

УДК 66.047.25:664

Математическое моделирование и экспериментальное исследование совмещенных циклов вакуумной сушки термолабильных материалов

Д-р техн. наук Г. В. СЕМЕНОВ, Е. В. БУДАНЦЕВ

Московский государственный университет прикладной биотехнологии

109316, г. Москва, ул. Талалихина, 33

Канд. техн. наук Л. Э. МЕЛАМЕД, канд. техн. наук А. И. ТРОПКИНА

ЗАО «Атомэнергомаш», 109147, г. Москва, Воронцовская ул., 23

Experimental researches of processes of dehydration of thermolabile materials in vacuum in modes of removal of a moisture by evaporation, or sublimation, and also in the conditions of their combination are spent. The mathematical model of consecutive calculation of all stages of such processing of materials in the presence of various phase transitions is developed and tested. The specified analytical decision of a quasistationary problem calculations on which have shown good coincidence to experimental results is received.

Key words: sublimation, heat-mass transfer, thermolabile materials, mathematical simulation.

Ключевые слова: сублимация, тепло- и массообмен, термолабильные материалы, математическое моделирование.

Обеспечение длительных сроков хранения термолабильных материалов путем удаления влаги в вакууме остается одной из лидирующих технологий пищевой и фармацевтической промышленности. В настоящее время получили распространение два способа вакуумного обезвоживания. Первый способ предполагает предварительное замораживание объектов высушивания и последующее удаление замороженной части влаги фазовым переходом «лед–пар» (сублимацией) при давлении 4,58 мм рт. ст. (ниже тройной точки воды). В то же время все большее распространение получает второй способ — вакуумное обезвоживание жидких и пастообразных биообъектов путем испарения влаги при давлении порядка 20–40 мм рт. ст. (2660–5330 Па).

Проведенные нами ранее эксперименты по вакуумному обезвоживанию широкого спектра термолабильных материалов, а также опыт промышленной эксплуатации вакуумных сушильных устройств в различных диапазонах давлений позволили по новому увидеть процесс. Работа проводилась в Московском государственном университете прикладной биотехнологии, в НИИ пищевого белка и экологии. Был сконструирован и изготовлен стенд вакуумной сублимационной сушки СВП-0,36, который позволяет выполнять разноплановые исследования процессов сушки термолабильных материалов, а также осуществлять вакуумную и сублимационную сушку в рамках одного цикла. Объектами сушки были выбраны материалы, обладающие характерными теплофизическими параметрами для широкого спектра жидких и пастообразных материалов, подвергаемых сушке (яблочное пюре, клейковина, рыбный фарш). Смысл этого подхода состоит в совмещении обоих способов удаления влаги (испарение и сублимация) в рамках одного технологического цикла. Такой подход в условиях промышленного производства был достаточно успешно реализован Г. Д. Шабетником, что позволило ему предложить некоторые практически удобные сочетания удаления части влаги испарением с последующей досушкой в режиме сублимации [1]. Эксперименты в этом направлении также проводились в Воронежской государственной технологической академии Г. И. Мосоловым, С. Т. Антип-

овым, С. В. Шаховым. Успешные исследования в области вакуумной сушки были выполнены под руководством В. В. Касаткина. Однако данные результаты и рекомендации при всей их значимости базируются на эмпирическом подходе [2, 3].

Целью данной работы явилась разработка физико-математической модели процессов вакуумного обезвоживания в совмещенных режимах. Структура модели основана на анализе физической картины процесса, полученной в результате проведенных экспериментальных исследований. Эта модель впоследствии может стать инструментом анализа и оптимизации соответствующих процессов.

Нами был рассмотрен технологический процесс вакуумного обезвоживания широкого круга пищевых и лекарственных материалов и полуфабрикатов. Отличительной особенностью процесса является удаление влаги на первом этапе испарением с последующим замораживанием по мере понижения давления и переходом в режим удаления влаги сублимацией. Обозначенным этапам соответствуют и различные условия теплоподвода к объекту обработки. Предлагаемая физико-математическая модель позволяет рассчитать процессы испарения, самозамораживания и сублимационной сушки в рамках одной системы уравнений.

Конкретные условия рассматриваемого нами процесса таковы: вакуумное обезвоживание при давлении 20–30 мм рт. ст. (2500–3500 Па), процесс самозамораживания путем резкого понижения давления до значений температуры продукта порядка минус 10–15 °С и обезвоживание в режиме сублимации при давлении 0,1–0,5 мм рт. ст. (20–60 Па).

Экспериментальное исследование процесса

Эксперименты проводились на стенде СВП-0,36. Данный экспериментальный стенд был спроектирован, запатентован и введен в эксплуатацию в ходе выполнения данной работы (патент РФ № 2357166 от 27.05.2009). Принципиальная схема стенда показана на рис. 1.

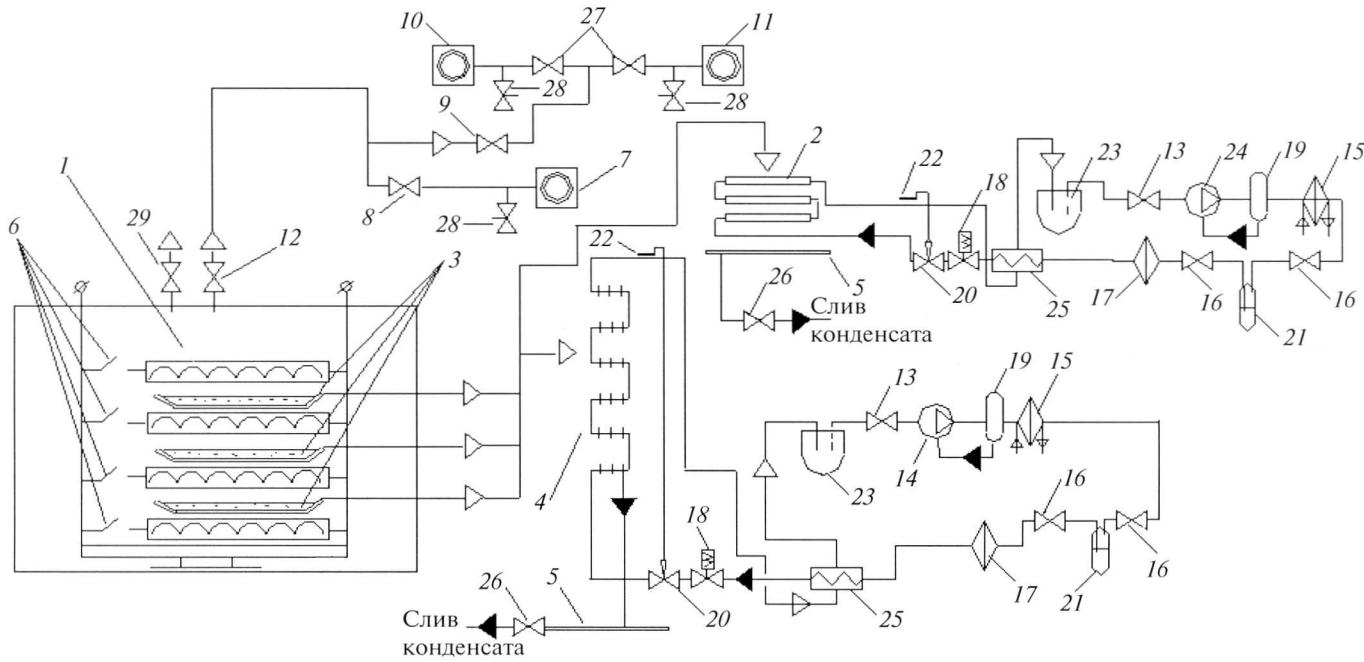


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментального стенда для изучения вакуумной сублимационной сушки:

1 — электронагреватели; 2 — десублиматор; 3 — противни с продуктом; 4 — конденсатор водяных паров «плачущего» типа; 5 — поддоны для конденсата; 6 — тумблеры вкл/выкл нагревателей; 7 — агрегат вакуумный НВМ-5; 8 — вентиль СК26013-020; 9 — вентиль СК26013-010; 10 — агрегат вакуумный 2НВР-5ДМ; 11 — агрегат вакуумный 2НВР-01ДМ; 12 — вентиль СК26013-025; 13, 16, 26 — вентили; 14 — компрессор SC10G; 15 — конденсатор воздушный; 17 — фильтр-осушитель; 18 — соленоидный вентиль; 19 — маслоотделитель; 20 — электронное ТРВ; 21 — ресивер; 22 — термобаллон; 23 — отделятель жидкости; 24 — компрессор SC21CL; 25 — теплообменник; 27 — клапан; 28 — натекатель; 29 — вентиль для девакуумирования камеры

Данный лабораторный комплекс предназначен для изучения процессов вакуумного обезвоживания в широком диапазоне давлений, отработки режимов обезвоживания и замораживания; максимально приближен по своим характеристикам к реальному промышленному оборудованию. Он позволяет проводить как классическую сублимационную сушку, так и сушку вакуумную при давлениях, выше давления тройной точки воды. Кроме того, эти два режима могут быть совмещены в рамках единого цикла сушки, в любых сочетаниях длительности каждого из них. Стенд компактен, удобен в обслуживании, максимально безопасен.

Объектом исследования в эксперименте являлось яблочное пюре. Эксперимент проводился для первого цикла процесса — вакуумного выпаривания материала. Исходная толщина слоя составляла 0,005 м. После вакуумирования до 3000 Па материал вспенивался. Высота пены h составляла 0,025 м. Далее включался энергоподвод, температура нагреваемой поверхности t_n равнялась 50 °C. Через 40 мин выпарилось 40 % массы, что соответствует перемещению границы фазового перехода на величину $y = 0,012$ м (в соответствии с большей пристостью верхнего слоя).

В ходе эксперимента по обезвоживанию яблочного пюре в режиме испарения в вакууме контролировались и регулировались следующие режимные параметры: давление в камере; температура продукта; температура нагревателей; изменение массы продукта; напряжение; сила тока; используемая мощность нагревателя; время; высота столба пены; электроэнергия, затраченная на данном этапе. На рис. 2 даны фотографии исследуемого продукта до начала проведения эксперимента и после обезвоживания в режиме испарения влаги в вакууме.

На рис. 2 наглядно показан каркас, лицевая сторона которого изготовлена из стекла для осуществления визуального контроля. На стекло нанесена шкала контроля толщины слоя пены. После проведения эксперимента толщина слоя материала уменьшилась на 0,012 м.

Физико-математическая модель процесса

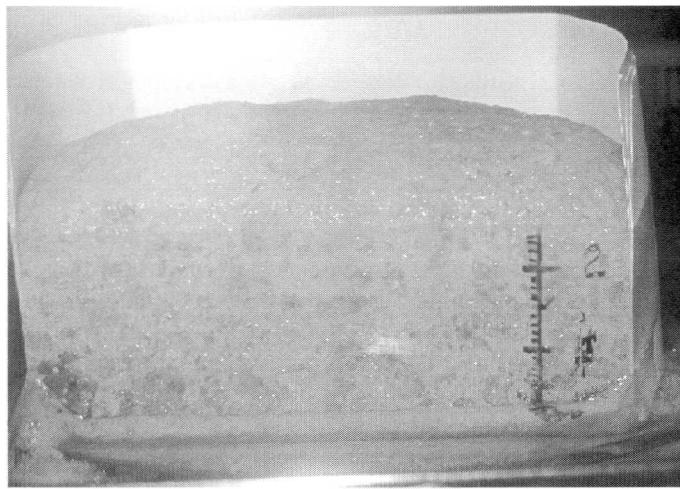
Обрабатываемый материал представляет собой слой, либо находящийся на греющем поддоне, либо заключенный в какие-либо емкости (флаконы, ампулы и т. п.), расположенные на поддоне. Схема, включающая материал и пространство над ним, а также условный ход температур, изображена на рис. 3.

На схеме показано вертикальное сечение. Материал или емкости располагаются обычно на горизонтальной греющей поверхности, однако изображенная на схеме плоскость повернута на 90° по часовой стрелке. Ось x , начинающаяся на левой границе, направлена вправо. Таким образом, исходный слой материала толщиной h на схеме расположен вертикально, слева от него — греющая поверхность, справа — паровое пространство (индекс 3).

Вертикальная пунктирная линия обозначает границу фазового перехода, движущуюся влево; ее начальное положение совпадает с прямой $x = h$. Граница фазового перехода делит исходный слой на два; слева — еще не измененный исходный материал, свойства которого обозначаются индексом 1; правее — измененный, подвергнувшийся фазовому превращению материал (каркас), свойства которого обозначаются индексом 2.

Толщина измененного слоя обозначена $\xi(\tau)$ и является искомой функцией времени, меняющейся от нуля (при $\tau = 0$) до h .

а



б

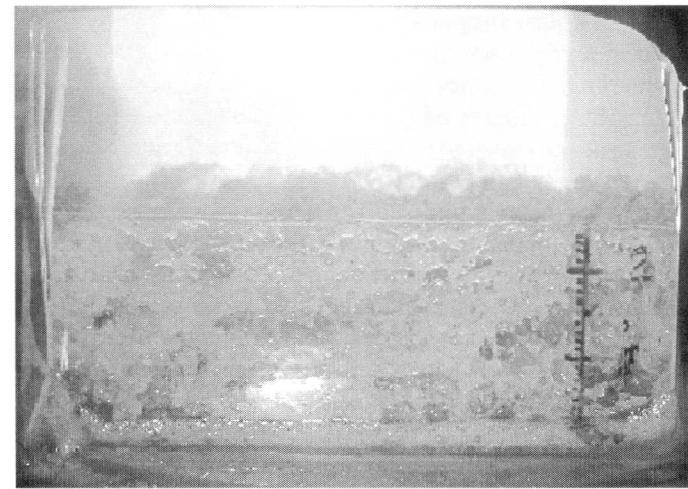


Рис. 2. Исследуемый продукт: а — до сушки; б — после сушки

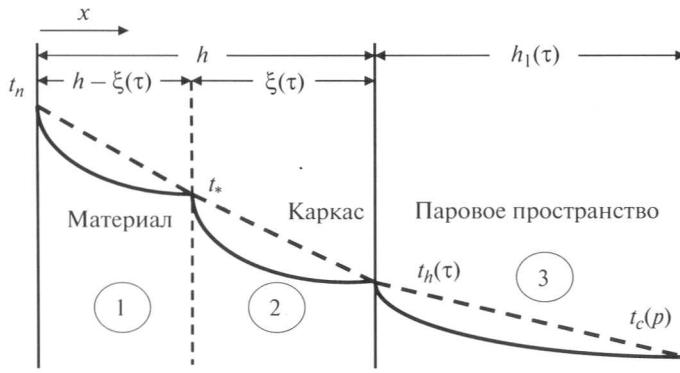


Рис. 3. Плоское сечение материала и парового пространства

На схеме изображено (условно) распределение температуры; сплошные линии соответствуют полностью нестационарному процессу, пунктирные — квазистационарному.

Математическая модель процесса сублимационной сушки термолабильного материала заключается в применении к процессу основных закономерностей теплопередачи и массообмена с учетом фазовых превращений. Расчеты по модели должны позволить не только получить количественные характеристики рассматриваемых процессов, но и провести сравнительный анализ процессов при различных величинах внешних воздействий.

Математическая модель в общем случае включает следующие условия.

1. Уравнение теплопроводности (с учетом конвекции и тепловыделения)

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \Delta T \right) = \nabla (k \nabla T) + Q,$$

где ρ — плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$;

C_p — теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$;

T — температура, $^\circ\text{C}$;

t — время, с;

\bar{u} — скорость, $\text{м}/\text{с}$;

k — теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$;

Q — мощность объемного тепловыделения, $\text{Вт}/\text{м}^3$.

2. Уравнение диффузии пара

$$\varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla (D \nabla c),$$

где ε — пористость материала;

D — коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$;

c — концентрация пара, $\text{моль}/\text{м}^3$.

3. Условие на подвижной границе фазового перехода (испарения или сублимации):

$$L \rho \frac{d\xi}{d\tau} = \lambda_1 \langle \text{grad } T \rangle_{\xi=0} - \lambda_2 \langle \text{grad } T \rangle_{\xi=0} + \varepsilon \sigma (T_{amb}^4 - T^4),$$

где L — скрытая теплота сублимации, $\text{Дж}/\text{кг}$;

$$\frac{d\xi}{d\tau} = V — скорость движения границы, $\text{м}/\text{с}$;$$

ε — степень черноты;

σ — постоянная Стефана—Больцмана,

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4);$$

T_{amb} — температура внешней среды, К .

Таким образом, скорость V движения границы фазового перехода вычисляется исходя из теплового баланса на этой границе и с учетом возможного нагрева ее излучением.

4. Условие на подвижной границе для уравнения диффузии. Скорость V определяет поток сублимационного пара N_v , $\text{моль}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, отходящего от подвижной границы, в виде

$$-\vec{n} N_v = \frac{\rho_v - \rho_{ice}}{M_v} V,$$

где \vec{n} — единичный вектор внешней нормали;

M_v — молекулярный вес водяного пара, $M_v = 0,018 \text{ кг}/\text{моль}$.

Уравнения дополняются и другими (начальными и граничными) условиями.

Концентрация водяного пара на границе фазового перехода (при термодинамическом равновесии)

$$c = \frac{P_v}{RT},$$

где P_v — парциальное давление пара, Па ;

R — газовая постоянная, $R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$;

T — температура, К .

Зависимость давления от температуры имеет вид

$$\ln P_v = 9,55 - 5723T^{-1} + 3,53 \lg T - 0,00728T.$$

Задача в такой постановке может быть решена при помощи компьютерной расчетной программы "Comsol". Последовательное применение предложенных систем уравнений позволяет рассчитать длительность каждого этапа общего цикла обезвоживания. В общем случае может возникнуть необходимость расчета задачи с двумя или несколькими различными материалами, тогда в модель будет необходимо ввести дополнительные уравнения теплопроводности (при необходимости — диффузии). Столько же дополнительных зон будет нужно добавить и в геометрическую расчетную схему модели.

Некоторые из слоев (фаз) в начальный момент могут отсутствовать, тогда их задание в расчетной компьютерной системе становится невозможным. Свойства новой фазы компьютерная программа автоматически ассоциирует со свойствами той области, которая расширяется и в которой расположена подвижная расчетная сетка. Так, при расчете в программе "Comsol" сублимированное пространство присоединяется к паровому и обладает его свойствами. Возникновение на этом же пространстве нового материала с иными свойствами учесть невозможно.

Для устранения данной проблемы мы предлагаем аналитический метод задания свойств. Метод состоит в задании ступенчатых свойств материалов в пределах *одного слоя*. Тогда этот слой, формально (геометрически) оставаясь одним, фактически будет состоять из двух или более различных материалов. Приведем пример сферы применения данного метода. Рассмотрим влияние сухого каркаса сублимированного или иным образом осущененного материала. При обработке биоматериалов он возникает только после начала процесса. Водяной пар при сублимации сначала проходит через поры осущенного каркаса и только потом выходит в свободное пространство. Гидравлическое сопротивление каркаса, если он полностью сохраняется, или сопротивление осыпавшегося слоя, если каркас разрушается и осыпается, оказывает влияние на коэффициент диффузии, величину давления на границе фазового перехода и на скорость движения границы. Предлагаемый метод позволяет учесть наличие каркаса математическими средствами, без задания его геометрического образа, просто введением одновременно коэффициента диффузии каркаса и пара D с помощью ступенчатой функции χ :

$$\frac{D - D_{\kappa}}{D_v - D_{\kappa}} = \chi(z, z_0),$$

где D_{κ} — коэффициент диффузии каркаса, $\text{м}^2/\text{с}$;

D_v — коэффициент диффузии пара, $\text{м}^2/\text{с}$;

z_0 — координата «ступеньки», $z_0 = z_0(t)$, м.

Характеристическая функция χ , равная нулю при $z < z_0$ в пределах каркаса и единице при $z > z_0$ выше каркаса, при численном расчете должна быть слаженной. Такая функция может быть задана

$$\chi(z, z_0) = 2^{-e^{-a(z/z_0 - 1)}}.$$

Указанное выражение представляет собой единичную ступенчатую функцию при $z = z_0$, величина a определяет интервал слаживания. Теплопроводность и плотность задаются аналогичным ступенчатым образом. В общем, не одномерном случае вводится характеристическая

функция f области Ω , ограниченной подвижной границей фазового перехода, равная единице внутри этой области и нулю вне ее.

Данная методика была применена к анализу процесса сублимационной сушки лекарственных препаратов в [4].

Модель квазистационарного процесса

Изложенная выше постановка задачи базируется на основных физических законах переноса тепла и массы, сформулированных в форме уравнений в частных производных. Решение системы таких уравнений совместно с поиском неизвестного закона движения границы фазовых превращений представляет собой сложную задачу. Особенно трудным является создание двумерной и трехмерной подвижной, деформирующейся конечно-элементной сетки. Очень немногие из современных программных комплексов (например, "Comsol") могут обеспечить эти условия.

Поэтому, наряду с постановкой задачи, приведенной выше и рассчитанной на компьютерное решение, заслуживает рассмотрения и приближенная постановка этой же задачи. Необходимо учитывать следующие обстоятельства:

- достаточно большая длительность рассматриваемых процессов приводит к их квазистационарности;

- используемые нами исходные данные (теплофизические свойства и т. п.) реальных биологических материалов обладают большим разбросом значений. Точность решения задачи не может превысить точности задания исходных данных;

- приближенное полуаналитическое или аналитическое решение, как правило, является более наглядным и дает возможность напрямую проследить влияние всех участвующих в расчете физических и геометрических параметров на результат;

- приближенная постановка задачи позволяет заменить систему уравнений в частных производных системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которая проще решается на компьютере, а в ряде случаев допускает и аналитическое решение.

Для перехода от уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям в работе предложено использовать метод прямых. Он был предложен М. Г. Слободянским и состоит в замене производных по одной из независимых переменных конечно-разностями. Данный метод применялся одним из авторов при решении нелинейных задач теплопроводности [5, 6]. В нашем случае (при поиске закона движения подвижной границы фазового перехода) конечно-разностями заменяются производные по координате.

Поставленная ранее задача сводится данным методом к системе двух или нескольких обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая система может быть решена численно с применением любого стандартного пакета математических программ, например пакета Matlab. В нашем случае, как будет показано далее, можно получить и аналитическое решение.

Приведем приближенную квазистационарную постановку задачи для системы, показанной на рис. 3.

Тепловой баланс в материале с учетом фазового перехода, но без конвекции, принимает вид

$$\lambda_1 \frac{t_n - t_*}{h - \xi(\tau)} - c_1 \rho_1 \frac{d}{d\tau} \left[(h - \xi(\tau)) \frac{t_n + t_*}{2} \right] - L \rho_1 \frac{d\xi}{d\tau} - c_2 \rho_2 \frac{d}{d\tau} \left[\xi(\tau) \frac{t_c + t_*}{2} \right] - Q_{\text{вн}} = \lambda_2 \frac{t_* - t_h(\tau)}{\xi(\tau)},$$

где $Q_{\text{вн}}$ — внутренний объемный сток тепла, связанный с выпариванием или самозамораживанием.

Следует заметить, что такая запись опирается на метод прямых и впервые в этом методе вводятся переменные толщины слоя объекта сушки под знак производной по времени. Это позволяет точнее учитывать тепловой баланс, а именно теплоемкостный вклад слоев, и дает более точное решение для закона движения границы. Данное преимущество сильнее всего проявится при расчетах материалов с большой теплоемкостью.

Тепловой баланс в каркасе представляется в следующем виде:

$$\lambda_2 \frac{t_* - t_h(\tau)}{\xi(\tau)} - c_2 \rho_2 \frac{d}{d\tau} \left[\xi(\tau) \frac{t_* + t_h(\tau)}{2} \right] = \lambda_3 \frac{t_h(\tau) - t_c(p)}{h_1(\tau)}.$$

Неизвестными являются закон движения границы и температура $t_h(\tau)$ на стыке каркаса и внешнего пространства.

Массовый баланс в каркасе будет таким:

$$\frac{\rho_v - \rho_1}{M_v} \frac{d\xi}{d\tau} = D_2 \frac{c_* - c_h(\tau)}{\xi(\tau)} - \frac{d}{d\tau} \left[\xi(\tau) \frac{c_* + c_h(\tau)}{2} \right],$$

а поток массы через паровое пространство к его внешней границе

$$D_2 \frac{c_1 - c_h(\tau)}{\xi(\tau)} = D_3 \frac{c_h(\tau) - c_c(t_c(P))}{h_1(\tau)},$$

где c_* и c_c определяются соответствующими значениями давления и температуры.

Если свойства каркаса совпадают со свойствами пены, то

$$\lambda_1 \frac{t_n - t_*}{\xi(\tau)} - c_1 \rho_1 \frac{d}{d\tau} \left[\xi(\tau) \frac{t_n + t_*}{2} \right] - L \rho_1 \frac{d\xi}{d\tau} - Q_{\text{вн}} = \lambda_3 \frac{t_* - t_c(p)}{h_1(\tau) + h - \xi(\tau)}.$$

В данном случае на поверхности использовано температурное граничное условие I рода. Для задания граничных условий II или III рода достаточно к рассматриваемой системе уравнений присоединить уравнение

$$\lambda \frac{t_n - t_*}{h - \xi(\tau)} + \alpha(t_n - t_{cp}) = q,$$

где α — коэффициент теплоотдачи;

q — внешний тепловой поток.

При этом величина t_n становится искомой.

Аналитическое решение квазистационарной задачи

Рассмотренная выше постановка тепловой задачи имеет аналитическое решение. Приведем это решение, соответствующее первой стадии обработки — процессу вакуумной сушки (выпаривания). В этом случае $t_h(\tau) = t_c(p)$,

соответственно задача нахождения закона движения границы выпаривания сводится к уравнению (1) без внутреннего объемного источника тепла. Положение о преимущественном удалении влаги с внутреннего фронта фазового перехода и условном продвижении зоны испарения вглубь принято на основе оценок влажности исследуемых материалов в зависимости от глубины и времени.

Введем некоторые обозначения. Пусть

$$t_1 = \frac{t_n + t_*}{2}, \quad t_2 = \frac{t_c + t_*}{2}$$

— средние температуры слоев $n_1 = \lambda_1(t_n - t_*)$, $n_2 = \lambda_2(t_* - t_c)$, $n_3 = c_1 \rho_1 t_1 - c_2 \rho_2 t_2 - L \rho_1$.

При этом уравнение (1) приобретет вид

$$(h - \xi) \xi \xi' + \frac{n_1 + n_2}{n_3} \xi = \frac{n_2}{n_3} h.$$

Используя общепринятые математические обозначения, получаем задачу Коши для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения

$$(a - y) y y' + b y = c, \quad y(0) = 0,$$

$$\text{где } a = h; b = \frac{n_1 + n_2}{n_3}; c = \frac{n_2}{n_3} h.$$

Ее решение имеет вид

$$\frac{y^2}{2b} + \frac{y(c - ab)}{b^2} + \frac{\ln \left(1 - \frac{by}{c} \right) (c^2 - abc)}{b^3} = \tau. \quad (2)$$

Данное алгебраическое решение удобно для расчетов и, благодаря его неявной форме, сразу же определяет полное время процесса τ_* , когда $y(\tau_*) = h$.

Аналогичным образом, но при изменении некоторых членов исходного уравнения, могут быть получены аналитические решения для двух других стадий технологического цикла.

Следует заметить, что задача в полной постановке включает в себя и уравнение диффузии через «осушенный» слой, причем температура фазового перехода t_* и температура внешней поверхности t_c зависят от давления. Однако в предположении сходимости процесса эти уравнения (теплопроводности и диффузии) можно решать последовательно, одно за другим, разделив время процесса на несколько частей и учитывая каждый раз результаты предыдущей итерации. В условиях рассматриваемого нами процесса влияние диффузии на давление и через него на температуру мало, поэтому им можно пренебречь, поскольку перепад давлений в пенных слоях небольшой толщины (порядка нескольких сантиметров), как это указано в [7], практически отсутствует.

Сравнение аналитического решения с результатами экспериментов

Рассмотрим результаты экспериментов для первого цикла процесса — вакуумного выпаривания материала (в данном случае яблочного пюре). Подобный процесс обычно рассматривают на основе объемного поглощения материалом теплоты парообразования, без выделения явной границы фазового перехода, но эта теплота поглощается по высоте материала (структурированного или пенообразного, не позволяющего происходить конвекции) неравномерно. В одной части материала процесс происходит более интенсивно, в другой — менее. Заслуживает рассмотрения предположение о том, что в интенсивной

области имеет место условная граница фазового перехода, определяемая по доле испаренного вещества. Далее будет показано, что подобное предположение позволяет провести расчет процесса, не отклоняясь от общей, приведенной выше расчетной схемы.

Приведем результаты эксперимента. Исходная высота материала составляет 0,005 м. После подачи вакуума материал вспенился. Высота пены $h = 0,025$ м. Через 40 мин процесса ($\tau = 2400$ с) выпарилось 40 % массы, что соответствует перемещению границы фазового перехода на величину $y = 0,012$ м (в соответствии с большей пористостью верхнего слоя). Температура нагреваемой поверхности $t_n = 50^\circ\text{C}$, температура внешней поверхности $t_c = 23^\circ\text{C}$ (температура термодинамического равновесия жидкость–пар, соответствующая давлению в камере в 3000 Па), она же температура фазового перехода $t_* = 23^\circ\text{C}$. Поскольку, как отмечено выше, перепад давления в тонком слое пены практически отсутствует, не меняется и температура фазовой границы, т. е. сохраняется равенство $t_c = t_*$.

В эксперименте исходный слой материала толщиной в 5 мм при понижении давления до 3000 Па вспенился, увеличившись по высоте в пять раз. Следовательно, его средняя пористость составляет 0,8. При этом слой материала, близкие ко дну, вспенивались меньше, чем верхние. Поэтому можно принять, что пористость верхних слоев ε (с которых начинается выпаривание) равна 0,9, т. е. объемная доля вещества в пene $\tilde{\varepsilon} = 1 - \varepsilon = 0,1$. Это полностью коррелируется с данными работы [см. 7, табл. 4.1], из которых следует, что минимальная рассматриваемая кратность пены равна 10, а объемная доля вещества в пene $\tilde{\varepsilon}$ обратна кратности.

Поскольку мы рассматриваем процесс во вспененном материале и все высоты слоев (экспериментальные и расчетные) соответствуют этому состоянию (с многократно увеличенным объемом), мы обязаны учитывать его в расчетах, прежде всего в величинах плотности. Таким образом, расчетная плотность $\tilde{\rho}_i = \rho_i \tilde{\varepsilon}$.

Теплофизические свойства материала в разных состояниях приведены в таблице.

Сравним решение, выполненное по формуле (2), с результатами эксперимента.

Имеем $n_2 = c = 0$, $a = h$, тогда решение принимает упрощенный вид

$$\frac{y^2}{2b} + \frac{hy}{b} = \tau,$$

откуда $y = h - \sqrt{h^2 + 2b\tau}$.

Далее получаем

$$n_1 = \lambda_1(t_n - t_*) = 1,87(50 - 23) = 50,5 \text{ Вт/м.}$$

В выражении для n_3 два слагаемых, содержащих теплопроводность, имеют величину на несколько порядков меньше, чем третье. Поэтому ими можно пренебречь, тогда имеем

$$n_3 = -L\rho_1\tilde{\varepsilon} = -2,47 \cdot 10^6 \cdot 980 \cdot 0,1 = -2,42 \cdot 10^8 \text{ Дж/м}^3;$$

далее

$$b = \frac{n_1}{n_3} = \frac{50,5}{-2,42 \cdot 10^8} = -2,01 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

наконец,

$$y = h - \sqrt{h^2 + 2b\tau} = \\ = 0,025 - \sqrt{0,025^2 - 2,01 \cdot 10^{-7} \cdot 2400} = 0,013 \text{ м.}$$

Этот результат отличается от экспериментального ($y = 0,012$ м) менее чем на 8 %, что является вполне удовлетворительным. Учитывая, что нами рассмотрена конечная точка процесса, можно считать, что промежуточные точки не дадут большую погрешность.

Рассмотренный пример касается только стадии испарения в вакууме. Предложенный подход позволяет также оценить длительность этапа самозамораживания и этапа вакуумной сублимационной сушки. В этих двух оставшихся этапах координата y будет соответствовать продвижению фронта замораживания и фронта фазового перехода лед–пар.

Заключение

В работе описаны эксперименты и рассмотрены некоторые результаты исследования совмещенного цикла обработки (сублимационной сушки) термолабильных материалов. Приведена математическая модель процессов данного цикла, основанная на системе уравнений в частных производных; затем эта модель преобразована (методом прямых) в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом преобразовании внесены изменения, позволившие точнее учесть переменность толщины слоев материала при фазовых превращениях. Получено уточненное аналитическое решение задачи теплопроводности плоского слоя с подвижной внутренней границей фазового перехода при квазистационарном режиме. Приведено сравнение решения с результатами экспериментов по одному из этапов обработки термолабильных материалов – вакуумному выпариванию.

Теплофизические свойства материала

Параметр	Исходный материал	Выпарено 50 % влаги	Выпарено 100 % влаги
Теплопроводность, Вт/(м · К)	1,87	0,87	0,04
Теплоемкость, Дж/(кг · К)	0,85	0,45	0,12
Плотность, кг/м ³	980	510	80
Теплота испарения, кДж/кг	2466	2466	2466

Предлагаемые подходы и методы могут быть также использованы для расчета и анализа процессов обработки материалов в других отраслях промышленности.

Список литературы

1. Шабетник Г. Д. Холодная вакуумная сушка жидкоквазких материалов // Холодильная техника. 1999. № 7.
2. Антипов С. Т., Мосолов Г. И., Сидоров М. Н. Исследование процесса сублимационного обезвоживания жидкоквазких материалов с многократным использованием теплоты фазовых переходов // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. «Прогрессивные технологии и оборудование для пищевой промышленности». — Воронеж, 1997.
3. Сублимационная сушка жидкоквазких термолабильных продуктов пищевого назначения. Технология и оборудо-

ование с комбинированным энергоподводом / В. В. Касаткин, Н. Ю. Литвинюк, В. В. Фокин, В. В. Касаткина и др. — Ижевск: РИО ИжГСХА, 2004.

4. Семенов Г. В., Булкин М. С., Меламед Л. Э., Тропкина А. И. Тепломассообмен в промышленных процессах вакуумного сублимационного обезвоживания с учетом условий контактирования // Вестник МАХ. 2010. № 2.
5. Меламед Л. Э. Об использовании метода прямых для решения нелинейного уравнения теплопроводности // Физика и химия обработки материалов. 1968. № 6.
6. Меламед Л. Э., Отто М. Ш. К вопросу о сублимации пластины, лежащей на полупространстве // Теплофизика высоких температур. 1968. № 3.
7. Кругляков П. М., Ексерова Д. Р. Пена и пенные пленки. — М.: Химия, 1990.