

Определение параметров контактного взаимодействия поверхностей трения механических узлов криогенных систем

Д-р техн. наук А. В. ЦЫГАНКОВ

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

Канд. техн. наук И. А. ЦЫГАНКОВА

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В. О., 39

A method of statistically calculating contact interaction parameters of rough friction surfaces is presented. Within the limits of each contact area these surfaces are approximated as ellipsoids, main curvature radii of the latter being determined by simulation data of two dimensional anisotropic stochastic fields. The calculated results of the parametric research for a plate bearing are produced.

Key words: contact interaction, roughness, Hertz hypothesis.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, шероховатость, гипотеза Герца.

При сухом режиме трения, типичном для механических узлов криогенных систем, тепловыделение и износ в узлах трения определяются кинематическими характеристиками и параметрами контактного взаимодействия поверхностей. Размер, форма и положение пятен контакта зависят от геометрии контактирующих поверхностей, величины их взаимного сближения и механических характеристик контактирующих материалов.

Поверхности трения $\xi_1(x, z)$ и $\xi_2(x, z)$, как показано в [1], могут быть представлены в виде гауссовых однородных анизотропных скалярных случайных полей. Параметры, характеризующие контактное взаимодействие этих полей, также являются случайными величинами. В качестве таких параметров будем рассматривать коэффициенты

$$S = \frac{S_\Sigma}{S_0}, \quad V = \frac{V_\Sigma}{S_0}, \quad F = \frac{F_\Sigma}{S_0},$$

где S_Σ — суммарная площадь пятен контакта на поверхности трения площадью S_0 ;

V_Σ — общий геометрический объем материала деталей в зонах контакта;

F_Σ — сила контактного взаимодействия на площади S_0 .

Приведенные коэффициенты определяются по результатам статистического моделирования контактного взаимодействия поверхностей, $\xi_1(x, z)$ и $\xi_2(x, z)$.

Статистическое моделирование проводится по следующей схеме. Формируются N независимых реализаций полей ξ_1 и ξ_2 , для каждой пары полей вычисляются коэффициенты S_k , V_k , F_k ($k = 1, 2, \dots, N$) при различных значениях номинального зазора между $\xi_1(x, z)$ и $\xi_2(x, z)$. Затем вычисляются средние значения коэффициентов, а при необходимости — статистические характеристики сформированных выборок.

Рассмотрим алгоритм вычисления коэффициентов. Пусть поверхности трения представляют собой прямоугольные площадки размером $S_0 = L_x \times L_z$. Значения L_x и L_z выбираем таким образом, чтобы они были существенно больше интервалов корреляции полей в соответствующих направлениях. На контактирующие поверхности наложим равномерную сетку:

$$x = j \cdot \Delta x, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad \Delta x = \frac{L_x}{m - 1};$$

$$z = i \cdot \Delta z, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \Delta z = \frac{L_z}{n - 1}.$$

Сформируем прямоугольные матрицы Y_1 и Y_2 размером $m \times n$, элементами которых являются ординаты полей $\xi_1(x, z)$, $\xi_2(x, z)$ в узловых точках, и бинарную матрицу Y того же размера, элементы которой принимают значения, равные единице при контакте поверхностей и нулю во всех остальных случаях, т. е.

$$y(i, j) = \begin{cases} 0, & h(i, j) > 0; \\ 1, & h(i, j) \leq 0, \end{cases}$$

где $h(i, j) = h_0 - y_1(i, j) + y_2(i, j)$ — расстояние между поверхностями в узлах сетки, здесь h_0 — номинальный зазор.

Искомые значения коэффициентов S_k, V_k при фиксированном значении номинального зазора h_0 вычисляем по формулам

$$S_k = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n y(i, j); \quad (1)$$

$$V_k = -\frac{1}{mn} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n y(i, j)h(i, j).$$

Для определения напряжений, действующих в зонах контакта поверхностей, примем ряд допущений, позволяющих свести задачу к модели, основанной на положениях теории упругости. Будем полагать, что материал деталей в зонах контакта однородный и его механические характеристики соответствуют характеристикам, получаемым при испытаниях макрообразцов. Примем, что в пределах каждого пятна контакта поверхности аппроксимируются эллипсоидами, имеющими в точке начального контакта главные радиусы кривизны ρ_{x1}, ρ_{z1} и ρ_{x2}, ρ_{z2} (рис. 1), которые существенно больше размеров контактной площадки. В этом случае площадка контакта представляет собой эллипс; нормальные контактные напряжения на ее поверхности, согласно гипотезе Герца, изменяются по закону полуэллипса. Тогда сила контактного взаимодействия F_n и максимальное контактное напряжение σ_{\max} на каждой площадке определяются из решения задачи Герца [2]:

$$F_n = \frac{E_{\text{пп}}}{\rho_{\text{пп}}} \left(\frac{S}{\pi\alpha\beta} \right)^{3/2}; \quad (2)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2\pi\alpha\beta} \sqrt[3]{\frac{F_n E_{\text{пп}}^2}{\rho_{\text{пп}}^2}},$$

где S — площадь локального пятна контакта;

$E_{\text{пп}}$ и $\rho_{\text{пп}}$ — приведенные модуль упругости и радиус кривизны,

$$\rho_{\text{пп}} = \left(\frac{1}{\rho_{x1}} + \frac{1}{\rho_{z1}} + \frac{1}{\rho_{x2}} + \frac{1}{\rho_{z2}} \right)^{-1};$$

$$E_{\text{пп}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1(1 - \mu_2^2) + E_2(1 - \mu_1^2)},$$

здесь E_1, E_2 — модули упругости;

μ_1, μ_2 — коэффициенты Пуассона контактирующих материалов.

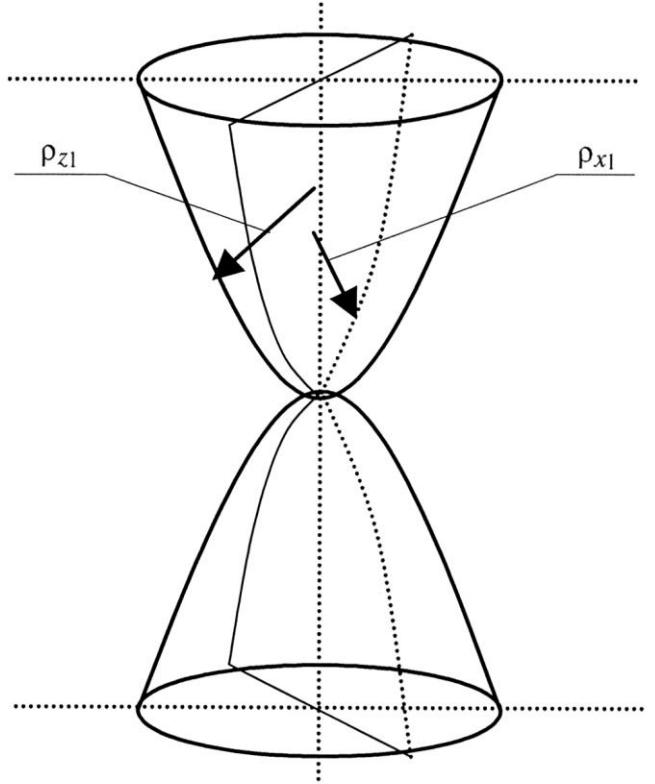


Рис. 1. Схема контакта эллипсоидов

Радиусы считаются положительными, если центр кривизны лежит внутри тела (выпуклая поверхность), и отрицательными, если центр кривизны лежит вне тела (вогнутая поверхность). Теоретические коэффициенты α и β зависят от радиусов кривизны контактирующих поверхностей и определяются по данным, приведенным в [2, 3].

Рассмотрим алгоритм выделения локальных площадок контакта и вычисления на них сил контактного взаимодействия. Под локальной площадкой A_s ($s = 1, \dots, M$) будем понимать непересекающиеся множества ненулевых элементов матрицы Y . Элемент $y(i, j)$ принадлежит множеству A_s , если сумма всех элементов крестообразной (пятиточечной) апертуры больше единицы:

$$y_{i,j} + y_{i+1,j} + y_{i-1,j} + y_{i,j-1} + y_{i,j+1} \geqslant 1. \quad (3)$$

Вначале выделяем площадки, состоящие из одного элемента, для этого в матрице Y выделяем элементы, для которых условие (3) равно единице. Площадь такой площадки $S_s = \Delta x \cdot \Delta z$. Кривизну поверхностей в точке начального контакта вычисляем по формулам

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{\frac{y(i, j+1) - 2y(i, j) + y(i, j-1)}{\Delta x^2}}{\left(1 + \left(\frac{y(i, j+1) - y(i, j-1)}{2\Delta x} \right)^2 \right)^{3/2}}; \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_z} = \frac{y(i+1,j) - 2y(i,j) + y(i-1,j)}{\Delta z^2} \cdot \left(1 + \left(\frac{y(i+1,j) - y(i-1,j)}{2\Delta z} \right)^2 \right)^{3/2}, \quad (5)$$

которые являются разностным аналогом выражения

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{\left(1 + (y')^2 \right)^{3/2}}.$$

После вычисления силы по формуле (2) соответствующие элементы матрицы Y обнуляются.

Алгоритм выделения других контактных пятен сводится к многократному сканированию Y крестообразной апертурой. Если в процессе просмотра матрицы обнаруживается ненулевой элемент, то создается подмножество A_s , в которое включаются этот элемент и все другие элементы, для которых условие (3) больше единицы и хотя бы один из периферийных элементов апертуры уже принадлежит A_s . После завершения сканирования матрицы в подмножестве A_s выделяется элемент, для которого величина $y_1(i,j) - y_2(i,j)$ имеет максимальное значение. Этот элемент считается точкой начального контакта поверхностей. Главные радиусы кривизны поверхностей в этой точке вычисляются по формулам (4) и (5). Площадь локального пятна контакта вычисляется аналогично (1) по формуле

$$S_s = \frac{L_x L_z}{mn} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m [y_0(i,j) \in A_s].$$

После вычисления силы на выделенной площадке по формуле (2) элементы матрицы Y , совпадающие с элементами подмножества A_s , обнуляются, процесс сканирования матрицы Y повторяется начиная с первого ее элемента.

Условием окончания сканирования является отсутствие ненулевых элементов, не включенных в какое-либо из множеств A_s :

$$\sum_{s=1}^M A_s = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_0(i,j).$$

В том случае, если контакт поверхностей является насыщенным пластическим, т. е. на всех локальных пятнах контакта средние напряжения соответствуют пределу текучести материала одной из поверхностей трения, сила F_Σ может быть определена по формуле

$$F_\Sigma = HB \cdot S_\Sigma, \quad (6)$$

где HB — твердость материала по Бринеллю.

Следует отметить, что сила, вычисленная по формуле (6), может рассматриваться только как асимптотическая оценка контактного взаимодействия шероховатых поверхностей.

Результаты расчетов, приведенные ниже, получены на модели, которая представляет собой две стальные ($E_1 = E_2 = 200$ ГПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$) параллельные пластины, каждая размером $L_x = L_z = 10^{-3}$ м. Шероховатость каждой из поверхностей задавалась параметром шероховатости R_a , интервалами корреляции R_{τ_x} , R_{τ_z} и моделировалась в виде гауссовского однородного анизотропного стохастического поля.

На рис. 2 показана зависимость коэффициента площади K_S от отношения номинальной толщины смазочной пленки к средней величине параметров шероховатости обеих поверхностей

$$K_{hR} = \frac{2h_0}{Ra_1 + Ra_2}.$$

При $K_{hR} > 6$ коэффициент K_S стремится к нулю, т. е. контакт между шероховатыми поверхностями практически отсутствует. Таким образом, можно сказать, что для гауссовой шероховатости значение $K_{hR} = 6$ определяет верхнюю границу трения. Положение нижней границы может быть определено из рис. 3, на котором представлен график изменения относительного объема взаимно внедрившегося материала деталей K_V от K_{hR} .

Видно, что при значении коэффициента $K_{hR} = 0,5$ объем материала в контактных зонах близок к общему объему зазора. Таким образом, для абсолютно упругих материалов зазор, соответствующий этому коэффициенту, является минимально возможным.

Каждая точка представленных графиков является результатом усреднения по двадцати модельным решениям, полученным с использованием различных, но статистически идентичных шероховатых поверхностей. Выполненные расчетные исследования показали, что приведенные данные не зависят от интервалов корреляции и анизотропии моделируемых полей. Этот результат можно предвидеть, так как интервалы корреляции оказывают влияние на средний шаг микронеровностей и кривизну профилограмм моделируемых полей при неизменной плотности распределения ординат. Увеличение R_{τ_x} и R_{τ_z} приводит к увеличению размеров контактных пятен в соответствии с одновременным уменьшением плотности их распределения по площади. Это подтверждается результатами, отображенными на рис. 4, где показано количество контактных пятен на модельной площадке в зависимости от K_{hR} при различных интервалах корреляции изотропных шероховатых поверхностей.

На рис. 5 показаны результаты расчета оценки математического ожидания силы контактного взаимодействия стальных статистически эквивалентных изотропных шероховатых поверхностей с параметрами $R_{a1} = R_{a2} = 1$ мкм и $R_{\tau 1} = R_{\tau 2} = 50$ мкм.

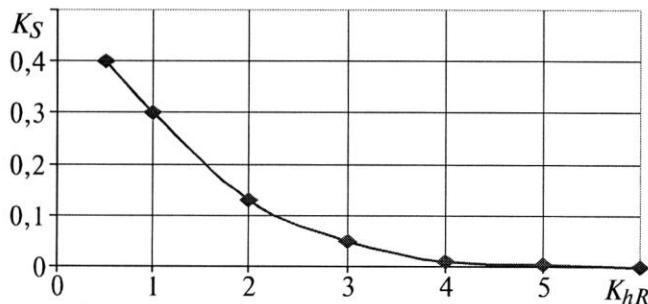


Рис. 2. Зависимость коэффициента площади контакта шероховатых поверхностей от параметра K_{hR}

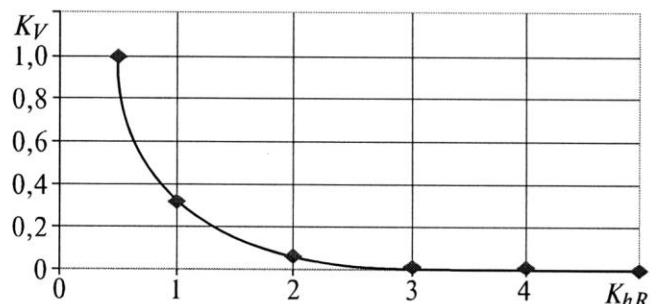


Рис. 3. Зависимость коэффициента объема контакта шероховатых поверхностей от параметра K_{hR}

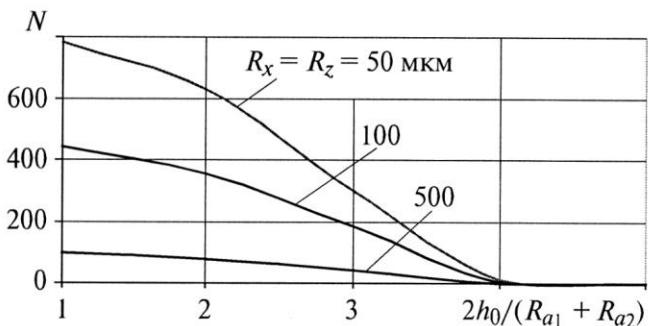


Рис. 4. Количество контактных пятен при различных интервалах корреляции изотропных шероховатых поверхностей

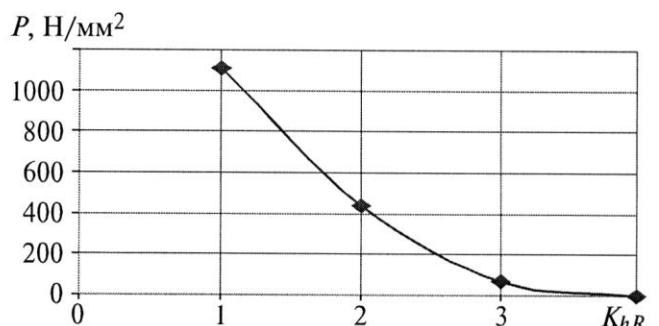


Рис. 5. Зависимость контактного напряжения шероховатых поверхностей от параметра $2h_0/(R_{a1} + R_{a2})$

Среднее контактное напряжение экспоненциально увеличивается при уменьшении зазора между поверхностями и уже при $K_{hR} \approx 2,5$ достигает 200 МПа, что соответствует пределу текучести стали. Очевидно, что пластические деформации, с учетом фактической площади контакта (см. рис. 2), возникают при значительно больших значениях среднего зазора.

Изменение интервалов корреляции или анизотропии моделируемых полей, как показали расчеты, не оказывает заметного влияния на контактную силу, но можно отметить, что увеличение интервалов корреляции приводит к росту среднеквадратичного отклонения оценок математического ожидания силы контактного взаимодействия.

Принятые для расчетных исследований интервалы корреляции в диапазоне $10 \sim 500$ мкм, по данным [4, 5], соответствуют чистовым (отделочным) режимам обработки металлических поверхностей и поверхностям после их приработки под нагрузкой. При таких интервалах корреляции и параметрах шероховатости $R_a = 0,25 \sim 2,5$ мкм, как показали предварительные расчеты, радиусы пятен

контакта в среднем на два порядка меньше радиусов кривизны поверхностей в точках контакта. Это подтверждает возможность использования при расчете силы контактного взаимодействия микронеровностей модели, построенной на основе гипотезы Герца об упругом контакте криволинейных поверхностей.

Список литературы

- Цыганков А. В. Моделирование опорных поверхностей приборов точной механики // Известия вузов. Приборостроение. 2003. № 5.
- Дмитриев В. А. Детали машин. — Л.: Судостроение, 1970.
- Пономарев С. Д., Бидерман В. Л. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. II / Под ред. С. Л. Пономарева. — М.: Машгиз, 1958.
- Анульев В. И. Справочник конструктора машиностроителя. Т. 1. — М.: Машиностроение, 1979.
- Хусу А. П., Витенберг Ю. Р., Пальмов В. А. Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход. — М.: Наука, 1975.