УДК 663/664

Уточненное математическое описание процесса обвалки реберного мяса

Е.И. ВЕРБОЛОЗ, Р.А. АЗАЕВ

An improved calculation scheme of the process of deboning of rib meat is given. With the help of the obtained equations it is possible to determine the coordinate of the point of tearing on the meat tissue from the bone, the value of pusher stroke, providing a qualitative deboning of meat and a minimum size of the width of the cell of the adjusting plate.

Необходимость повышения производительности процесса обвалки реберного мяса привела к появлению технических решений, требующих математического описания. Один из вариантов процесса обвалки заключается в том, что с внутренней стороны реберного блока соединительная ткань разрезается вдоль каждой кости и отгибается с верхней части по обе ее стороны плужком дискового ножа. Далее реберный блок размещается на установочной пластине и прижимается к ней гибкими элементами, укладываемыми на межреберную мясную ткань, естественным образом скрепленную с нижней частью костей соединительной пленкой. Воздействуя отрывающим мясную ткань от костей усилием на крайние сечения реберного блока посредством гибких элементов, кости консольно отделяют от соединительной ткани.

Расчетная схема такого процесса отделения и варианты его математических моделей приведены в работах [1, 2]. Решения, полученные в них, дают существенную погрешность в случаях значительных деформаций, что имеет место в реальных условиях и связано с пренебрежением первой производной перемещения в дифференциальном уравнении кривизны балки (реберной кости) [4]. При этом предполагали, что сдвиговые деформации в поперечных сечениях отсутствуют, и рассматривали только изгибную жесткость. Учета этих деформаций достаточно, чтобы убедиться в приближенности рассмотренной в [1,2] схемы действия контактных сил в виде распределенной (пусть даже по произвольному закону) нагрузки q и сосредоточенной силы. При этом совершенно очевидно, что за счет сжатия балки (кости) в поперечном направлении сосредоточенная сила будет распределена по некоторой малой площадке (как в обычных контактных задачах) [6].

Наиболее сложным для понимания и интересным с практической точки зрения в рассматриваемой задаче отрыва мякотной соединительной ткани от кости является возникновение сосредоточенной силы [6] на границе участка прилегания, как это имеет место во всех случаях, когда происходит соприкасание упругой балки (кости) с жесткой поверхностью (установочной пластиной). Возникновение этой силы как раз и связано с выбором корректной расчетной схемы.

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки с учетом прогибов, вызванных сдвигом, записывается в виде [3]:

$$y'' = \frac{M}{EJ} - \frac{\xi M''}{GF}, \tag{1}$$

где ξ – коэффициент формы поперечного сечения балки (ξ = 52/45, [5, 6]);

E – модуль продольной упругости материала кости;

G – модуль сдвига;

J – момент инерции поперечного сечения кости;

F – площадь поперечного сечения.

При этом уравнение для изгибающего момента на участке $x \le b$ имеет вид [2]:

$$M = Px - x\int_0^x q(x)dx + \int_0^x xq(x)dx, \quad (2)$$

где P – краевое усилие отрыва;

$q(x)$ в соответствии с результатами работы [1] выражается через функции Крылова y_t:

$$q(x) = \sigma_c N_0 [y_1(kl/2)y_1(kx) + 4y_4(kl/2)y_2(kx)], \quad (3)$$

где σ_c – адгезионная прочность соединительной ткани, связывающей мякотную ткань с поверхностью кости;

$$N_0 = \frac{N}{8EJk^3}\frac{1}{y_1(kl/2)y_2(kl/2)+4y_3(kl/2)y_4(kl/2)}, \quad (4)$$

где N – усилие воздействия толкателя на установочную пластину;

l – длина реберной кости;

k находится [1] из трансцедентного уравнения:

$$k = \frac{2\sigma_c[y_2(kl/2)y_1(kl/2)+4y_3(kl/2)y_4(kl/2)]}{Ny_1(kl/2)}. \quad (5)$$

Решая (1), после ряда преобразований получим уравнение изогнутой оси в виде:

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{EJ}\Bigg\{&\frac{Px^3}{6} - \frac{\sigma_c N_0}{k^4}[y_1(kl/2)(1-y_1(kx))\frac{1}{4} - \\ &-4y_4(kl/2)y_2(kx) + xy_4(kl/2)]\} + \\ &+\frac{\xi\sigma_c N_0}{GFk^2}[y_1(kl/2)y_3(kx) + \\ &+4y_4(kl/2)y_4(kx)] + c_1x + c_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Постоянные интегрирования c_1 и c_2 находим из граничных условий:

при $x = b$, $y = 0$, $y' = 0$.

$$\begin{aligned} c_1 = -\frac{1}{EJ}\{&Pb^2/2 - \frac{\sigma_c N_0}{k^3}[y_1(kl/2)y_4(kb) - \\ &-4y_4(kl/2)y_4(kb) + y_4(kl/2)]\} + \\ &+\frac{\xi}{GFk}[y_1(kl/2)y_2(kb) + 4y_4(kl/2)y_3(kb)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_2 = -\frac{1}{EJ}\{&Pb^3/6 - \frac{\sigma_c N_0}{k^4}[y_1(kl/2)(1-y_1(kb))\frac{1}{4} - \\ &-4y_4(kl/2)y_2(kb) + by_4(kl/2)]\} + \\ &+\frac{\xi\sigma_c N_0}{GFk}[y_1(kl/2)y_3(kb) + 4y_4(kl/2)y_4(kb)] - c_1b. \end{aligned}$$

На оставшемся участке $x \le b$ кривизна кости равна нулю, поэтому в соответствии с уравнением (1) имеем:

$$M'' - \alpha^2 M = 0, \quad (7)$$

где $\alpha^2 = GF/\xi EJ$.

Решение дифференциального уравнения (7) находим в виде:

$$M = c_3\mathrm{sh}(\alpha x) + c_4\mathrm{ch}(\alpha x). \quad (8)$$

При $x = b$ в соответствии с [2] запишем:

$$M = Pb - \frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_3(kb) + y_4(kl/2)y_4(kb)].$$

При $x = l$ $M = 0$.

Из этих условий определим произвольные постоянные c_3, c_4:

$$\begin{aligned} c_3 = \{&Pb - \frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_3(kb) + \\ &+y_4(kl/2)y_4(kb)]\}\frac{\mathrm{ch}(\alpha l)}{\mathrm{sh}(b-l)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_4 = \{&Pb - \frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_3(kb) + \\ &+y_4(kl/2)y_4(kb)]\}\frac{\mathrm{sh}(\alpha l)}{\mathrm{sh}(l-b)}. \end{aligned}$$

Таким образом, однозначно определен закон изменения изгибающего момента с учетом действия поперечных сил:

$$\begin{aligned} M = \{&Pb - \frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_3(kb) + \\ &+y_4(kl/2)y_4(kb)]\}\frac{\mathrm{sh}[\alpha(l-x)]}{\mathrm{sh}[\alpha(l-b)]}. \end{aligned} \quad (9)$$

Величина b определяется из условия равенства поперечных сил в сечении сопряжения участков. При $x = b$ производная от изгибающего момента, определяемого выражением (2), равна производной изгибающего момента определяемого уравнением (8):

$$P - \int_0^b q(x)dx = c_3\alpha\mathrm{ch}(\alpha b) + c_4\alpha\mathrm{sh}(\alpha b). \quad (10)$$

После преобразований соотношение (10) принимает вид:

$$P-\frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_2(kb)+$$
$$+4y_4(kl/2)y_3(kb)]=$$
$$=\alpha\{Pb-\frac{\sigma_c N_0}{k}[y_1(kl/2)y_3(kb)+ \tag{11}$$
$$+y_4(kl/2)y_4(kb)]\}\mathrm{cth}[\alpha(b-l)].$$

Решая полученное уравнение относительно *b*, определим координату точки отрыва мякотной ткани от кости. Подставляя это значение в уравнение (6), найдем величину хода толкателя, обеспечивающего качественную обвалку мяса. Исходя из величины *b*, определяется также минимальный размер ширины ячейки установочной пластины.

Список литературы

1. *Пеленко В.В., Верболоз Е.И., Азаев Р.А.* и др. Математическая модель процесса обвалки реберного мяса// Межвуз. сб. науч. тр. «Энергосберегающие технологии и оборудование пищевой промышленности». – СПб.: СПбГУНиПТ, 2006.
2. *Пеленко В.В., Верболоз Е.И., Азаев Р.А.* и др. Расчет параметров процесса отрыва реберной кости от соединительной ткани мясной основы // Межвуз. сб. науч. тр. «Энергосберегающие технологии и оборудование пищевой промышленности». – СПб.: СПбГУНиПТ, 2006.
3. *Пеленко В.В., Верболоз Е.И., Крысин А.Г., Азаев Р.А.* Учет сдвиговых деформаций в математической модели процесса обвалки реберного мяса // Межвуз. сб. науч. тр. «Энергосберегающие технологии и оборудование пищевой промышленности». – СПб.: СПбГУНиПТ, 2006.
4. *Работнов Ю.Н.* Сопротивление материалов. – М.: Физматгиз, 1962.
5. *Справочник* машиностроителя. Т. 3 /Под ред. С.В.Серенсена. – М.: Машгиз, 1962.
6. *Феодосьев В.И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1967.