

Математическое моделирование динамики тепловых процессов в системах с магнито- и электрокалорическими эффектами

Канд. техн. наук О.В. ПАХОМОВ, канд. физ.-мат. наук А.С. СТАРКОВ

СПбГУИИПТ,

д-р техн. наук С.Ф. КАРМАНЕНКО, А.В. ЕСЬКОВ

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

A brief description of electrocaloric (EC) effect in ferroelectric materials is given. The possibilities of cooling through electrocaloric effect without mechanical thermal switches have been analyzed. The results of computer modeling of the thermal effect of cooling in a layer structure, containing EC elements are presented.

Теплофизические явления, приводящие к изменениям температуры вследствие магнито- и электрокалорических эффектов наряду с вихревыми, термоакустическими, волновыми и другими новыми методами охлаждения все более активно исследуются в последнем десятилетии [2]. Особый интерес исследователей привлекают электрические и магнитные эффекты в твердотельных слоистых структурах. Интенсивные работы, направленные на практическое использование магнитокалорических (МК) и электрокалорических (ЭК) свойств, ведутся во многих лабораториях, компаниях и университетах Европы, США, Китая и России [1 – 4, 6, 8, 12, 13]. В работах проф. В.М. Бродянского, доц. Ю.В. Синявского и Н.Д. Пашкова [1, 12], выполненных на кафедре криогенной техники МЭИ, предложены рабочие циклы магнитокалорических и электрокалорических рефрижераторов и проведен их термодинамический анализ. В работе [1] показана принципиальная возможность создания криогенных ЭК и МК рефрижераторов с применением тепловых ключей или газового теплоносителя, которые могут использоваться в качестве дополнительной ступени охлаждения криогенных газовых машин. В МГТУ им. Н.Э. Баумана под руководством проф. А.М. Архарова проводились исследования магнитокалорического эффекта в редкоземельных сплавах с целью его практического применения [3]. В ЛЭТИ на кафедрах физической электроники и физики с начала 80-х годов прошлого века совместно с кафедрой криогенной техники МЭИ и при участии Рижского государственного университета проводились экспериментальные исследования ЭК-эффекта в сегнетоэлектрических материалах при гелиевых температурах [4]. В региональной лаборатории «Криогенная техника и криоэлектроника» ЛЭТИ под руководством профессоров О.Г. Вендика и Л.Т. Тер-

Мартирисяна, при непосредственном участии А.М. Прудана и А.И. Дедык экспериментально исследовались особенности ЭК-эффекта в титанате стронция и перспективы создания охлаждающих устройств на его основе. Однако компьютерное моделирование динамики тепловых процессов стало возможно только в последнее время в связи с развитием современных вычислительных методов и появлением мощных средств вычислительной техники. В настоящей работе рассмотрены результаты математического моделирования переходных процессов в ферроэлектрических и ферромагнитных материалах.

Температурная зависимость диэлектрической проницаемости и электрокалорический эффект

Под воздействием электрического поля диэлектрики могут изменять свою температуру в результате поляризационных процессов, приводящих к изменению энтропии материала. Для аналитического описания ЭК-эффекта используется уравнение

$$dQ = -T\epsilon_0 \frac{d\epsilon(T)}{dT} EdE, \quad (1)$$

где dQ – изменение удельной теплоты диэлектрика, вызванное вариациями напряженности электрического поля dE ;

ϵ – диэлектрическая проницаемость материала;

E – напряженность электрического поля.

Тепловая мощность, выделяемая в результате изменения электрического поля, имеет следующий вид:

$$P = \frac{dQ}{dt} = -T\epsilon_0 \frac{d\epsilon(T)}{dT} \frac{dE^2}{dt}. \quad (2)$$

В правой части уравнения (2) множитель перед

производной $\frac{dE^2}{dt}$ имеет смысл электрокалори-

ческого коэффициента, который зависит не только от температуры, но и от напряженности электрического поля. В общем случае следует учитывать обобщенную зависимость $\epsilon(T, E)$. Однако при небольших напряженностях и при соответствующем выборе ЭК-материала влияние E на ϵ можно принять пренебрежимо малым по сравнению с зависимостью $\epsilon(T)$.

Из формулы (1) следует, что наибольшее изменение температуры будет наблюдаться у веществ с аномально высокими значениями диэлектрической проницаемости и сильной зависимостью диэлектрической проницаемости от температуры $\epsilon(T)$. Требуемые свойства проявляет широкий ряд сегнетоэлектриков.

С целью получения численных оценок эффективности работы ЭК-элементов и твердотельных охлаждающих устройств на их основе было проведено компьютерное моделирование. В качестве сегнетоэлектрического материала было выбрано хорошо известное соединение BST – титанат бария-стронция $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{TiO}_3$. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости и ее производной для керамического образца, имеющего химический состав $\text{Ba}_{0.6}\text{Sr}_{0.4}\text{TiO}_3$, взятые из монографии [7], представлены на рис. 1.

Для охлаждающих устройств наиболее выгодной с точки зрения теплового отклика от ЭК-элемента является температурная область, лежащая правее точки Кюри, т.е. параэлектрическая фаза в области температуры T_0 . Соответствующий выбор состава твердого раствора (или значения x в формуле $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$) позволяет сдвигать температурную область работы устройства. Для приведенной на рис. 1 зависимости рабочая точка соответствует $T_0 = 275$ К. Охлаждающее устройство будет рабо-

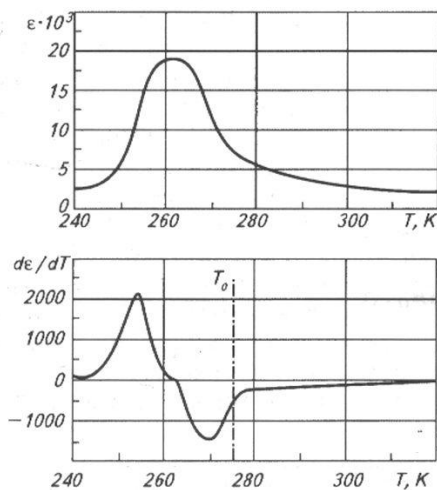


Рис. 1. Зависимость диэлектрической проницаемости и ее производной от температуры для $\text{Ba}_{0.6}\text{Sr}_{0.4}\text{TiO}_3$

тать наиболее эффективно в температурном диапазоне 270...280 К.

Однако для того, чтобы ЭК-элемент работал, как охлаждающее устройство, необходимо еще организовать эффективный термодинамический цикл и отвод тепла от охлаждаемого объекта.

Охлаждающая линия с электрокалорическими элементами

Рассмотрим простую модель охлаждающей линии из одного ЭК-элемента, отделенного от окружающей среды теплопроводящими слоями $[0 - x_1]$ и $[x_2 - L]$ (рис. 2). Принимаем одномерную модель, полагая, что температура меняется только вдоль оси x . Одна граница ($x = 0$) является теплоизолированной, на другой ($x = L$) поддерживается постоянная температура T_0 , которая принимается в качестве начальной.

Пусть $C(x)$ и $\lambda(x)$ – теплоемкость и теплопроводность в рассматриваемой линии, полагаемые постоянными в пределах одного слоя. Тогда распределение температуры $T(x, \tau)$ является решением уравнения теплопроводности

$$C(x) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda(x) \frac{\partial T}{\partial x} + P(x, t, T), \quad (3)$$

которое удовлетворяет граничным условиям

$$\lambda_0 \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad T|_{x=L} = T_0 \quad (4)$$

и начальному условию $T(x, 0) = T_0$. Функция $P(x, t, T)$ определяет тепловой источник, которым является ЭК-элемент, и задается в виде

$$P(x, t, T) = -T \epsilon_0 \frac{\partial \epsilon}{\partial T} \frac{\partial E^2}{\partial t}, \quad (5)$$

где E – напряженность электрического поля на ЭК-элементе.

Функция $P(x, t, T)$ отлична от нуля только на ЭК-элементе. Зависимость напряженности поля E от времени – периодическая с периодом A (рис. 3). При подаче периодической последовательности импульсов на сегнетоэлектрический конденсатор удастся реализовать цикл, представленный на T – S -диаграмме (рис. 4), который обеспечивает охлаждение одного из концов ЭК-элемента.

Интервал времени 1 (см. рис. 3 и 4) соответствует заряду сегнетоэлектрического конденсатора. Происходит его поляризация, что ведет к уменьшению энтропии. В интервал времени 2 тепло, выделившееся во время заряда в результате электрокалорического эффекта, растекается по структуре, остав-



Рис. 2. Охлаждающая линия с одним ЭК-элементом

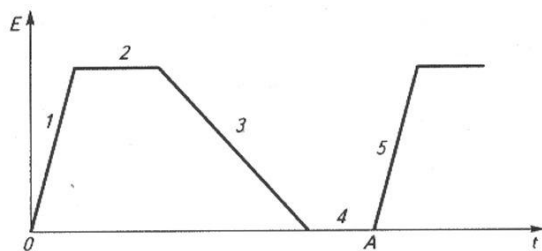


Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля от времени

для конденсатор заряженным, но холодным. Интервал 3 соответствует разряду конденсатора, приводящему к его охлаждению и увеличению энтропии за счет деполяризации. В интервал времени 4 охлажденный конденсатор способен воспринять тепло от охлаждаемого тела, находящегося в точке 0. Начинается нагрев конденсатора, и, чтобы не дать ему вернуться в первоначальное состояние, прикладывается следующий импульс 5. В дальнейшем цикл повторяется. Необходимо отметить, что благодаря резкой нелинейности зависимости производной диэлектрической проницаемости от температуры и соответствующему выбору рабочей точки количество тепла, которое электрокалорический элемент способен воспринять во время разряда, больше количества тепла, выделившегося в нем во время заряда. Данная особенность является основной причиной понижения температуры на одном из концов охлаждающей линии.

Уравнение, подобное уравнению (3), но с другими граничными условиями, было исследовано в 1969 г. в работах [9, 10] при расчете диэлектрических потерь в конденсаторе, обусловленных электрокалорическим эффектом.

Компьютерное моделирование охлаждающей линии

Численное моделирование процесса охлаждения производилось с помощью метода конечных элементов. За начальную температуру принимается $T_0 = 275$ К (она же поддерживается на конце $x = L$ охлаждающей линии), конец $x = 0$ термоизолирован от окружающего пространства. Амплитуда электрического поля выбрана равной 7 В/мкм. При расчетах использовалась BST-керамика плот-

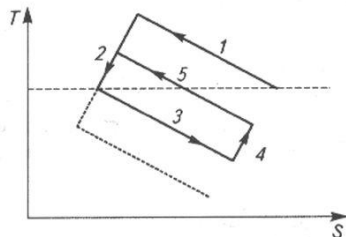


Рис. 4. T-S-диаграмма цикла охлаждения одного из концов ЭК-элемента

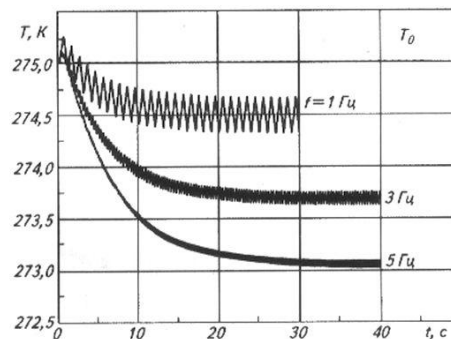


Рис. 5. Изменение температуры в точке $x = 0$ охлаждающей линии с одним ЭК-элементом

ностью $\rho = 6000$ кг/м³, теплопроводностью $\lambda = 10$ Вт/(м·К), теплоемкостью $c = 900$ Дж/(кг·К) и температурной зависимостью диэлектрической проницаемости, представленной на рис. 1.

Для достижения эффекта охлаждения необходимо, чтобы рабочий интервал температур находился в промежутке от 270 до 280 К. Периодические электрические импульсы подаются на ЭК-элементы с частотой $f = 1/A$ (см. рис. 3), варьирующей в пределах 1...5 Гц. Это приводит к периодическому нагреванию(охлаждению) ЭК-элементов в соответствии с выражением (5) и перераспределению температурного поля в близлежащих областях. В процессе численного эксперимента было подано около 50 импульсов. На рис. 5, где представлены результаты компьютерного моделирования изменения температуры в точке $x = 0$ охлаждающей линии, хорошо заметно существенное снижение температуры у термоизолированного конца. Система приходит в установившийся режим после подачи некоторого количества импульсов, и в дальнейшем температура совершает лишь небольшие колебания около среднего значения.

Аналогичный подход к моделированию был использован для твердотельной линии, включающей два ЭК-элемента, схема которой приведена на рис. 6. Два ЭК-элемента соединены тепловой связью $x_2 - x_3$, в линии содержатся еще два теплопроводника, которые соединяют ЭК-элементы с охлаждаемым объектом ($x = 0$) и теплообменником ($x = L$).

Результаты расчета тепловых процессов в приведенной структуре показаны на рис. 7. Выигрыш от использования дополнительного элемента на частоте 1 Гц составляет 2,5 К (рис. 7,а), а на частоте 3 Гц — уже 25 К (рис. 7,б). Однако из-за большого количества взаимосвязанных параметров такой

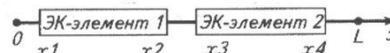


Рис. 6. Охлаждающая линия с двумя ЭК-элементами

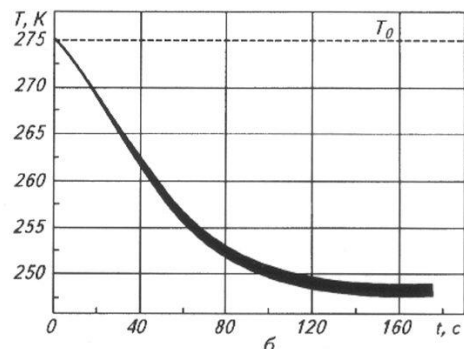
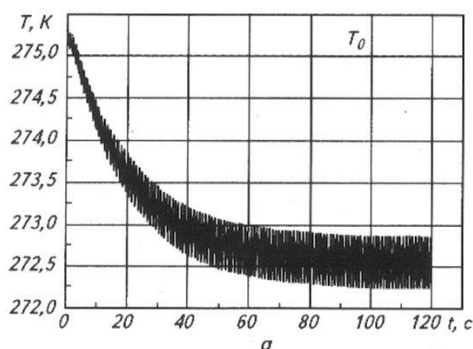


Рис. 7. Изменение температуры в точке $x = 0$ охлаждающей линии с двумя ЭК-элементами: а — частота подаваемых электрических импульсов 1 Гц; б — частота импульсов 3 Гц

структуры (таких, как длины элементов и тепловых связей, фазовый сдвиг и частота импульсов) выбор рабочих параметров линии возможен лишь с применением автоматизированных комплексов численного анализа и методов глобальной оптимизации.

Получено аналитическое решение для распределения температуры вдоль охлаждающей структуры в установившемся режиме (рис. 8). Видны линейные зависимости $T(x)$ для участков, соответствующих элементам тепловой связи, однако dT/dx различно для указанных областей. На участках, соответствующих ЭК-элементам, заметны скачки температуры, вызванные переключением поля. Важно отметить, что аналитические методы дают только аппроксимирующее асимптотическое решение, и, основываясь на них, мы можем лишь оценить характер изменения температуры в охлаждающей линии в установившемся режиме. Точное решение уравнения (3) может быть получено только с помощью численных методов, описанных ранее.

На основании аналитического и численного решений была показана возможность создания направленного теплового потока в слоистой структуре, состоящей из одного и более ЭК-элементов,

находящихся под воздействием периодического электрического поля, с длительностью импульсов, соответствующей тепловым параметрам для данной теплопроводящей среды. Рассмотрена возможность применения BST-керамики в качестве материала для активных ЭК-элементов охлаждающей линии. В итоге полученное понижение температуры в несколько градусов является приемлемым результатом для построения в перспективе эффективных твердотельных охлаждающих устройств специального и бытового назначения.

Список литературы

1. Автономные криорефрижераторы малой мощности / Под ред. В.М. Бродянского — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Архаров А.М. и др. Криогенные системы: Основы теории и расчета: Учеб. пос. для вузов. Т. 1. — М.: Машиностроение, 1998.
3. Архаров А.М., Никитин С.А., Андреев А.С., Тишин А.М., Жердев А.А. Магнитокалорический эффект в редкоземельных сплавах Gd-Ho и Gd-Er // Физика металлов и материаловедение. 1985. Т. 59.
4. Borisovskii, K. E., Prudan A. M., Electrocaloric coefficients of strontium titanate at cryogenic temperatures // Solid state physics 1989.
5. Ferroelectric at microwaves/ edited by prof. O.G. Vendik. — Moscow: Soviet radio, 1979.
6. He Jizhou; Chen Jincan; Zhou Yinghui; Wang Jin, Regenerative characteristics of electrocaloric Stirling or Ericsson refrigeration cycles. Energy Conversion and Management, 2002, 43.
7. Kubo Thermodynamics. An advanced course with problems and solutions. — Amsterdam, New York, North-Holland Pub. Co., 1976.
8. Lawless W. N. Electrocaloric device and thermal transfer system employing the same. US Patent No 6, 877,325 B1 Apr. 12, 2005.
9. Marvan M. The electric polarization induced by temperature gradient and associated thermoelectric effects. Czechoslovak Journal of Physics Volume 19, Number 10 / October, 1969.
10. Marvan M. Influence of electrocaloric effect upon the dynamic susceptibility of multi-domain ferroelectric materials. Czechoslovak Journal of Physics Volume 19, Number 4 / April, 1969.
11. Mischenko A., Zhang Q., Scott J.F., Whatmore R.W., Marhur N.D. Giant electrocaloric effect in thin film $\text{PbZr}_{0.05}\text{Ti}_{0.95}\text{O}_3$. Science 2006.
12. Sinyavskii Yu. V. Analysis of the efficiency of an electrocaloric cryorefrigerator // Chemical and Petroleum Engineering, Volume 31, Number 9 / September, 1995.
13. Warburg E., Magneto-caloric effect. Ann.Phys.Chem. 1981, 13.
14. Zhang R., Peng S., Xiao D., Wang Y., Yang B., Zhu J., Yu P., Zhang W. Preparation and Characterization of $(1-x)\text{Pb}(\text{Mg}_{0.33}\text{Nb}_{0.67})\text{O}_3\text{-xPbTiO}_3$ // Electrocaloric Ceramics. Cryst. Res. Technol. 1998.

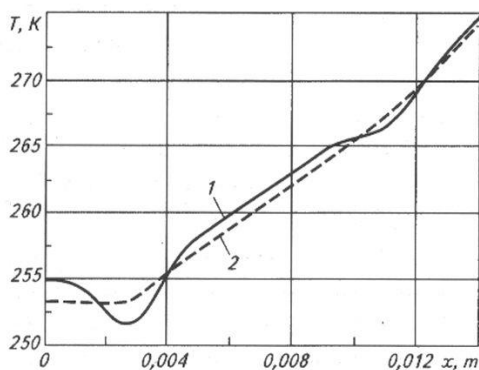


Рис. 8. Распределение температуры вдоль охлаждающей структуры в установившемся режиме: 1 — численное моделирование; 2 — аналитическое решение