

УДК 628.3

Моделирование процесса очистки жиросодержащих сточных вод с использованием озонирования на холодильных предприятиях

Д-р техн. наук В. Ф. ШИРИКОВ, д-р техн. наук Б. С. БАБАКИН
holod@mgupp.ru

Московский государственный университет пищевых производств
109316, г. Москва, ул. Талалихина, 33

Остро стоит проблема биологической очистки сточных вод от выбросов промышленных предприятий. Предложена математическая модель процесса очистки жиросодержащих сточных вод холодильных предприятий с использованием озонной технологии. Приведены результаты максимальной концентрации озона в водных растворах при температурах от 20 до -7 °С. Полученные соотношения позволяют определить концентрацию жировой массы с учетом коэффициента концентрации озона в растворе, причем в любой точке раствора и в любой момент времени.

Ключевые слова: моделирование, биологическая очистка, озонирование, озono-водные растворы, жировая масса, жиросодержащие сточные воды.

Mathematical model for the cleaning of fat-containing wastewater by ozonation at refrigerating enterprises

D. Sc. V. F. SHIRIKOV, D. Sc. B. S. BABAKIN
holod@mgupp.ru

Moscow National University of Food Production
109316, Russia, Moskva, str. Talalihina, 33

Biological removal of industrial waste discharges from wastewater remains a burning problem. A mathematical model is offered for the process of cleaning fat-containing wastewater emitted by refrigerating enterprises using the ozonation technology. The results of maximum ozone concentration in water solutions are presented for the temperatures from 20 to -7 °C. Correlations have been produced to measure grease content in a solution taking into account ozone concentration in any spot of the solution and at any instant of time.

Keywords: modelling, biological cleaning, ozonation, ozone-water solutions, grease content, fat-containing wastewater.

Одной из существующих проблем на холодильных предприятиях (хладокомбинатах, фабриках мороженого, производственных и распределительных холодильниках, рыбокомбинатах и др.) является биологическая очистка сточных вод. Засоряющие стенки каналов и трубопроводов сточные воды, препятствуют их транспортировке и усложняют механическую очистку. Жир засоряет городскую канализацию и подавляет биологические процессы в аэроостенках и биофильтрах. Попадая в водоемы, жир образует поверхностную тонкую пленку, препятствующую растворению в воде кислорода, что в конечном итоге приводит к отравлению

флоры и фауны в водоемах. Кроме того, оставшийся в воде жир обволакивает хлопья активного ила и биопленки, что препятствует нормальному кислородному обмену [1].

Для окисления жиров, поступающих со сточными водами на аэрационные сооружения биологической очистки, требуются миллионы кубометров воздуха.

При очистке сточных вод применяют хлорирование, пневмофлотацию, вакуумную флотацию, электрофлотацию, эжекторную и ионные флотации и др.

С понижением температуры сточных вод эффективность их очистки снижается, отсюда увеличивается продолжительность обработки. Например, при эффективном способе очистки сточных вод пищевых предприятий с помощью электрофлотации, рациональной областью температур является диапазон от 20 до 40 °С. Более низкая температура приводит к увеличению длительности их обработки в два и более раза.

Одним из наиболее эффективных способов очистки жиросодержащих вод является озонирование, вызывающее реакционно-окислительные процессы. Применение озонной технологии позволяет организовать окислительное распределение органических загрязнений сточных вод и, за счет действия на микробную фазу стоков, вызывает их бактерицидную обработку.

Характеристики насыщенных озono-водных растворов, полученные авторами для различных температур жидкости, показаны на рис. 1, 2.

Как видно из рис. 1, практически через 15 мин обеспечивается максимальное насыщение озонem жидкости, с концентрацией озона от 2,5 г/м³ до 70 г/м³ при температуре жидкости 20 °С.

В жиросодержащих сточных водах содержатся также нейтральные соли, образующие солевые растворы NaCl, MgCl₂ и др., понижающие температуру их замерзания. С понижением температуры водных растворов до -7 °С удается получить максимальную концентрацию озона в жидкости до 60 г/м³ (рис. 2).

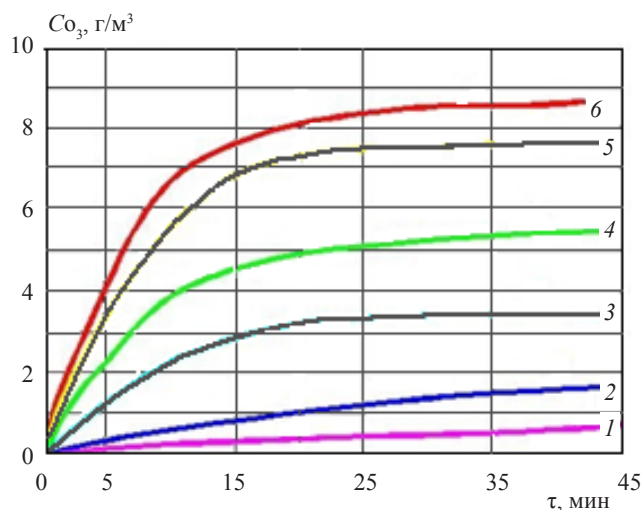


Рис. 1. Озоно-водные растворы с различной концентрацией C_{O_3} при температуре воды 20°C в зависимости от продолжительности обработки:
 1 — $2,5 \text{ г/м}^3$; 2 — 10 г/м^3 ; 3 — 30 г/м^3 ;
 4 — 30 г/м^3 ; 5 — 60 г/м^3 ; 6 — 70 г/м^3

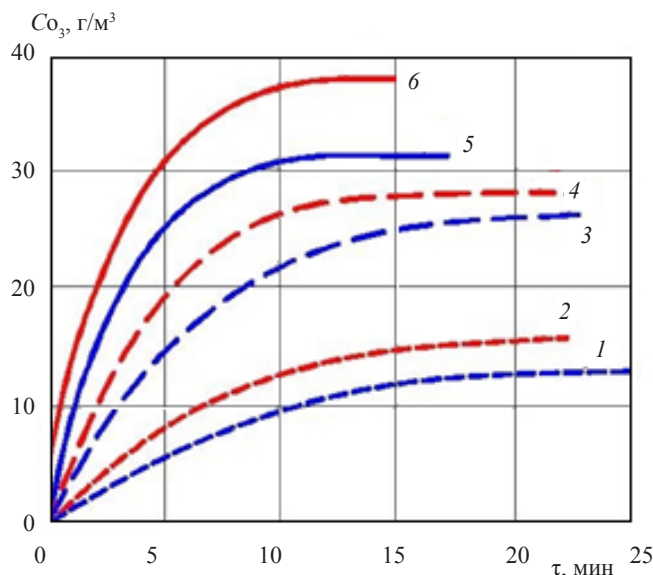


Рис. 2. Характеристики насыщенных озоно-водных растворов при температурах:
 1 — $t = 0^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 40 \text{ г/м}^3$; 2 — $t = 0^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 60 \text{ г/м}^3$;
 3 — $t = -3,5^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 40 \text{ г/м}^3$; 4 — $t = -3,5^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 60 \text{ г/м}^3$;
 5 — $t = -7^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 40 \text{ г/м}^3$; 6 — $t = -7^\circ\text{C}$; $C_{O_3} = 60 \text{ г/м}^3$

Ниже рассматривается математическая модель процесса очистки жиросодержащих сточных вод имеющих место на холодильных предприятиях.

Учет процесса массопереноса приводит к следующей модели фильтрации жиросодержащих сточных вод с учетом концентрации озона в холодильных системах представим в виде

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \alpha v \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где C — концентрация жировой массы в общем потоке;

U — скорость изменения концентрации;

v — коэффициент диффузии;

α — коэффициент, характеризующий концентрацию озона в растворе;

t — время.

Зададим начальное условие, считая, что в начальный момент времени фильтр чист:

$$\text{при } t = 0, C(x, 0) = 0. \quad (2)$$

На входе в фильтр предполагаем, что выполнено условие:

$$\text{при } x = 0, C(0, t) = C_0. \quad (3)$$

Это следует из того, что поток слива загрязненной жидкости имеет постоянную концентрацию C_0 . На выходе из фильтра жидкость вытекает с той же концентрацией, поэтому можно принять

$$\text{при } x = l, \frac{\partial C}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Математическая модель (1)–(4) описывает процесс фильтрации жиросодержащей среды с учетом концентрации озона в растворе.

Приведем задачу к безразмерному виду, введя следующие величины:

$$x = l \cdot \bar{x}, \quad t = t_0 \cdot \bar{t}, \quad C = C_0 \cdot \bar{C}, \quad (5)$$

в которых параметры $\bar{x}, \bar{t}, \bar{C}$ назовем приведенными величинами.

С учетом соотношений (5) задачу (1)–(4) можно представить в виде

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} + U \frac{t_0}{l} \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}} = \frac{\alpha v t_0}{l^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{x}^2}, \quad (6)$$

при этом начальные и граничные условия соответственно примут вид

$$\left. \begin{aligned} \text{при } t = 0, \bar{C}(\bar{x}, 0) &= 0; \\ \text{при } \bar{x} = 0, \bar{C}(0, \bar{t}) &= 0; \\ \text{при } \bar{x} = 1, \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Будем считать величины l и t_0 в качестве характерных. Тогда отношение l/t_0 имеет смысл характерной скорости потока. Обозначим величину $U t_0/l = \epsilon$. Очевидно, что $\epsilon \ll 1$, тогда можно считать ϵ «малым» параметром.

Для удобства записи в дальнейшем не будем писать черточку над всеми величинами, а так же введем

обозначение $\gamma = \frac{\alpha v t_0}{l^2}$.
 Тогда задача (6)–(7) запишется как

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial C}{\partial x} = \gamma \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{при } t = 0, C(x, 0) &= 0 \\ \text{при } x = 0, C(0, t) &= 1 \\ \text{при } x = 1, \frac{\partial C}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решение задачи (8)–(9) представим в виде регулярного асимптотического ряда [2]:

$$C = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cdot \epsilon^n \quad (10)$$

Подставим уравнение (10) в соотношения (8) или (9), тогда для нахождения коэффициентов C_n необходимо решить следующие задачи:

$$\frac{\partial C_0}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 C_0}{\partial x^2}; \tag{11}$$

$$C_0(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial C_0}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad C_0(x, 0) = 0; \tag{12}$$

$$\frac{\partial C_n}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 C_n}{\partial x^2} - \frac{\partial C_{n-1}}{\partial x}; \tag{13}$$

$$C_n(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial C_n}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad C_n(x, 0) = 0. \tag{14}$$

Для определения коэффициента C_0 получено однородное дифференциальное уравнение (11) с нулевыми начальными и граничными условиями (12). Остальные коэффициенты C_n определяются из решения задачи (13)–(14), которая представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение (13) также с нулевыми начальными и граничными условиями (14).

Первую задачу будем решать с помощью преобразования Лапласа, которое в данном случае имеет вид [1]

$$\bar{C}_0(x, p) = \int_0^\infty e^{-pt} \cdot C_0(x, t) dt, \tag{15}$$

здесь черта сверху означает образ функции $C_0(x, t)$.

Подставив (15) в соотношениях (11) и (12), получим следующую задачу:

$$\bar{C}_0'' - \frac{p}{\gamma} \bar{C}_0 = 0; \tag{16}$$

$$\bar{C}_0(0, p) = \frac{1}{p}; \quad \left. \frac{\partial \bar{C}_0}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \tag{17}$$

здесь и далее \bar{C}_0'' означает вторую производную по x .

Для отыскания функции $\bar{C}_0(x, t)$ получили обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка (16) с граничными условиями (17).

В результате решения задачи (16)–(17) получаем выражение для образа $\bar{C}_0(x, p)$ в виде [3]:

$$\bar{C}_0(x, p) = \frac{1}{p} \frac{\text{ch}(\sqrt{p/\gamma} \cdot (x-1))}{\text{ch}(\sqrt{p/\gamma})}. \tag{18}$$

Для нахождения последующих приближений ($n \geq 1$), необходимо решить задачу (13)–(14). Схема получения решения аналогична схеме получения нулевого решения.

Действительно, для произвольного n -го приближения ($n \geq 1$) воспользуемся также преобразованием Лапласа в форме (15). В этом случае для образа $\bar{C}_n(x, t)$ получаем следующую задачу

$$\bar{C}_n'' - \frac{p}{\gamma} \bar{C}_n = \bar{C}_{n-1}'; \tag{19}$$

$$\bar{C}_n(0, p) = 0; \quad \bar{C}_n(1, p) = 0. \tag{20}$$

Решая уравнение (19) методом вариации производных постоянных и удовлетворяя граничным условиям (20), получаем рекуррентное соотношение для определения образа \bar{C}_n

$$\bar{C}_n(x, p) = \frac{1}{k} \int_0^x \bar{C}_{n-1}' \cdot \text{sh}k \cdot (x-\xi) d\xi - \frac{\text{sh}kx}{k \text{ch}k} \int_0^1 \bar{C}_{n-1}' \cdot \text{ch}k \cdot (1-\xi) d\xi, \tag{21}$$

где k — корень характеристического уравнения, соответствующего однородного дифференциального уравнения.

Выражение (21) можно рассматривать как рекуррентный процесс получения образа $\bar{C}_n(x, p)$, а затем и оригинала $C_n(x, t)$.

Очень часто при инженерных расчетах процессов фильтрации достаточно ограничиться первым приближением. В этом случае правую часть уравнения (19) можно заменить выражением:

$$\bar{C}_0'(x, p) = -\frac{k}{p} \cdot \frac{\text{sh}k(x-1)}{\text{ch}k}. \tag{22}$$

Тогда, с учетом (22) соотношение (21) примет вид

$$\bar{C}_1(x, p) = \frac{1}{p} \int_0^x \frac{\text{ch}k \cdot (1-x) - \text{ch}k \cdot (1+x-2\xi)}{2\text{ch}k} d\xi + \frac{\text{sh}kx}{p \text{ch}k} \int_0^1 \frac{\text{sh}2k(1-\xi)}{2\text{ch}k} d\xi. \tag{23}$$

С помощью таблиц обратных преобразований Лапласа найдем выражения для оригиналов функций C_0 и C_1 по их образам $\bar{C}_0(x, p)$ и $\bar{C}_1(x, p)$, которые представлены соответственно соотношениями (18) и (23). Оригиналы запишем в размерной форме

$$C_0(x, t) = C_0 \cdot f_0(x, t); \quad C_1(x, t) = C_0 \cdot f_1(x, t); \tag{24}$$

Здесь

$$f_0(x, t) = 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^\infty \frac{-1^n}{n+1/2} \cdot \cos\left[(n+1) \frac{\pi(x-l)}{l}\right] \times \exp\left[-\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{l^2} \alpha \nu t\right]; \tag{25}$$

$$f_1(x, t) = \varphi_{11}(x, t) + \varphi_{12}(x, t) + \varphi_{13}(x, t), \tag{26}$$

где функции $\varphi_{11}(x, t)$, $\varphi_{12}(x, t)$ и $\varphi_{13}(x, t)$ после некоторых упрощений примут вид

$$\varphi_{11}(x, t) = \frac{x}{2} f_0(x, t); \tag{27}$$

$$\varphi_{12}(x, t) = \frac{x}{2} \cdot \exp\left[-\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{l^2} \alpha \nu t\right]; \tag{28}$$

$$\varphi_{13}(x, t) = \frac{l}{2\pi \alpha \nu} \int_0^1 (\tau(t-\tau))^{-\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \times \exp\left[-\frac{l^2}{\alpha \nu \tau} \left(\frac{x}{2l} - \frac{1}{2} + n\right)^2\right] \beta \right\} dt, \tag{29}$$

где

$$\beta = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \int_0^l \exp\left[-\frac{(l+2ln-2\xi)^2}{\alpha \nu (t-\tau)}\right] d\xi.$$

Соотношения (24)–(29) представляют решение исходной задачи (1)–(4).

Упростим полученное решение, ограничившись в разложении уравнения (10) двумя первыми членами. В результате будем иметь решение в форме

$$C(x, t) \approx C_0(x, t) + \varepsilon C_1(x, t) = C_0 [f_0(x, t) + \varepsilon f_1(x, t)] = C_0 \left[f_0(x, t) + \varepsilon \sum_{i=1}^3 \varphi_{1i} \right]. \tag{30}$$

С достаточной точностью для инженерных вычислений в рядах функций f_0 и f_1 ограничимся двумя первыми членами. Тогда для функций $f_0(x, t)$, $\varphi_{11}(x, t)$, $\varphi_{12}(x, t)$ получим следующие выражения

$$f_0(x, t) = 1 - \frac{4}{\pi} \left[\cos \frac{\pi(x-l)}{2l} - \frac{2}{3} \cos \frac{3\pi(x-l)}{2l} e^{-\frac{2\pi}{l}\alpha v t} \right] e^{-\frac{\pi^2}{4l^2}\alpha v t}; \quad (31)$$

$$f_{11}(x, t) = \frac{x}{2} f_0(x, t); \quad (32)$$

$$f_{12}(x, t) = \frac{x}{2} e^{-\frac{\pi^2}{4l^2}\alpha v t}. \quad (33)$$

Для упрощения выражения для φ_{13} , найдем и оценим интегралы, содержащиеся в нем, а так же проведем некоторые преобразования. В результате выражение для функции $\varphi_{13}(x, t)$ примет вид

$$\varphi_{13}(x, t) = \frac{l}{2\sqrt{\pi\alpha v}} \left\{ \sqrt{\pi} \left[-b_1 \left(1 - \frac{2b_1}{\sqrt{\pi t}} \right) + b_2 \left(1 - \frac{2b_2}{\sqrt{\pi t}} \right) + b_3 \left(1 - \frac{2b_3}{\sqrt{\pi t}} \right) \right] + \sqrt{t} \left(e^{-b_1^2/t} - e^{-b_2^2/t} - e^{-b_3^2/t} \right) \right\}, \quad (34)$$

где b_1, b_2, b_3 определяются из соотношений

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{l^2}{\alpha v} \left(\frac{x}{2l} - \frac{1}{2} \right)^2; \\ b_2 &= \frac{l^2}{\alpha v} \left(\frac{x}{2l} + \frac{1}{2} \right)^2; \\ b_3 &= \frac{l^2}{\alpha v} \left(\frac{x}{2l} - \frac{3}{2} \right)^2. \end{aligned} \quad (35)$$

Следовательно, окончательно для приближенных вычислений решение исходной задачи представляется в виде

$$C(x, t) = C_0 \left[f_0(x, t) + \varepsilon \sum_{n=1}^3 \varphi_{1n} \right], \quad (36)$$

где основные элементы решений определяются из соотношений (31)–(35).

Указанные соотношения позволяют определить концентрацию жировой массы с учетом коэффициента концентрации озона в растворе, причем в любой точке раствора и в любой момент времени.

Список литературы

1. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. — М.: Наука, 1993.
2. *Оливер Ф.* Асимптотика и специальные функции. — Н.: Наука, 1990.
3. *Шириков В. Ф., Кулаков А. В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. Учебное пособие. — М.: МГУБП, 2002.
4. *Рогов И. А., Бабакин Б. С., Выгодин В. А.* Электrofизические методы в холодильной технике и технологии (монография). — М.: Колос, 1996. 336 с.
5. *Бабакин Б. С. и др.* Энергосберегающие холодильные технологии транспортировки, хранения и дозаривания фруктов. — М.: ДеЛи плюс, 2013. 201 с.
6. *Бабакин Б. С., Шириков В. Ф.* Способ осреднения уравнений гидродинамики для расчета движения рабочих сред в холодильных системах // Вестник Международной академии холода. 2003. № 2. С. 27–31.

References

1. Abramovic M., Stigan I. Spravochnik po special'nyh funkcijam s formulami, grafikami i matematicheskim tablicami. — M.: Nauka, 1993.
2. Oliver F. Asimptotika i special'nye funkcii. — N.: Nauka, 1990.
3. Shirikov V. F., Kulakov A. V. Obyknoennye differencial'nye uravnenija v primerah i zadachah. Uchebnoe posobie. — M.: MGUBP, 2002.
4. Rogov I. A., Babakin B. S., Vygodin V. A. Jelektrofizicheskie metody v holdil'noj tehnikе i tehnologii (monografija) — M.: Kolos, 1996. 336 p.
5. Babakin B. S. i dr. Jenergosberegajushhie holdil'nye tehnologii transportirovki, hranenija i dozarivanija fruktov. — M.: DeLi pljus, 2013. 201 s.
6. Babakin B. S., Shirikov V. F. Vestnik Mezhdunarodnoj akademii holoda. 2003. № 2. p. 27–31.



3rd IIR International Conference
on Sustainability and the Cold Chain
www.iccc2014.com

The International Institute of Refrigeration
is proud to announce that the UK will host the
3rd IIR International Conference on Sustainability
and the Cold Chain.

The conference will take place on the
23-25 June 2014
at St Mary's University College, Twickenham, London.