

Моделирование процесса инеообразования на поверхности воздушного прибора охлаждения

Д-р техн. наук Е. В. СЕМЕНОВ

Российская экономическая академия им. Г. В. Плеханова

117997, г. Москва, Стремянный пер., 36

Д-р техн. наук Б. С. БАБАКИН, канд. техн. наук М. И. ВОРОНИН, ЛАСАРО МОРЕХОН

Московский государственный университет прикладной биотехнологии

109316, г. Москва, ул. Талалихина, 33

Quantitative analysis of ice and frost formation is being carried out on an unbounded plate and an unbounded cylinder that model an air cooler wall. The rate of ice and frost layer growth on the given surfaces is estimated depending on thermal physical parameters of the process in terms of a model of Stefan problem type.

Key words: Air cooler, modeling, (simulation), ice- and frost formation, cooled surface, heat and mass transfer, Stefan method, phase changes.

Ключевые слова: воздухоохладитель, моделирование, льдо- и инеообразование, охлаждаемая поверхность, тепло- и массообмен, метод Стефана, фазовый переход.

Постановка задачи для цилиндра

В рамках предположений, принятых ранее для процесса теплопереноса в формирующихся вблизи пластины слоях льда и инея, полагают, что в воздушную среду постоянной температуры T_c внезапно помещен бесконечный цилиндр радиусом $r = r_0$ с постоянной температурой $T_x < T_c$. И в окружающем цилиндр пространстве $|r| > r_0$ формируются ограниченные поверхностями $r = \xi(t)$ и $r = \eta(t)$ слои льда и инея (рис. 1).

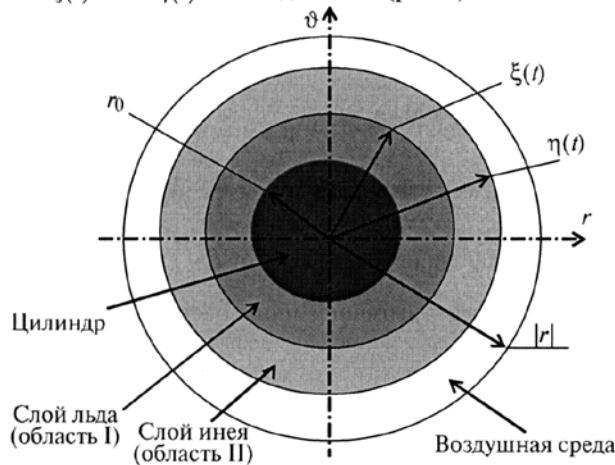


Рис. 1. Схема к расчету динамики нарастания на цилиндре слоев льда и инея

По областям I и II (см. рис. 1), отнесенными к цилиндрической системе координат $r\theta$, для льда и инея, в предположении осесимметричного и квазистационарного характера исследуемого процесса температура каждой из сред удовлетворяет дифференциальным уравнениям теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0, \quad (t > 0, r_0 < r < \xi), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0, \quad (t > 0, \xi < r < \eta), \quad (2)$$

граничному условию

$$T_1(r_0, t) = T_x, \quad (3)$$

а также совпадающим по форме граничным условиям (4), (5).

На разделяющих среды границах аналогично соотношениям (см. [1, формулы (6), (7)]) выполняются условия Стефана

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} (\lambda_1 T_1 - \lambda_2 T_2) \right]_{r=\xi(t)} = \rho_1 \gamma_1 \frac{d\xi}{dt}; \quad (4)$$

$$\left[\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right]_{r=\eta(t)} = \rho_2 \gamma_2 \frac{d\eta}{dt}, \quad (5)$$

где λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности среды для областей I и II соответственно, Вт/(м·К);
 γ_1, γ_2 — плотность среды для областей I и II, кг/м³;
 ρ_1, ρ_2 — скрытая теплота десублимации и скрытая теплота фазового перехода для областей I и II, Дж/кг;
 η — координата поверхности инея, м;
 ξ — координата поверхности льда, м.

В таком случае, в рамках принятой постановки задачи, приходим к замкнутой системе из четырех совместных дифференциальных уравнений (1), (2), (4), (5) относительно T_1, T_2, ξ, η .

Решением, удовлетворяющим условиям (см. [1, формулы (6), (7)]) и соотношению (3), является

$$T_1(r, t) = -\frac{(T_{1\xi} - T_x) \ln r + T_x \ln \xi - T_{1\xi} \ln r_0}{\ln(r_0/\xi)} \quad (6)$$

$$(t > 0, r_0 < r < \xi),$$

$$T_2(r, t) = -\frac{(T_{2\eta} - T_{1\xi}) \ln r + T_{1\xi} \ln \eta - T_{2\eta} \ln \xi}{\ln(\xi/\eta)} \quad (7)$$

$$(t > 0, \xi < r < \eta),$$

где $T_{1\xi} = T_1(\xi, t), T_{2\eta} = T_2(\eta, t)$, и поэтому

$$\frac{\partial T_1(r, t)}{\partial r} = -\frac{T_{1\xi} - T_x}{r \ln\left(\frac{r_0}{\xi}\right)}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_2(r, t)}{\partial r} = -\frac{T_{2\eta} - T_{1\xi}}{r \ln\left(\frac{\xi}{\eta}\right)}, \quad (9)$$

причем

$$\frac{\partial T_1(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=\xi} = \frac{T_x - T_3}{\xi \ln(r_0/\xi)} > 0,$$

$$\frac{\partial T_2(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=\xi} = \frac{T_3 - T_c}{\xi \ln(\xi/\eta)} > 0.$$

$$\frac{\partial T_2(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=\eta} = -\frac{T_{2\eta} - T_{1\xi}}{\eta \ln\left(\frac{\xi}{\eta}\right)}.$$

Поскольку $T_{1\xi} = T_{2\eta} = T_3$, то с учетом (4), (5), (8), (9) имеем систему

$$\frac{\lambda_1(T_3 - T_x)}{\xi \ln(r_0/\xi)} + \frac{\lambda_2(T_c - T_3)}{\xi \ln(\xi/\eta)} = \rho_1 \gamma_1 \frac{d\xi}{dt}; \quad (10)$$

$$\frac{\lambda_2(T_c - T_3)}{\eta \ln(\xi/\eta)} = \rho_2 \gamma_2 \frac{d\eta}{dt} \quad (11)$$

и начальные условия

$$\xi = r_0, \quad \eta = r_0 \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (12)$$

T_3, T_c, T_x — соответственно, температура замерзания воды, хладагента и воздушной среды, К;

Переходя к безразмерным величинам по формулам $\xi = r_0 \xi'$, $\eta = r_0 \eta'$, $t = \tau t'$ и опуская штрихи над безразмерными величинами, в соответствии с (10)–(12) получаем

$$\frac{d\xi}{dt} = \beta \kappa \left[\frac{\mu}{\xi \ln \xi} - \frac{1}{\xi \ln(\eta/\xi)} \right], \quad (13)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \beta \frac{1}{\eta \ln(\eta/\xi)}, \quad (14)$$

$$\xi(0) = 1, \quad \eta(0) = 1, \quad (15)$$

где κ — критерий Коссовича;

μ — тепловая активность (κ, μ определяются по [1, формула (18)]);

$$\beta = \frac{\lambda_2(T_c - T_3)\tau}{\rho_2 \gamma_2 r_0^2}. \quad (16)$$

Количественное моделирование процесса нарастания слоев льда и инея на поверхности цилиндра

Поскольку система уравнений (13), (14) не допускает аналитического решения, то задачу (13)–(15) количественно моделировали численным способом по методу Bulstoer, с числом шагов интегрирования $n = 10^4$. При этом, учитывая наличие особенностей в уравнениях (13), (14), начальные условия выбирали в соответствии с [1, формула (19)].

Анализ проведенного численного эксперимента

Исходные физико-механические параметры задачи полагали такими же, как и для пластины, принимая радиус цилиндра $r_0 = 0,01$ м.

Чтобы оценить влияние на процесс формирования слоев льда и инея температурного режима, рассматривали такие же два варианта расчета, как и для пластины, а именно, полагали: $\Delta T_1 = 3$ К и $\Delta T_2 = 6$ К.

Результаты количественного моделирования по выбранным параметрам в размерной форме динамики нарастания на цилиндре слоев льда и инея по каждому из вариантов отражены на рис. 2. На этом рисунке видно, что поведение кривых для цилиндра и кривых для пластины (см. [1, рис. 2]) аналогично.

Результаты расчетов толщины слоев льда и инея для различных значений перепадов температуры по слоям в конце периода их формирования на пластине и цилиндре сведены в таблице.

Толщина слоя, мм	Температура			
	Пластина		Цилиндр	
	$\Delta T = 3 \text{ К}$	$\Delta T = 6 \text{ К}$	$\Delta T = 3 \text{ К}$	$\Delta T = 6 \text{ К}$
u (лед)	6,01	8,50	5,49	7,56
z (иней)	7,86	11,12	7,38	10,32

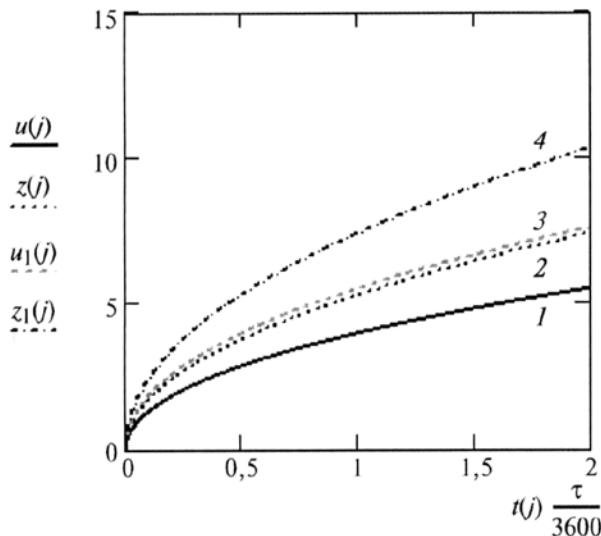


Рис. 2. Зависимости толщины слоя льда и толщины слоя инея на цилиндре от времени
 $\beta = 0,545$, $\kappa = 0,039$, $\mu = 9,2$; $\Delta T = 3 \text{ К}$,
1 — лед, 2 — иней; $\Delta T = 6 \text{ К}$, 3 — лед, 4 — иней

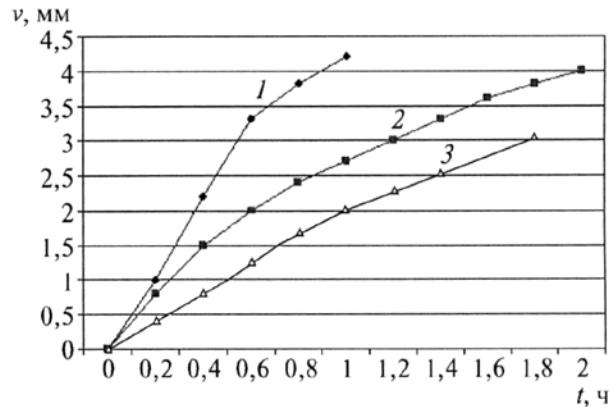


Рис. 3. Изменение толщины слоя инея в зависимости от времени по данным исследователей [2]:
1 — Руцци и Мор, 2 — Хосода и Узухаши,
3 — Шнайдер

Из сравнительного анализа данных таблицы вытекает, что в идентичных условиях проведения процесса образования льда и инея на поверхности цилиндра протекает менее интенсивно, чем на поверхности пластины.

В остальном, численным анализом на базе критериальных параметров κ и μ для цилиндра выявлены те же закономерности процесса, что и для пластины, причем для цилиндра зависимости по толщине слоя субстанций от данных параметров выражены более слабо по сравнению с пластиной.

Сравнение с экспериментальными данными

На рис. 3 в графическом виде представлены результаты экспериментов по замеру толщины слоя инея на теплообменных поверхностях труб воздухохладителей в зависимости от времени Руцция (Ruccia F. E.) и Мора (Mohr C. M.), Хосода (Hosoda T.) и Узухаши (Uzuhachi H.), Шнайдера (Schneider H. W.) [2], полученные ими в условиях температурного напора $\vartheta = 7 \div 8 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и $\vartheta = 18 \text{ }^{\circ}\text{C}$ при относительной влажности воздуха $\varphi = 0,74 \div 0,88$.

Сравнение полученных исследователями результатов опытов (рис. 3) с рассчитанными на базе предложенной в работе модели показывает, что теоретические результаты (рис. 2) по толщине слоя инея численно превышают опытные значения этих величин: толщина слоя инея опытная $v \approx 3 \div 4,5 \text{ мм}$ (рис. 3), теоретическая $z = 7,86 \div 11,12 \text{ мм}$ (см. таблицу).

Расхождение теоретических результатов по сравнению с опытными данными обусловлено, с одной стороны, тем, что при проведении эксперимента из-за обтекания воздушным потоком льда и инея, имеющего место наряду с консолидирующими процессами формирования данных структур со стороны холодной стенки в условиях конвективного переноса влаги, в этих средах развиваются и встречные (не учитываемые предложенной моделью) деструктивные процессы испарения и конденсации влаги, замедляющие процесс льдо- и инеообразования. С другой стороны, превышение теоретических данных над экспериментальными объясняется и выбранными допущениями при схематизации исходной модели теплопереноса: соглашением

о стационарном (по типу протекания) процессе теплопроводности, идеализированными по характеру переноса тепла граничными условиями I рода, допущением о постоянстве плотности рассматриваемых сред, обеспечении необходимой концентрации водяных паров в воздушной среде, особенно вблизи границы «лед–иней» и др. Эти допущения в целом обусловливают большую величину теоретических данных по сравнению с результатами опытов по интенсивности протекания процесса льдо- и инеесобразования.

Имеющиеся в литературе данные по динамике нарастания слоя льда [3], полученные в условиях обтекания охлаждаемой поверхности водой, а не воздухом, и свидетельствующие о сравнительно высоком темпе динамики роста толщины льда, не могут быть использованы для сравнения этих данных с полученными в работе.

Заключение

Предложена зависящая от трех критериальных параметров тепло- и массообмена физико-математическая модель формирования пространственной структуры льда

и инея на хладообразующих поверхностях различного типа. На базе данной модели численным путем для бесконечных пластины и цилиндра исследована параметрическая зависимость толщины слоев льда и инея.

Список литературы

1. Семенов Е. В., Бабакин Б. С., Воронин М. И., Коростылев В. Н. Моделирование процесса генерации льда и инея на поверхности воздухоохладителя // Вестник MAX. 2009. № 4*.
2. Иванова В. С. Нарастание инея в зависимости от условий эксплуатации воздухоохладителей // Холодильная техника. 1978. № 9.
3. Ржевская Б. Б., Степанов Л. А., Фомин Н. В. Исследование намораживания тонких слоев льда в аппаратах непрерывного действия // Холодильная техника. 1973. № 5.

* В данном номере журнала допущена опечатка: в соавторах вместо фамилии Коростылев В. Н. указана фамилия Ласаро Морехон.