

УДК 637.52.001.8

## Математическое моделирование процесса промерзания грунта на основе данных опытных наблюдений

Канд. техн. наук А. Г. БЕЛОЗЁРОВ<sup>1</sup>, д-р техн. наук Е. В. СЕМЕНОВ<sup>2</sup>,  
д-р техн. наук Б. С. БАБАКИН<sup>3</sup>

<sup>1</sup>«Федеральный научный центр пищевых систем им. В. М. Горбатова» РАН

<sup>2</sup>Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г. Разумовского (ПКУ)

<sup>3</sup>Московский государственный университет пищевых производств

E-mail: holod@mgupp.ru

*В работе, отталкиваясь от решения классической краевой задачи первого рода по распределению температуры в моделирующем объеме грунтового слоя телом в виде полупространства, приводится разработанный алгоритм расчета стратификации температуры по времени и глубине грунта. В качестве исходных данных для поставленной краевой задачи применялись накопленные в течение полугода измеренные значения температуры по времени в определенном месте района Таймыр. При этом, начиная с ноября месяца 2010 г. и по апрель 2011 г., включительно, в фиксированное время 01 и 15 числа каждого из шести месяцев данного периода пользовались наблюдениями по температуре грунта на его поверхности и на глубине 0,6 и 0,9 м. На основе предложенного алгоритма проводилось численное моделирование, количественный и качественный анализ распределения температуры по времени и по глубине грунта в определенные дни каждого месяца. Разработанный, с использованием средств современных информационных технологий, метод расчета прост и удобен для практического применения.*

**Ключевые слова:** влагонасыщенный грунт, охлаждение, нагревание, период наблюдений, математическое моделирование.

### Информация о статье:

Поступила в редакцию 18.08.2020, принята к печати 05.11.2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2021-20-1-102-107

Язык статьи — русский

### Для цитирования:

Белозёров А. Г., Семенов Е. В., Бабакин Б. С. Математическое моделирование процесса промерзания грунта на основе данных опытных наблюдений // Вестник Международной академии холода. 2021. № 1. С. 102–107.

DOI: 10.17586/1606-4313-2021-20-1-102-107

## Mathematical modelling of soil freezing on the basis of experimental data

Ph. D. A. G. BELOZEROV<sup>1</sup>, D. Sc. E. V. SEMENOV<sup>2</sup>,  
D. Sc. B. S. BABAKIN<sup>3</sup>

<sup>1</sup>V. M. Gorbatov Federal Research Center for Food Systems, Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup>K. G. Razumovsky Moscow State University of Technologies and Management

<sup>3</sup>Moscow State University of Food Production

*A developed algorithm of calculation for temperature stratification in terms of time and soil depth is presented. The algorithm is based on the solution for the classic boundary problem of the first type on the temperature distribution over a soil prototype in the form of half-space. The half-year temperatures for a particular time in a particular region of the Taymyr Peninsula were used as the data for analysis. The measurements of the soil temperature were taken at the depth of 0.6 and 0.9 m. on the first and fifteenth of each month from November, 2010 up to and including April, 2011. On the basis of algorithm proposed a numerical modelling, as well as qualitative and quantitative analyses, were made on the temperature distribution over time and soil depth at the particular days of every month. The calculation method, based on the modern information technologies, is simple and easy to use in practice.*

**Keywords:** waterlogged soil, cooling, heating, observation time, mathematical modelling.

### Article info:

Received 18/08/2020, accepted 05/11/2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2021-20-1-102-107

Article in Russian

### For citation:

Belozerov A. G., Semenov E. V., Babakin B. S. Mathematical modelling of soil freezing on the basis of experimental data. *Vestnik Mezhdunarodnoi akademii kholoda*. 2021. No 1. p. 102–107. DOI: 10.17586/1606-4313-2021-20-1-102-107

## Введение

Россия является самым большим, с занимающей 60–65% ее территории вечной мерзлотой, государством на Земном шаре. Остальная часть ее площади также подвержена сезонным промерзаниям и оттаиванию грунтов, вследствие чего эти факторы служат одним из основных определяющих конструктивные особенности и глубину заложения фундаментов строений различного назначения, подземных сооружений, транспортных коммуникаций. Сезонно-промерзающие, с содержанием глинистых частиц, или в водонасыщенном состоянии грунты в условиях наблюдаемого за последние годы ускоренного темпа потепления климата северных широт планеты, в результате промерзания вспучиваются, вызывая в жилищных и промышленных объектах значительные деформации и их разрушение, провоцируя, в том числе, и техногенные катастрофы. Что, с одной стороны, для поддержания этих объектов в пригодном для эксплуатации состоянии и ремонте, и с учетом климатических условий, приводит к значительным материальным затратам. С другой стороны, во многих случаях вызывает вредное воздействие этих факторов на уникальную природу Севера.

Исследованию особенностей кинетики процесса замерзания и оттаивания грунтов посвящено достаточно большое число литературных источников. Так, по мнению авторов работы [1] в вопросе визуализации особенностей влагосодержащих грунтов может быть успешно использован разработанный ими простой основанный на базе данных космических аппаратов метод оценки градиентов влажности в поверхностном слое грунта. В работе [2] предметом исследования являлось описание опытов на экспериментальной установке в связи с изучением процесса промерзания грунтов в системе грунт-вода-лед в условиях содержания в системе незамерзшей воды. Исследованию температурного режима на южном пределе криолитозоны европейского Северо-Востока России характеризующихся наиболее холодным температурным режимом мерзлотных почв посвящена статья [3]. В работе [4] приведено детальное экспериментальное исследование поведения системы вода-теплота-пар в замерзающей крупнозернистой почве.

Статья [5] отводится проблеме использования волоконно-оптических датчиков для мониторинга температур в сопровождающихся эффектами массо- и теплопереноса процессах оттаивания и замораживания пористых сред, формированию криогенных течений, изменению напряженно-деформированного состояния среды. Авторы считают актуальным вопрос разработки позволяющей регистрировать температурные и деформационные особенности фазового перехода в пористой среде лабораторной оптоволоконной системы мониторинга.

Принимая во внимание важность влияния в вопросе теоретических исследований значений таких параметров как коэффициенты теплопроводности, удельной или объемной теплоемкости и коэффициенты температуропроводности, авторы работы [6] уделяют значительное место вопросу обоснования этих величин для сезонно-промерзающих грунтов. Статья [7] посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию морозного пучения в лабораторных образцах из влагонасыщенного песка.

Принимая во внимание кинетические особенности являющегося трехфазной пористой средой из сухого скелета, воды и льда влагосодержащего грунта, описываемые законами сохранения массы и энергии, уравнением баланса массы для влажности и льдистости, уравнением равновесия, для анализа полученных экспериментальным путем данных авторами статьи была разработана термогидромеханическая модель. Компьютерная реализация математической модели выполнялась в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics, допускающей возможность учета кинетики фазового перехода на морозное пучение промерзающего влагонасыщенного грунта. В статье [8] дано обоснование методики численного моделирования и проведено исследование зависимости влажности в промерзающих грунтах от скорости промерзания. Приведена оценка влияния влажности грунтов на значения прочностных характеристик в процессе оттаивания.

По результатам проведенного литературного обзора можно прийти к заключению, что в настоящее время, связанные с тематикой статьи и имеющие большое научно-техническое и народно-хозяйственное значение задачи, подвергаются серьезному количественному и качественному исследованию.

Однако среди большого числа, постоянно возникающих перед учеными и инженерно-техническими связанными с проблематикой Севера работниками проблемами, имеется еще масса не исследованных, но крайне важных требующих оперативного решения задач.

Например, по мнению авторов, важной является проблема круглогодичного оперативного мониторинга температурных показателей по глубине грунта в разных географических точках северных и северо-восточных районов России. Так, подобный опыт проводился научной экспедицией в 2010 г. (руководитель В. П. Леденев) на мысе Депо полуострова Заря (район Таймыра).

Одной из задач экспедиции являлось накопление научных знаний по длительному хранению пищевых продуктов в условиях вечной мерзлоты. Для чего, с помощью представляющих собой контактные обеспечивающие накопление в собственной памяти значение температуры регистраторы, проводились измерения с привязкой к реальному времени.

По данным производителя приборов (Dallas Semiconductor, США) при регистрации температуры дважды в сутки элементы питания датчиков обеспечивают бесперебойную работу в течение 8 лет их эксплуатации. Регистраторы упаковывались в защищенные от механического воздействия капсулы с низким термическим сопротивлением. При закладке продукции они размещались в рассчитанной на досрочное извлечение без вскрытия продуктового склада отдельно закопанной трубе. Закладка регистраторов температуры, показанных на рис. 1, осуществляется на глубину 0,6 и 0,9 м.

Известно, что в условиях нулевых и более низких температур количественный анализ процесса передачи теплоты в промерзающем влагонасыщенном грунте осложняется фазовым переходом воды в лед, приводящим к скачку градиента температуры в грунте и поэтому затрудняет постановку и количественное моделирование,



Рис. 1. Внешний вид регистраторов температуры

Fig. 1. Temperature recorders

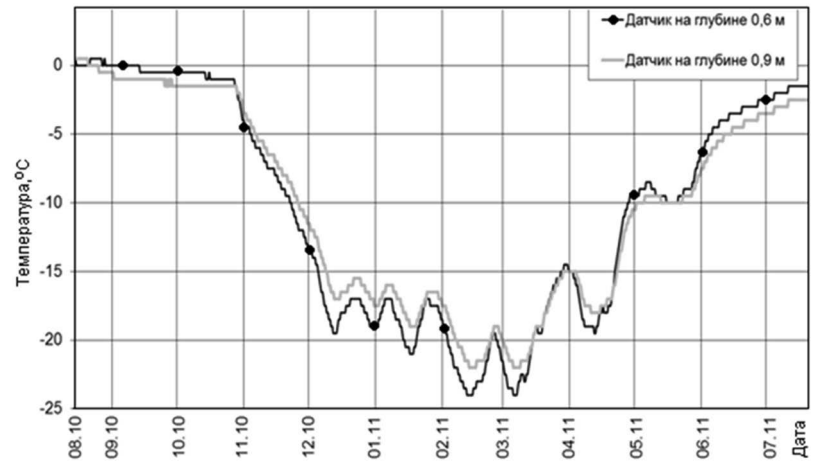


Рис. 2. Температура грунта по дням периода наблюдений в течение 2010–2011 гг.

Fig. 2. Soil temperature for the days of observation in 2010–2011

Таблица 1

Значение температуры грунта по месяцам за период 2010–2011 гг. на его поверхности и глубине 0,6 и 0,9 м

Table 1

Soil temperature at its surface and the depth of 0.6 and 0.9 m for the months of observation in 2010–2011

День замера температуры, 2010 г.	01.11	15.11	01.12	15.12
Температура поверхности, °C	-8	-19	-35	-14
На глубине 0,6 м, °C	-4	-7,5	-13,5	-18,5
На глубине 0,9 м, °C	-3,5	-6,5	-11,5	-17
День замера температуры, 2011 г.	01.01	15.01	01.02	15.02
Температура поверхности, °C	-26	-24	-30	-36
На глубине 0,6 м, °C	-19	-20,5	-18,5	-24
На глубине 0,9 м, °C	-17,5	-18	-17,5	-22

с использованием полученных опытных данных, процесса теплопередачи.

Целью работы является аналитическое и численное исследование явления теплопередачи в грунте, с использованием специфических особенностей данных по замеру температуры в фиксированные дни месяца (рис. 2) на базе физико-механических параметров процесса.

### Постановка задачи

Из визуального анализа числовых данных рис. 2 и табл. 1 следует, что на фиксированной глубине в 60 и 90 см, начиная с ноября и по апрель месяц включительно, температура грунта характеризуется отрицательными значениями. Тем самым появляется возможность, избегая учет фактора фазового перехода водной компоненты грунта в лед или обратно, исходить из решения классической краевой задачи с граничными условиями первого рода по распределению температуры в моделирующем объеме грунтового слоя телом в виде полупространства.

При этом в основу количественного анализа этого процесса полагается отнесенное к плоскости  $xOy$  с направленной вертикально вниз по глубине грунта осью  $x$  одномерное дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности

$$\partial t / \partial \tau = a \partial^2 t / \partial x^2, \quad (1)$$

где  $t$  — температура;  $\tau$  — время,  $a$  — коэффициент теплопроводности.

В таком случае, если в начальный момент времени  $\tau=0$  задано распределение температуры по всей глубине тела в форме полупространства

$$t(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad (2)$$

а также выполняются граничное условие по температуре на поверхности тела

$$t(0, \tau) = t_0 = \text{const}, \quad 0 < \tau < \infty, \quad (3)$$

и, кроме того, отсутствует градиент температуры в бесконечно удаленной точке тела

$$\partial t(\infty, \tau) / \partial x = 0, \quad 0 < \tau < \infty, \quad (4)$$

то, таким образом, соотношения (1)–(4) полагают как сформулированную краевую задачу с граничными условиями первого рода [9].

Ставится задача: на базе исходных данных в 0 ч суток по значению температуры на глубине грунта 60 и 90 см, отправляясь от решения краевой задачи (1)–(4), на основе этого решения в моменты времени 06 и 12 ч

провести количественный анализ текущего по высоте слоя грунта распределения температуры.

### Решение задачи

Как обычно, в целях преобразования граничного условия (3) к однородному виду проводится замена искомой переменной  $t(x, \tau)$  на  $u(x, \tau)$  согласно зависимости

$$t(x, \tau) = u(x, \tau) + t_0, \quad (5)$$

где  $t_0$  — заданная по (3) температура слоя грунта на его поверхности.

В результате чего вместо (1)–(4) приходят к соотношениям для новой искомой переменной  $u(x, \tau)$  — приведенной температуре

$$\partial u / \partial \tau = a \partial^2 u / \partial x^2, \quad (6)$$

$$u(x, 0) = f(x) - t_0, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (7)$$

$$u(0, \tau) = 0, \quad 0 \leq \tau < \infty, \quad (8)$$

$$\partial u(\infty, \tau) / \partial x = 0, \quad 0 < \tau < \infty. \quad (9)$$

Тогда показывают, что решением краевой задачи (6)–(9), с учетом замены переменной (5), является [9]

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{1}{2\sqrt{\pi a \tau}} \int_0^\infty [f(\xi) - t_0] \left[ \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a\tau}\right) - \exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4a\tau}\right) \right] d\xi, \quad (10)$$

где  $f(x)$  задано по уравнению (2).

Формула (10) полагается в основу расчета стратификации температуры по времени и по глубине грунта.

### Численный эксперимент

В качестве исходных физико-механических параметров при расчете распределения температуры по глубине имеющего форму полупространства водонасыщенного грунта (условно, как для льда) принималось: плотность  $\rho = 910 \text{ кг/м}^3$ ; теплоемкость  $c = 2 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{°C)}$ ; коэффициент теплопроводности  $\lambda = 2,25 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$ ; коэффициент температуропроводности  $a = \lambda / (c \cdot \rho) = 1,12 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

В качестве исходного в 0 ч. суток по значению температуры на глубине грунта выбиралась (по соглашению) кусочно-непрерывная функция с аргументом  $x$

$$\begin{cases} t_0 + (t_1 - t_0) \cdot x / (x_1 - x_0) & \text{при } x \in [x_0, x_1], \\ f(x) = t_1 + (t_2 - t_1) \cdot x / (x_2 - x_1) & \text{при } x \in [x_1, x_2], \\ t_2 & \text{при } x \geq x_2, \end{cases} \quad (11)$$

где полагали  $x_0 = 0$ ;  $x_1 = 0,6$ ;  $x_2 = 0,9 \text{ м}$ ;  $t_0, t_1, t_2, \text{°C}$  — температура на этих глубинах на момент времени  $\tau = 0 \text{ ч}$  (рис. 3).

Результаты выполненного на базе данных Таблицы численного моделирования с ноября месяца 2010 г. и по апрель месяц 2011 г. отражены кривыми на рис. 4–6.

При этом, полученные для определенного времени суток в 06 и 12 ч времени изменений температуры данные по теплопередаче и текущей по глубине грунта передаче тепла в твердом теле находятся в соответствии с физическим смыслом исследуемого явления.

Так, например, в зимний период, в условиях короткого светлого времени суток и высокой выхолаживаемости воздуха, как и должно быть, с течением времени грунт продолжает охлаждаться (на рис. 3 кривая 7 расположена выше кривой 8), в то время как в весенний период года, наоборот, если температура воздуха растет в течение дня, то грунт прогревается, (например, на рис. 4 кривая 4 расположена выше кривой 3).

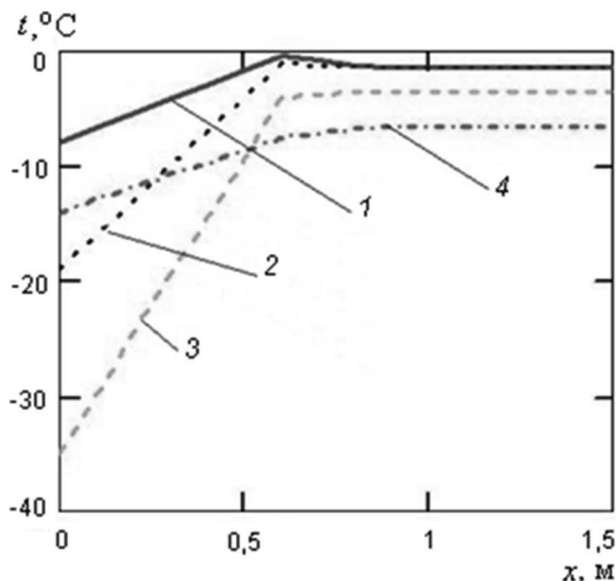


Рис. 3. Экстраполяционные зависимости результатов четырех дней наблюдений в 0 ч температуры на глубине грунта  $x_0 = 0$ ;  $x_1 = 0,6$ ;  $x_2 = 0,9$  (1 — 01.11; 2 — 15.11; 3 — 01.12; 4 — 15.12.2010 г.)

Fig. 3. Extrapolation dependencies for four days of observation at 0 a. m. at the following soil depths  $x_0 = 0$ ;  $x_1 = 0,6$ ;  $x_2 = 0,9$  (1 — 01.11; 2 — 15.11; 3 — 01.12; 4 — 15.12.2010 г.)

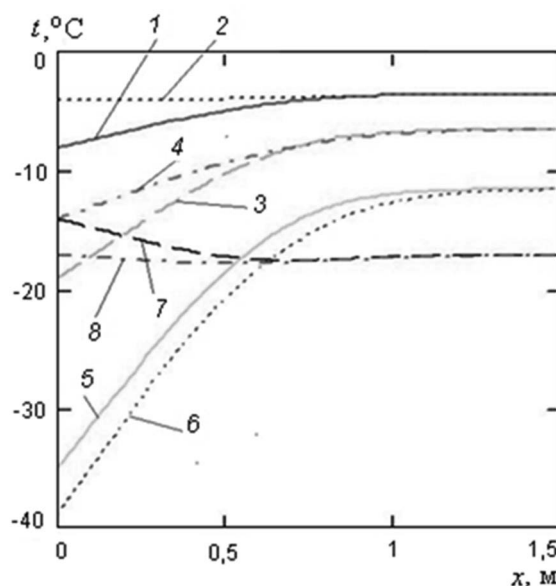


Рис. 4. Расчетные зависимости температуры грунта по глубине  $x$  и времени (01.11: 1 —  $\tau = 6$ ; 2 —  $\tau = 12$ ; 15.11: 3 —  $\tau = 6$ ; 4 —  $\tau = 12$ ; 01.12: 5 —  $\tau = 6$ ; 6 —  $\tau = 12$ ; 15.12, 2010: 7 —  $\tau = 6$ ; 8 —  $\tau = 12$  ч)

Fig. 4. Design dependencies of soil temperature on depth  $x$  and time (01.11: 1 —  $\tau = 6$ ; 2 —  $\tau = 12$ ; 15.11: 3 —  $\tau = 6$ ; 4 —  $\tau = 12$ ; 01.12: 5 —  $\tau = 6$ ; 6 —  $\tau = 12$ ; 15.12, 2010: 7 —  $\tau = 6$ ; 8 —  $\tau = 12$  ч)

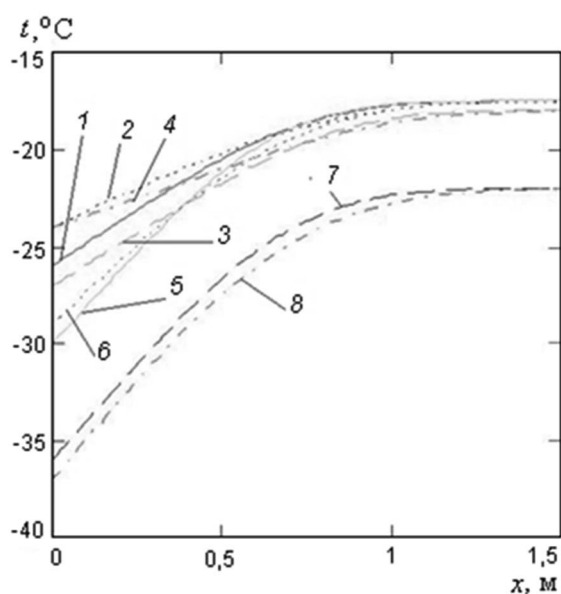


Рис. 5. Расчетные зависимости температуры грунта по глубине  $x$  и времени (01.01: 1 —  $\tau=6$ ; 2 —  $\tau=12$ ; 15.01: 3 —  $\tau=6$ ; 4 —  $\tau=12$ ; 01.02: 5 —  $\tau=6$ ; 6 —  $\tau=12$ ; 15.02: 7 —  $\tau=6$ ; 8 —  $\tau=12$  ч, 2011 г.)

Fig. 5. Design dependencies of soil temperature on depth  $x$  and time (01.01: 1 —  $\tau=6$ ; 2 —  $\tau=12$ ; 15.01: 3 —  $\tau=6$ ; 4 —  $\tau=12$ ; 01.02: 5 —  $\tau=6$ ; 6 —  $\tau=12$ ; 15.02: 7 —  $\tau=6$ ; 8 —  $\tau=12$  ч, 2011 г.)

### Заключение

В целом, из анализа результатов проведенных вычислений, естественно, вытекает тесная корреляция расчетных данных с исходным распределением температуры грунта по его глубине (см. рис. 2, табл. 1). Так, в силу выбранной по формуле (11) связи температуры  $t$  с координатой  $x$ , все графики кривых рис. 3 (кроме кривых 3, 4, когда отмечается резкое охлаждение атмосферного воздуха) и все графики кривых рис. 4 имеют возрастающий с ростом глубины грунта характер. В то же время в весенний период времени все кривые рис. 5 отличаются убывающим по координате  $x$  видом. То есть, в соответствии с физическим смыслом, как в зимний, так и в весенний сезон, расчетная температура грунта с ростом его глубины сближается с наблюдаемыми опытными температурными показателями.

С точки зрения влияния погодных условий на поле температуры в грунтовом слое, то, как хорошо известно, сам слой в этом случае выступает накопителем тепловой

### Литература

1. Яценко А. С., Бобров П. П. Исследование возможности определения градиента влажности в поверхностном слое почв по данным Smos и Gcom-w1 // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58. № 8–3. С. 285–288.
2. Григорьев Б. В. Экспериментальное исследование промерзания песчаных грунтов в равновесных и неравновесных условиях // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2013. № 2 (171). С. 216–220.
3. Каверин Д. А., Пастухов А. В., Мажитова Г. Г. Особенности температурного режима холодных мерзлотных почв на юж-

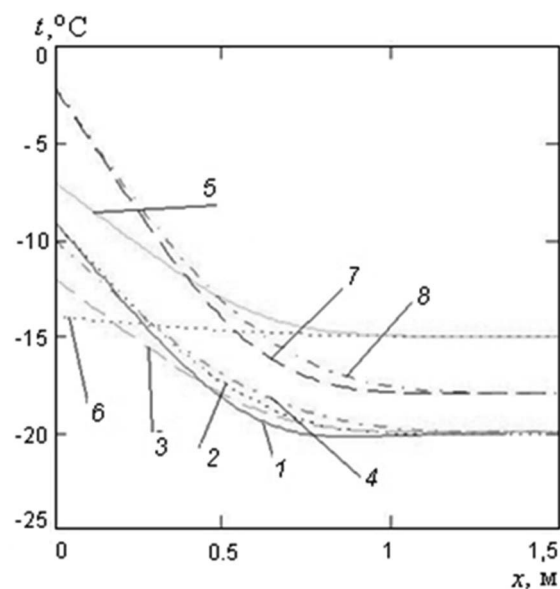


Рис. 6. Расчетные зависимости температуры грунта по глубине  $x$  и времени (01.03: 1 —  $\tau=6$ ; 2 —  $\tau=12$ ; 15.03: 3 —  $\tau=6$ ; 4 —  $\tau=12$ ; 01.04: 5 —  $\tau=6$ ; 6 —  $\tau=12$ ; 15.04: 7 —  $\tau=6$ ; 8 —  $\tau=12$  ч, 2011 г.)

Fig. 6. Design dependencies of soil temperature on depth  $x$  and time (01.03: 1 —  $\tau=6$ ; 2 —  $\tau=12$ ; 15.03: 3 —  $\tau=6$ ; 4 —  $\tau=12$ ; 01.04: 5 —  $\tau=6$ ; 6 —  $\tau=12$ ; 15.04: 7 —  $\tau=6$ ; 8 —  $\tau=12$  ч, 2011 г.)

энергии. При более низкой по сравнению с температурой слоя температурой воздуха теплота в грунтовом слое используется для нагревания слоя, при более высокой температуре воздуха — для его охлаждения. То есть слой грунта выступает и как собственный аккумулятор тепловой энергии.

Таким образом, с позиций выявленной адекватности результатов численного эксперимента с физическим смыслом исследуемого процесса охлаждения влагонасыщенного грунта установлена правомерность использования для теоретического анализа процесса теплопередачи в классической постановке. Исходя из дифференциального уравнения теплопроводности и индуцированного данными опытных наблюдений исходного распределения температуры в реперных точках по времени и по глубине грунта, на базе предложенного в работе алгоритма может быть прогнозирована стратификация температуры по времени и по глубине грунта.

### References

1. Yaschenko A. S., Bobrov P. P. Investigation of the possibility of determining the humidity gradient in the surface layer of soils according to Smos and Gcom-w1 data. *Izvestiya vuzov. Physics*. 2015. Vol. 58. No. 8–3. P. 285–288. (in Russian)
2. Grigoriev B. V. Experimental investigation of the freezing of sandy soils in equilibrium and nonequilibrium conditions. *Scientific and Technical vedomosti of the Saint-Petersburg State Polytechnic University*. 2013. No. 2 (171). pp. 216–220. (in Russian)
3. Kaverin D. A., Pastukhov A. V., Mazhitova G. G. Features of the temperature regime of cold permafrost soils at the southern

- ном пределе криолитозоны (Европейский Северо-Восток России) // Бюллетень Почвенного института им. В. В. Докучаева. 2014. Вып. 75. С. 48–61.
4. Jianqiang Gao, Yuanming Lai Mingyi Zhang, Ziliang Feng. Experimental study on the water-heat-vapor behavior in a freezing coarse-grained soil // *Applied Thermal Engineering*. 128 (2018). P. 956–965. ©
  5. Прохоров А. Е., Плехов О. А. Разработка системы мониторинга нестационарных температур и деформаций во влагонасыщенном грунте в условиях фазового перехода на базе оптоволоконных датчиков // Вестник ПНИПУ. Механика. 2019. № 1. С. 129–137.
  6. Ядовина К. С., Мащенко А. В. О практическом значении определения теплофизических свойств сезоннопромерзающих грунтов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. 2017. Т. 8, № 1. С. 81–89.
  7. Желнин М. С., Прохоров А. Е., Костина А. А., Плехов О. А. Экспериментальное и теоретическое исследование механических деформаций в промерзающем влагонасыщенном грунте // Вестник ПНИПУ. Механика. 2019. № 4. С. 19–28.
  8. Кудрявцев С. А., Кажарский А. В. Численное моделирование процесса морозного пучения и оттаивания в зависимости от скорости промерзания грунтов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 2 (34). С. 105–110.
  9. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
  - limit of the cryolithozone (European North-East of Russia). *Bulletin of the V. V. Dokuchaev Soil Institute*. 2014. Vol. 75. P. 48–61. (in Russian)
  4. Jianqiang Gao, Yuanming Lai Mingyi Zhang, Ziliang Feng. Experimental study on the water-heat-vapor behavior in a freezing coarse-grained soil. *Applied Thermal Engineering*. 128 (2018). P. 956–965. ©
  5. Prokhorov A. E., Plekhov O. A. Development of a monitoring system for non-stationary temperatures and deformations in moisture-saturated soil under phase transition conditions based on fiber-optic sensors. *Bulletin of the PNRPU. Mechanics*. 2019. No. 1. P. 129–137. (in Russian)
  6. Yadovina K. S., Mashchenko A. V. On the practical significance of determining the thermophysical properties of seasonally freezing soils. *Vestnik Permskogo nauchnogo issledovatel'nogo politehnicheskogo universiteta. Construction and architecture*. 2017. Vol. 8, no. 1. pp. 81–89. (in Russian)
  7. Zhelnin M. S., Prokhorov A. E., Kostina A. A., Plekhov O. A. Experimental and theoretical study of mechanical deformations in frozen moisture-saturated soil. *Bulletin of the PNRPU. Mechanics*. 2019. No. 4. P. 19–28. (in Russian)
  8. Kudryavtsev S. A., Kazharsky A. V. Numerical modeling of the process of frost heaving and thawing depending on the speed of soil freezing. *Modern technologies. System analysis. Modeling*. 2012. No. 2 (34). pp. 105–110. (in Russian)
  9. Lykov A. V. The theory of heat conduction. Moscow: Higher School, 1967. 600 p. (in Russian)

### Сведения об авторах

#### Белозёров Антон Георгиевич

К. т. н., заместитель директора по работе с филиалами ФГБНУ «ФНЦ пищевых систем им. В. М. Горбатова» РАН, 109316, Москва, ул. Талалихина, 26, a.belozerov@fnfps.ru

#### Семенов Евгений Владимирович

Д. т. н., профессор кафедры технологии продуктов из растительного сырья и парфюмерно-косметических изделий Московского государственного университета технологий и управления им. К. Г. Разумовского, Россия, Москва, ул. Земляной Вал, 73, sem-post@mail.ru

#### Бабакин Борис Сергеевич

Д. т. н., профессор кафедры инженерии процессов, аппаратов, холодильной техники и технологий Московского государственного университета пищевых производств, 125080, г. Москва, Волоколамское шоссе, 11, holod@mgupp.ru

### Information about authors

#### Belozerov Anton G.

Ph. D., Deputy Director for work with branches of Federal State Budgetary Scientific Institution «V. M. Gorbатов Federal Research Center for Food Systems of Russian Academy of Sciences», Russia, 109316, Moscow, Talalikhina str., 26, a.belozerov@fnfps.ru

#### Semenov Evgeny V.

D. Sc., Professor of the Department Technology of products from vegetable raw materials and perfumery and cosmetic products, K. G. Razumovsky Moscow State University of Technologies and Management, Russia, Moscow, Zemlyanoy Val St, 73, sem-post@mail.ru

#### Babakin Boris S.

D. Sc., Professor of the Department of process, apparatus, refrigeration and technology engineering of Moscow State University of Food Production, Russia, 125080, Moscow, Volokolamskoe shosse, 11, holod@mgupp.ru