-механическими свойствами пищевого сырья, влияющими на характер деформирования волокон мышечной ткани.

Контурный график на рис. 10 показывает монотонные зависимости указанной силы от безразмерной остроты ножа и половинного угла заточки при достаточно больших значениях остроты. График на рис. 11 иллюстрирует изменение характера зависимости безразмерной силы от безразмерной остроты лезвия при изменении безразмерной толщины деформируемого слоя, что обусловлено влиянием вида деформации волокон при разрушении материала: при достаточно больших значениях безразмерной толщины слоя охлажденного продукта преобладает составляющая силы, обусловленная деформацией изгиба.

Наряду с приведенными выше результатами, выполнено математическое моделирование и установлены зависимости сил полезных сопротивлений от половинного угла заточки, половинной ширины и толщины вязкоупругого слоя материала, а также меры эластичности мышечной ткани.

### Выводы

Анализ вышеизложенных результатов показывает, что модели (1)–(9) весьма полно характеризует основную взаимосвязь между силами полезных сопротивлений и наиболее важными структурно-механическими ( $E_0$ ;  $E$ ;  $\eta$ ;  $e_{01}$ ;  $h_d$ ;  $\bar{h}_d$ ;  $l_a$ ;  $\bar{l}_a$ ;  $h_{cr}$ ), конструктивными ( $\rho$ ;  $\bar{\rho}$ ;  $\alpha$ ;  $l_k$ ) и режимными ( $h$ ;  $\bar{h}_u$ ;  $v$ ;  $\bar{v}_u$ ) параметрами процесса резания. Влияние глубины погружения режущей кромки в материал на силы полезных сопротивлений характеризуется квадратичной зависимостью. Теоретически установлено, что характер разрушения мышечной ткани существенно зависит от структурных свойств и состояния сырья. В случае резания охлажденного продукта преобладают деформации изгиба волокон, а в случае резания дефростированного материала — деформации растяжения волокон. Результаты исследования могут использоваться при проектировании режущих органов устройств для обработки охлажденных и дефростированных пищевых продуктов. Направлением дальнейших исследований является постановка и решение задачи по оптимизации остроты режущей кромки ножа.

### Литература/References

- Witt T, Holländer Y, Tietze S, Majschak J. P. Modelling of Oblique Wire Cutting and Experimental Application on Soft Solid Foods for the Investigation of Friction Behaviour. *Journal of Food Quality*, 2019, vol. 2019, pp. 1–9.
- Schuldt S, Schneider Y, Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*, 2018, no. 230, pp. 55–62.
- Schuldt S, Arnold G, Kowalewski J, Schneider Y, Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 188, pp. 13–20.
- Schuldt S, Witt T, Schmidt C, Schneider Y, Nündel T, Majschak J. P, Rohm H. High-speed cutting of foods: development of a special testing device. *Journal of Food Engineering*, 2018, no. 216, pp. 36–41.
- Spagnoli A, Brighenti R, Terzano M, Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200–206.
- Pagani M, Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*, 2015, no. 285, pp. 515–541.
- Xiao-Ping Zhou, Liang Fu, Wang Ju, Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 207–216.
- Belaasilia Y, Braikat B, Jamal M. High order mesh-free method for frictional contact. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2017, no. 82, pp. 68–78.
- Jadav P. U, Amali R, Adetoro O. B. Analytical friction model for sliding bodies with coupled longitudinal and transverse vibration. *Tribology International*, 2018, no. 126, pp. 240–248.
- Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, no. 91, pp. 33–45.
- Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523–2531.
- Пеленко В. В. Оптимизация формы режущей кромки лезвия ножа для волчка при измельчении охлажденного или дефростированного мясного сырья / В. В. Пеленко, В. В. Кузьмин // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2009. № 1. С. 95–96. [Pelenko V. V., Kuz'min V. V. Optimization of form of cutting edges of edge of knife for top at crushing of cooled of defrosted meat raw material. *News of higher education institutions. Food technology*. 2009, no. 1, pp. 95–96. (in Russian)]
- Ageev O. V, Naumov V. A, Fatykhov J. A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 580–587.
- Агеев О. В. Подход к расчету деформационной силы трения при резании охлажденной рыбы / О. В. Агеев, В. А. Наумов, Ю. А. Фатыхов, Н. В. Самойлова // Вестник Международной академии холода. 2019. № 4. С. 49–56. [Ageev O. V., Naumov V. A., Fatykhov Yu. A., Samoilova N. V. Approach to computation of deformation friction force during chilled fish cutting. *Journal International Academy of Refrigeration*, 2019, no. 4, pp. 49–56. (in Russian)]
- Агеев О. В. Анализ соответствия реологических моделей структурно-механическим свойствам продуктов животного происхождения / О. В. Агеев, В. А. Наумов, Ю. А. Фатыхов, Н. В. Самойлова // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2018. № 2 (36). С. 34–43. [Ageev O. V., Naumov V. A., Fatykhov Yu. A., Samoilova N. V. Correspondence of rheological models to the structural-mechanical properties of fish. *Scientific Journal NRU ITMO. Processes and Food Production Equipment*. 2018, no. 2 (36), pp. 34–43. (in Russian)]

**Сведения об авторах****Агеев Олег Вячеславович**

К. т. н., доцент, доцент кафедры пищевых и холодильных машин Калининградского государственного технического университета, 236022 Россия, Калининград, Советский пр-кт 1, oleg.ageev@klgtu.ru, ORCID ID: 0000-0003-3035-6238, РИНЦ ID: 511340

**Наумов Владимир Аркадьевич**

Д. т. н., профессор, заведующий кафедрой водных ресурсов и водопользования Калининградского государственного технического университета, 236022 Россия, Калининград, Советский пр-кт 1, van-old@rambler.ru

**Фатыхов Юрий Адгамович**

Д. т. н., профессор, заведующий кафедрой пищевых и холодильных машин Калининградского государственного технического университета, 236022, Россия, Калининград, Советский пр. 1, elina@klgtu.ru

**Information about authors****Ageev Oleg V.**

Ph. D., associate professor of the Department of Food and Refrigeration Machines of Kaliningrad State Technical University, 236022 Russia, Kaliningrad, Sovetskii av., 1, elina@klgtu.ru, ORCID ID: 0000-0003-3035-6238

**Naumov Vladimir A.**

D. Sc., professor, chair of the Department of Water Resources and Water Management of Kaliningrad State Technical University, 236022 Russia, Kaliningrad, Sovetskii av., 1, van-old@rambler.ru

**Fatykhov Yuriy A.**

D. Sc., professor, chair of the Department of Food and Refrigeration Machines of Kaliningrad State Technical University, 236022, Russia, Kaliningrad, Sovetskii av., 1, elina@klgtu.ru

**XII Международная специализированная выставка****6 – 9 октября 2020 г.**

Уникальный отраслевой проект, способствующий комплексному решению проблем энергетики в промышленности и ЖКХ, инфраструктурного развития территорий, энерго- и экологической безопасности.

**Тематика выставки:**

- Энергоэффективность и энергосбережение при транспортировке энергетических ресурсов и выработке тепловой и электрической энергии.
- Энергосберегающие технологии в инженерных системах промышленных предприятий, зданий и сооружений.
- Энергоэффективные оборудование, устройства, изделия и материалы.
- Ресурсосберегающее ведение строительно-монтажных работ.
- Обеспечение безопасности при транспортировке, хранении и использовании топливно-энергетических ресурсов. Промышленная безопасность и экология.
- Учет и мониторинг энергосбережения и потребления топливно-энергетических ресурсов.
- Автоматизированные системы управления технологическими процессами в промышленности, энергетике и в сфере потребления ТЭР.
- Диагностика. Неразрушающий контроль.
- Возобновляемые источники энергии (ВИЭ).
- Альтернативные источники энергии (АИЭ).
- Переработка и утилизация промышленных и бытовых отходов.
- Светотехника.

**Место проведения:**

Санкт-Петербург, Петербургское шоссе, 64/1, КВЦ "Экспофорум"  
Бесплатный трансферный автобус от станции метро "Московская"

**Организатор выставки:**

ООО "ФАРЭКСПО"

<https://energysaving-expo.ru/>