

УДК 66.0

# Определение эффективных тепло-гидродинамических свойств неоднородных пористых и биоматериалов на основе фрагментационного анализа\*

Д-р техн. наук Г. В. СЕМЕНОВ, А. А. МАКСИМОВ

Московский государственный университет пищевых производств  
125080, Москва, Волоколамское шоссе, 11

Канд. техн. наук Л. Э. МЕЛАМЕД, канд. техн. наук А. И. ТРОПКИНА

ЗАО «Атомэнергомаш»

125130, г. Москва, ул. Клары Цеткин, 33, корп. 41

*It is presented the procedure of determination of the efficient heat and hydrodynamic properties of nonhomogeneous porous and bio materials with the help of fragmentation analysis method. The method is based on computer calculation of the extracted (with the help of the proposed procedure) structure fragment. Meanwhile all real physical processes are taken into account in corpore. The example of determination of the efficient heat conductivity of nonhomogeneous bio materials with the structure of ordered fluid and semifluid component mixture subject to convection is presented.*

**Keywords:** non-uniformly porous materials, effective heat physical properties, fragmentation analysis.

**Ключевые слова:** неоднородные пористые материалы, эффективные теплофизические свойства, фрагментационный анализ.

## Введение

Тепло-гидродинамические расчеты неоднородных материалов (пористых, композиционных, биоматериалов и т. п.) являются сложной задачей. Подобные задачи сопровождаются различного рода упрощениями, которые связаны с применением методов расчета и математического моделирования, изначально разработанных для материалов однородного континуума [1]. Для переноса этих методов на неоднородные материалы требуется получить некоторые усредненные их характеристики, такие как теплопроводность, теплоемкость, плотность, проницаемость, гидродинамическое сопротивление слоев и др.

Для получения указанных характеристик предлагались различные геометрические и математические модели, в той или иной степени приближающиеся к реальному строению материалов. Внутренние неоднородности представлялись в виде шаров, кубов, многогранников, соприкасающихся между собой или разделенных промежуточными слоями. Все эти модели обладают различной степенью сходства с реальной структурой. Однако погрешности такого рассмотрения кроются не столько в форме модели, сколько в большой степени приближенности при ее расчете. Эти расчеты были основаны на представлении системы в виде электрической цепи с сосредоточенными параметрами. Собственно расчет был весьма упрощенным и сводился к объединению нескольких сопротивлений или емкостей в одно целое [2].

Рассматриваемые объекты являются система-

ми с распределенными параметрами и описываются, как известно, системами уравнений в частных производных. В настоящее время в связи с наличием мощных вычислительных компьютерных систем (таких, например, как ANSYS-CFX, Comsol Multiphysics) появилась возможность значительно точнее рассчитывать подобного рода сложные системы, учитывая при этом все действующие физические процессы [3]. Однако такой расчет применительно к рассматриваемым неоднородным системам сдерживается наличием в них огромного количества однотипных элементов. Невозможно точно рассчитать систему, состоящую из миллионов однотипных элементов. В связи с этим возникает необходимость в разработке методики фрагментации, позволяющей рассмотреть всю совокупность проходящих в системе физических процессов на полностью представительной части системы без каких-либо упрощающих предположений.

## Метод фрагментации

Представленный в данной работе метод фрагментации [4] отличается специфическим структурированием расчетной области. Метод является точным, он не связан с какими-либо допущениями. Общей характеристикой предлагаемой методологии является опора на детальный компьютерный расчет представительного фрагмента материала. Нахождение такого фрагмента опирается на детальные компьютерные расчеты, а не на умозрительные деления расчетной области, как это принято в большинстве моделей, рассматриваемых в настоящее время.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), проекты № 10-08-00628 и № 12-08-00043

Данный подход имеет несколько модификаций в зависимости от типа рассматриваемых процессов или явлений. Такие процессы, как сублимация в вакууме, особенно при наличии вспенивания, гомогенизация, замораживание и т.п., требуют различных методов анализа. Эти различия связаны с тем, какие процессы преобладают в данной системе — теплопроводность, конвекция, излучение, наличие и скорость фазовых переходов.

Метод использует повторяемость образующих структуру элементов и позволяет полностью, без упрощений, рассчитать систему. Он позволяет получить расчетным путем усредненные характеристики системы (в частности, неоднородных материалов), что до сих пор осуществлялось лишь экспериментально. Метод дает возможность рассмотреть детальную картину процесса в окрестности каждого элемента структуры. Особенно это важно в случаях, когда в потоке возможны фазовые превращения. Метод основан на математическом моделировании и численных экспериментах.

Рассмотрим методику фрагментации. Она включает следующие этапы:

1. Выделяется и рассчитывается представительная часть всей области (такая ее большая подобласть, которая еще может быть подвергнута расчету имеющимися в настоящее время средствами).

2. Выявляются зоны периодичности результатов, связанные с регулярной структурой рассматриваемой системы.

3. Путем расчетов с постепенным удалением повторяющихся зон определяется такой фрагмент области, в котором результаты уже не имеют регулярного характера. Эта часть и является минимальным фрагментом.

4. Задаются краевые условия, и решается задача на полученном минимальном фрагменте, однократно или итерационно.

5. Результаты для всей области находятся по результатам расчета фрагмента простыми алгебраическими средствами.

Итак, исследуемая область разделяется виртуальными изолирующими перегородками, не меняющими характер течения или температурного поля в системе. Проверка этого проводится на основе анализа расчетных данных.

Критериями возможности отсечения фрагментов являются:

- а) повторяемость рассматриваемой картины (поля скоростей или поля тепловых потоков) вблизи разреза, по обе стороны от него;

- в) неизменность картины полей в оставшейся части при удалении отброшенной;

- с) возможность адекватного автономного расчета оставшейся части.

Рассмотрим в качестве примера анализируемой области трубчатый теплообменник. Данный пример выбран в связи с тем, что результаты по нему можно сравнить с уже имеющимися в литературе [5]. На рис. 1, а показана исходная

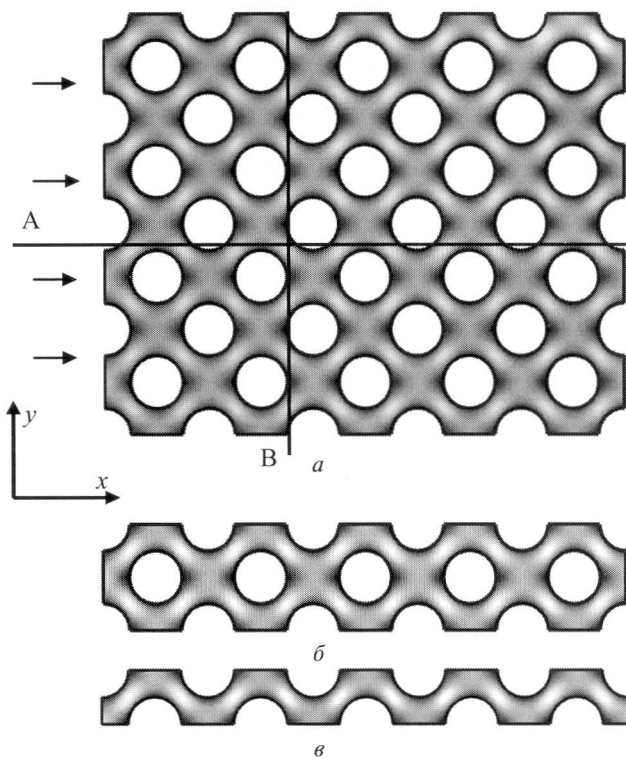


Рис. 1. Расчетные области: а — исходная область; б — фрагмент Ф1; в — фрагмент Ф2; (стрелками показаны направления течения потока)

расчетная область (поперечное сечение). Трубки диаметром 2 мм расположены в симметричном шахматном порядке с шагом 2 мм по горизонтали и по вертикали. По ним течет горячая жидкость. Через систему слева направо прокачивается воздух со средней скоростью 1 м/с. Рассчитываются двумерные поля скоростей, давлений и температур в поперечном сечении теплообменника. Затем показаны поля скоростей — скорости увеличиваются от темной области к светлой. Размеры исходной области выбраны так, чтобы она включала достаточное количество элементов структуры и в то же время могла бы быть подвергнута полному расчету.

В сечениях входа задается ламинарный профиль скоростей. В сечениях выхода задается нулевое статическое давление. На поверхностях трубок — условия прилипания. Решается задача для уравнения Навье–Стокса с использованием программного комплекса Comsol Multiphysics v. 3.5a. Решение показывает, что поле скоростей вдоль обеих осей координат имеет четко выраженный периодический характер. Поле давлений, показанное на рис. 2, имеет несколько иной характер.

Распределение давлений вдоль сечения AA имеет вид наклонной линии, модулированной периодическими отклонениями. Распределение давлений вдоль сечения ВВ имеет периодическую форму с периодом в два трубных диаметра. Периодичность этих величин дает основание для начала процесса фрагментации.

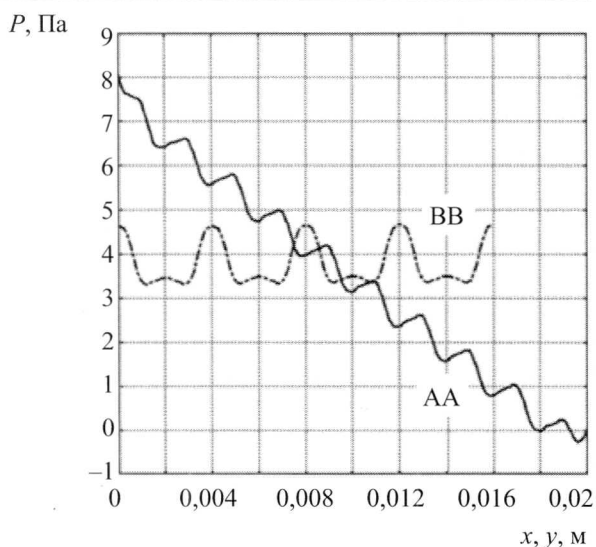


Рис. 2. Распределение давлений  $P$  в исходной области по горизонтальному сечению AA ( $P = P(x)$ ) и вертикальному сечению BB ( $P = P(y)$ ).

Фрагментация начинается с выделения фрагмента Ф1 (см. рис. 1, б). Высота этого фрагмента соответствует периоду изменения давления. На горизонтальных частях границы фрагмента, проходящих по потоку, задаются условия скольжения вдоль оси  $x$  (и не проникания — по оси  $y$ ). Делается расчет фрагмента Ф1, показывающий, что течение в нем не изменилось.

Фрагмент Ф1 не является минимальным по размеру. Он имеет горизонтальную ось симметрии. Разделив его по этой оси, получим два эквивалентных тракта. Отбросим нижний и получим фрагмент Ф2 (см. рис. 1, в). Далее подвергается анализу фрагмент Ф2. Расчеты показывают, что поля скоростей и потери давления в каждом из пяти одинаковых участков этого фрагмента одинаковы. Следовательно, можно выделить фрагмент Ф3, приведенный на рис. 3 а. Продолжая процесс фрагментации, получим фрагмент Ф4 (рис. 3, б), который и является минимальным структурным фрагментом данной структуры. а фрагментах Ф3, Ф4, Ф5 изображены характерные линии поля скоростей (линии тока, перпендикулярные к ним линии и контуры равных скоростей).

Стоит отметить, что профили скоростей

на входе и выходе из Ф4 одинаковы, но повернуты зеркально относительно друг друга. Зная среднюю скорость течения, можно получить точную картину поля скоростей с помощью двух-трех итераций. Для этого, задав произвольный профиль скорости на входе и, получив профиль на выходе, необходимо заменить входной профиль на следующей итерации расчета перевернутым выходным. Критерием окончания итеративного расчета является совпадение (с точностью до переворота) профилей на входе и выходе. Таким образом, имеется возможность полного и точного автономного расчета данного фрагмента.

Последующая попытка фрагментации приводит к фрагменту Ф5 (см. рис. 3, в), автономный расчет которого не может быть осуществлен. Таким образом, фрагмент Ф4 является минимальным расчетным фрагментом в данной системе.

Как видим, процесс фрагментации определяется геометрической структурой системы и проходит под контролем последовательных расчетов. Несмотря на его кажущуюся трудоемкость, приложенные усилия окупаются, так как в дальнейшем расчет исходной области заменяется расчетом только минимального фрагмента.

Таким образом, расчет системы, приведенной на рис. 1, а, заменяем расчетом фрагмента Ф4 (рис. 3, б). Этот расчет показывает, что среднеинтегральное значение перепада давления в нем (по вертикальному сечению) равно 0,93 Па. Расчетная полная потеря давления во всей цепочке из десяти фрагментов получается простым умножением потери давления во фрагменте на число фрагментов вдоль потока и, следовательно, равна 9,3 Па. Этот перепад практически соответствует экспериментальным данным [3].

Тепловой расчет конструкции приводит к тому же минимальному фрагменту Ф4, но совмещенному по криволинейным границам с четвертями сечений трубок.

Фрагментационный метод можно применять и для анализа различных вариантов конструкции и различных режимов ее работы, для уточнения и расширения диапазонов применимости тех зависимостей, которые получены экспериментальным путем. Метод позволяет рассчитывать сложные структурные системы, расчет которых иными

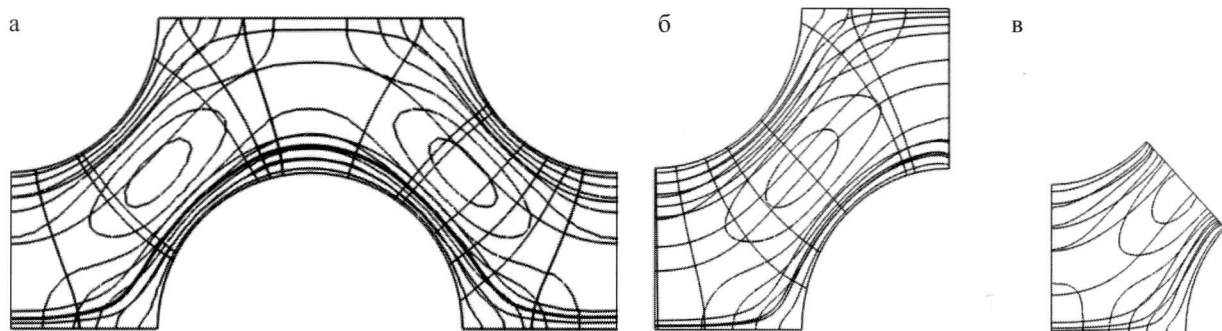


Рис. 3. Расчетные области: а — фрагмент Ф3; б — фрагмент Ф4; в — фрагмент Ф5

способами в настоящее время невозможен. Расчет всей системы, состоящей иногда из миллионов элементов, заменяется расчетом одного фрагмента, образованного двумя или несколькими элементами. В процессе расчета можно менять постановку задачи, основываясь на результатах предыдущего этапа, которые заранее неизвестны и могут быть неожиданными. Это относится, прежде всего, к задачам с фазовыми переходами, в том числе — с парообразованием. И наконец, метод фрагментации является единственной возможностью расчета характеристик зернистого слоя.

### Физико-математическая модель расчета теплопроводности материалов неоднородной структуры

Как было отмечено выше, в существующих в настоящее время моделях неоднородных материалов [2] термическое сопротивление материала определяется как сопротивление системы последовательных и параллельных сопротивлений. Это представление является упрощенным. Сопротивление реального неоднородного материала, и прежде всего, биоматериала, зависит не только от физических свойств его компонент, но и, в большой степени, от скорости движения этих компонент (жидкой или газообразной фазы). Поэтому требуется подробное рассмотрение данного вопроса без каких либо упрощений.

Применительно к определению теплопроводности неоднородного материала требуется рассмотрение системы дифференциальных уравнений, включающих как гидродинамику, так и теплопроводность. В связи с тем, что скорости движения подвижной фазы обычно невелики, достаточно рассмотреть ламинарное течение среды, т.е. системы уравнений Навье–Стокса. Эта система имеет вид:

уравнение движения

$$\rho(\bar{u}\nabla)\bar{u} = \nabla[-pI + \eta(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T)] + F; \quad (1)$$

уравнение неразрывности

$$\nabla\bar{u} = 0, \quad (2)$$

здесь  $\bar{u}$  — вектор скорости, м/с;  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\eta$  — динамическая вязкость, Па·с;  $F$  — суммарный градиент внешних сил, Па/м.

Одновременно имеет место стационарная теплопроводность с учетом конвекции, описываемая уравнением

$$\nabla(-\lambda\nabla T) = Q - c\rho\bar{u}\nabla T, \quad (3)$$

где  $T$  — температура, К;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $c$  — теплоемкость, Дж/(кг·К);  $Q$  — мощность теплового источника, Вт/м<sup>3</sup>.

Эти уравнения должны решаться совместно. Граничные условия таковы: на верхней и нижней горизонтальных границах расчетной области задаются условия тепловой изоляции и непроникания жидкости. На левой вертикальной грани задается

тепловой поток и скорости входа жидкости — возможно, разные на разных участках. На правой вертикальной грани — температура и нулевое давление.

Следует учесть, что в задачах с движением жидкости тепловой поток  $q$  вычисляется по формуле

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} + c\rho uT. \quad (4)$$

Данная модель реализована в компьютерной системе Comsol Multiphysics и использована нами для математического моделирования биоматериала, включающего в себя замкнутые шарообразные элементы и окружающую их жидкость.

### Расчет эффективной теплопроводности

Эффективным параметром в отношении неоднородной среды называется величина, использование которой с применением континуальных зависимостей для однородной среды дает результат, совпадающий с экспериментами или детальными расчетами неоднородной. Таким образом, после нахождения величины эффективного параметра расчет неоднородной среды, например, ее температурного поля, можно вести как расчет однородной среды, имеющей данный параметр, например, теплопроводность. При этом, если внутри неоднородного материала присутствует жидкая субстанция и имеется конвекция в ней, то при расчете с эффективным параметром жидкую субстанцию можно не учитывать, так как ее влияние уже учтено при нахождении эффективного параметра.

Проведем расчет эффективной теплопроводности неоднородной структуры, представляющей собой частицы яблочного пюре. Для различных материалов существуют различные геометрические модели их структуры. В частности, ряд материалов можно представить в виде структуры, показанной на рис. 4.

Следует отметить, что выбор конкретного вида геометрической структуры не влияет на предлага-

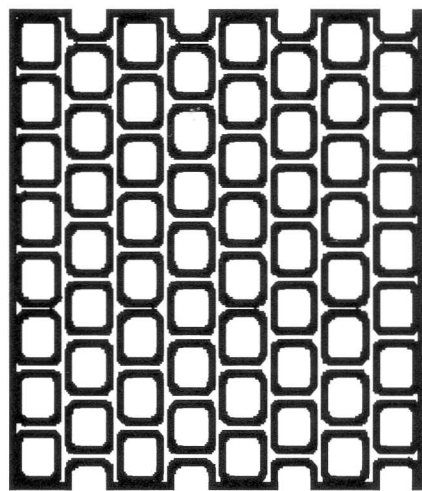


Рис. 4. Возможная геометрическая структура неоднородного материала

емую методику фрагментационного анализа и методику определения эффективных параметров, а влияет лишь на результаты конкретных расчетов. Поэтому авторами в работе была использована обобщенная модель (см. рис. 1, а).

В данной модели, в соответствии с изложенной методикой фрагментации, минимальным расчетным фрагментом системы является фрагмент, представленный на рис. 5. Этот фрагмент состоит из двух четвертинок «зерна» пюре с элементом канала между ними. Жидкость течет как по каналу, так и, с существенно меньшей скоростью, через «зерна» пюре. Теплофизические свойства пюре и воды представлены в таблице.

Задачей расчета являлось определение поля температур системы по заданному на левой границе

Теплофизические свойства компонентов среды

Параметр	Исходный материал	Выпарено 50% влаги	Выпарено 100% влаги	Вода
Теплопроводность, Вт/(м · К)	1,87	0,87	0,04	0,56
Теплоемкость, Дж/(кг · К)	850	450	120	4200
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	980	510	80	1000

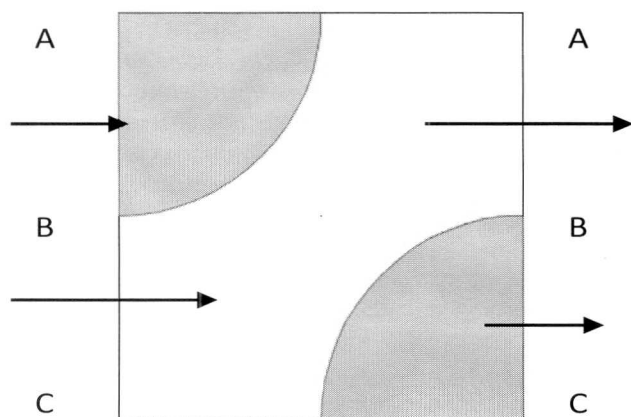


Рис. 5. Минимальный расчетный фрагмент

тепловому потоку  $q_0$ , по заданной на правой границе температуре  $T_2$  и заданным скоростям жидких субстанций — как между зернами, так и в самих зернах. Таким образом, учитывались все физические процессы в системе, связанные с теплопроводностью. По найденному температурному полю определялась средняя (среднеинтегральная) температура левой вертикальной грани системы. По этой температуре и известному тепловому потоку, идущему в систему, вычислялась (по приведенным ниже формулам) эффективная теплопроводность данной системы

$$-\lambda_{\text{эфф}} \nabla T = q_0 + c \rho u_{\text{вх}} T_{\text{лсп}},$$

$$\text{где } \nabla T = \frac{T_2 - T_{\text{лсп}}}{h};$$

$$\lambda_{\text{эфф}} = \frac{(q_0 + c \rho u_{\text{вх}} T_{\text{лсп}}) h}{T_2 - T_{\text{лсп}}}, \quad (5)$$

здесь  $T_{\text{лсп}}$  — среднеинтегральная температура

на входе;  $T_2$  — температура на выходе из расчетной области;  $q_0$  — внешний тепловой поток на входе;  $u_{\text{вх}}$  — средняя входная скорость.

Были проведены многовариантные расчеты поля температур данной системы с различными исходными данными. В расчетах менялись скорости движения жидкой фазы и свойства самого пюре — от исходного состояния до полностью высушенного в результате сублимации. Использовалась компьютерная расчетная система Comsol Multiphysics.

Приведем, в качестве примера, один из результатов расчета. Скорость входа жидкости в канал между зернами составлял 1,5 мм/с, в твердую часть — 0,3 мм/с. Таким образом, средняя скорость входа  $u_{\text{вх}} = 0,9 \text{ мм/с} = 0,0009 \text{ м/с}$ . Входящий через левую границу расчетного элемента тепловой поток составлял  $q_0 = 30 \text{ Вт/м}^2$ . Температура правой вертикальной границы принята равной 20 °С. Эта величина не имеет принципиального значения, поскольку в окончательные вычисления входит только разность температур левой и правой границ фрагмента. Теплофизические свойства «твердых» частиц яблочного пюре взяты из таблицы (столбец «Исходный материал»), жидкости — из последнего столбца этой же таблицы. Горизонтальный размер  $h = 0,002 \text{ м}$ .

На рис. 6 представлены линии тока жидкости в системе, на рис. 7 — температуры по трем характерным горизонтальным сечениям: AA — верхняя грань, BB — среднее сечение, CC — нижняя грань. Видно, что верхнее сечение нагревается сильнее нижнего, поскольку жидкость течет по диагонали снизу вверх. Левая вертикальная грань нагрета до 35 °С практически равномерно, так что усреднения не требуется. Подставляя все данные в формулу (5), получаем, что эффективная теплопроводность системы при данных условиях равна 7,56 Вт/(м · К), т. е. в четыре раза выше, чем у зерен исходного материала. Это свидетельствует об очень сильном влиянии конвекции жидкости в порах и «зазорах» материала на его истинную теплопроводность. Видно, что использование в тепловых расчетах при наличии конвекции теплофизических свойств самих частиц яблок или воды является абсолютно неверным.

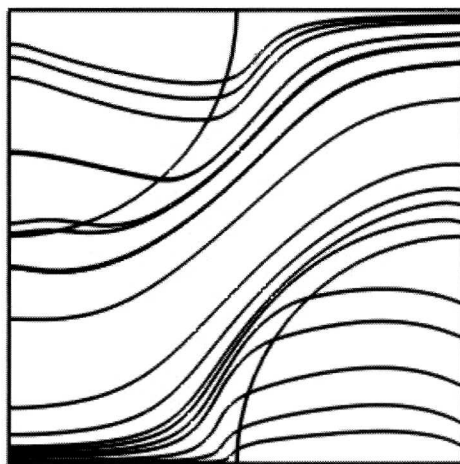


Рис. 6. Линии тока

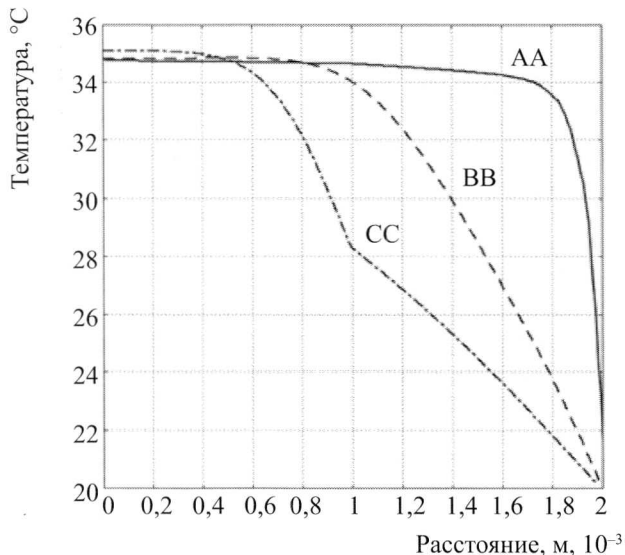


Рис. 7. Распределение температур расчетной области по сечениям AA, BB и CC

Полученный коэффициент теплопроводности можно использовать в расчетах различных технологических процессов обработки яблочного пюре, считая его однородным материалом.

### Заключение

1. Разработан и представлен новый метод расчетно-компьютерного анализа неоднородных систем — метод фрагментации. Это точный метод, пригодный для анализа теплогидравлических характеристик структурированных систем — систем, состоящих из большого количества однотипных элементов. Метод основан на последовательном выделении и отбрасывании одинаково работающих частей системы с заменой отброшенных частей эквивалентными граничными условиями. Границами частей могут служить как линии симметрии, так и линии гидравлического или теплового тока. В конечном итоге процесса остается минимальный расчетный фрагмент, который со-

храняет все свойства системы и может быть полностью и подробно рассчитан.

2. На этой основе разработан метод определения эффективного коэффициента теплопроводности неоднородных биоматериалов, имеющих структуру упорядоченной смеси жидкой среды и полужидких (неподвижных) компонентов, причем конвекция происходит во всех компонентах (например, в процессе технологической обработки).

3. Метод опробован на серии расчетов. Представлен конкретный пример, который продемонстрировал сильную зависимость эффективного коэффициента теплопроводности неоднородного биоматериала от интенсивности конвективного внутреннего течения.

### Список литературы

1. Меламед Л. Э., Филиппов Г. А., Тропкина А. И. Особенности тепло-гидравлического расчета систем с пористыми средами. // Труды Второй конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH. Москва, 17–18 апреля 2002.
2. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. — Л.: Энергия, 1974.
3. Семенов Г. В. Меламед Л. Э., Буданцев Е. В., Тропкина А. И. Математическое моделирование и экспериментальное исследование совмещенных циклов вакуумной сушки термолabileльных материалов // Вестник Международной академии холода. 2011. № 4.
4. Меламед Л. Э., Филиппов Г. А., Тропкина А. И. Фрагментационный метод гидродинамического и теплового анализа структурированных систем // Известия ВУЗов «Проблемы энергетики». 2011. № 3–4.
5. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. — М.: Машиностроение. 1992.