

УДК 536.244; 621.512–222

Постановка задачи тепломассообмена в помещениях, оснащенных принудительной вентиляцией

Д-р техн. наук А. Ю. ГРИГОРЬЕВ¹, канд. техн. наук К. А. ГРИГОРЬЕВ²,
А. А. РАЙКОВ, К. А. КАРГАЛЬСКИЙ, А. Г. МАЦАК, Е. С. САХОНЧИК

¹augrig@bk.ru, ²KGrigoriev@uelements.com

Университет ИТМО

191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

Представлена постановка задачи определения основных локальных параметров течения воздуха, в помещениях с принудительной вентиляцией (ПВ). Приведен вывод системы дифференциальных уравнений нестационарного, турбулентного течения вязкого газа на основе уравнений Навье—Стокса, начальных и граничных условий задачи с учетом специфики и ряда допущений, характерных для течения воздуха в помещениях с ПВ. Постановка задачи в таком виде значительно упрощает решение задачи и время расчета одного варианта системы ПВ для помещений различной геометрии, по сравнению с использованием имеющихся так называемых «коммерческих» программных продуктов. Необходимость решения данной задачи в приведенной постановке связана с тем, что имеющиеся инженерные методы расчета ПВ базируются на различных эмпирических данных, верных только для определенного вида оборудования, работающего при однотипных внешних условиях. Компьютерная программа расчета, написанная на основе разработанного численного метода решения для поставленной задачи, может быть использована при проектировании конкретных систем ПВ для помещений различного назначения.

Ключевые слова: принудительная вентиляция, кондиционирование, аэро- и тепломассообмен, моделирование процессов.

Информация о статье

Поступила в редакцию 25.01.2016, принята к печати 08.07.2016

doi: 10.21047/1606-4313-2016-15-3-78-81

Ссылка для цитирования

Григорьев А. Ю., Григорьев К. А., Райков А. А., Каргальский К. А., Мацак А. Г., Сахончик Е. С. Постановка задачи тепломассообмена в помещениях, оснащенных принудительной вентиляцией // Вестник Международной академии холода. 2016. № 3. С. 78–81.

Heat and mass transfer in the rooms with forced air supply

D. Sc. A. Yu. GRIGORIEV¹, Ph. D. K. A. GRIGORIEV²,
A. A. RAYKOV, K. A. KARGALSKY, A. G. MATSAK, E. S. SAKHONCHIK

¹augrig@bk.ru, ²KGrigoriev@uelements.com

ITMO University

191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

The article deals with calculating main air flow parameters for the rooms with forced air supply. Derivation of differential equation systems for non-stationary, turbulent viscous gas flow based on Navier—Stokes equation, and for initial and terminal conditions adjusted for air flow character in the rooms with forced air supply are shown. This simplifies a calculation of forced air supply system for the rooms of different geometry greatly compared to the use of commercial software available. The method in question is due to the fact that existing engineering calculation methods are based on empirical data valid for a single equipment type under the same environmental conditions only. Calculation program based on numerical computation for the task can be used in designing forced air flow systems for multifunctional rooms.

Keywords: forced air supply, air-conditioning, air and mass transfer, heat and mass transfer, process simulation.

В настоящее время разработка проекта системы принудительной вентиляции (ПВ) произвольного помещения происходит на основе стандартных инженерных методов, базирующихся в основном на различных эмпирических данных, верных только для определенного вида оборудования, работающего при однотипных внешних условиях. В этих методах не учитываются и не рассматриваются поля скоростей и температур газа, возникаю-

щих в помещении при работе различного вентиляционного оборудования и систем кондиционирования. Это приводит к значительному расхождению результатов, полученных с помощью различных методов, а также к существенным ошибкам при оценке эффективности работы спроектированной системы жизнеобеспечения [1, 2], а поэтому, часто сводится к завышению ее энергоемкости с целью создания не обоснованного запаса мощ-

ности, а также к некомфортным условиям в данных помещениях.

Для получения полной картины тепломассообмена в помещении с ПВ для последующей оценки ее работы можно воспользоваться:

1. Экспериментальными исследованиями. Сложность и трудоемкость существующих экспериментальных способов, а также необходимость наличия соответствующего помещения и достаточно дорогостоящего измерительного оборудования делает их применение ограниченным;

2. Имеющимися, так называемыми, «коммерчески-ми» универсальными газогидродинамическими компьютерными программами [3], такими как FLUENT, Star-CD, ANSYS Flotran и др. Эти программы позволяют решать достаточно широкий круг задач, но имеют и ряд недостатков. Их универсальность приводит к их громоздкости. Желание расширить круг решаемых задач, усложняет математическую модель и увеличивает время расчета одного варианта. В этих моделях не учитывается специфика работы систем ПВ, например, существенно дозвуковой характер течения, с ощутимой неоднородностью плотности ρ воздуха, из-за неоднородности его температуры T по пространству проема. Не учитывается традиционная простота геометрии помещения, симметричность установки в помещении впускных и выпускных систем ПВ и др.

Приведенные доводы позволяют сделать вывод, что для перехода от инженерных методов проектирования работы ПВ к компьютерным методам необходимо создание специализированных программ расчета, базирующихся на математических моделях на основе фундаментальных положений аэро- и тепломассообмена, но вместе с тем учитывающих особенности работы ПВ в помещениях и с достаточной степенью точности позволяющих оценить ее работу.

В данной статье проделана работа по созданию математической модели турбулентного, нестационарного течения вязкого газа, позволяющей рассчитывать поля скорости, давления, температуры и плотности газа в помещении с ПВ в пусковом и установившемся режимах, для последующего написания на ее основе компьютерной программы расчета.

Фундаментальные уравнения, описывающие турбулентное, нестационарное течение вязкого газа давно известны — это уравнения Рейнольдса, полученные на основе уравнений Навье—Стокса динамики вязкого газа [4, 5].

В основу изучения движения вязкого газа и вывода уравнений Навье — Стокса положены следующие общие допущения [4]:

1. Газ совершенен, т. е. его параметры удовлетворяют закону Клайперона—Менделеева

$$p = \rho R \cdot T. \tag{1}$$

2. Течение газа подчиняется обобщенному закону Ньютона о линейной связи между тензором напряжений и тензором скоростей деформаций.

3. Динамический коэффициент вязкости μ является функцией только температуры газа T и вычисляется по формуле Сатерленда

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + T_S}{T + T_S}. \tag{2}$$

4. Коэффициенты теплоемкости c_p и c_v не зависят от абсолютной температуры газа и являются его физическими константами.

5. Коэффициент теплопроводности газа λ пропорционален динамическому коэффициенту вязкости μ , в связи с чем, число Прандтля $Pr = \mu c_p / \lambda$ рассматривается как физическая постоянная газа.

Так как числа Рейнольдса (Re) течения газа в помещениях с ПВ существенно превышают критические значения, то течение газа носит турбулентный характер.

Осредненное турбулентное течение газа описывается уравнениями Рейнольдса, которые выводятся при известных допущениях [4, 5]. Турбулентное перемешивание представляет собой перенос из слоя в слой осредненного течения частичек или, как их еще называют, молей газа, в связи с чем, происходит перенос из слоя в слой количества движения, тепла и вещества газа. Согласно гипотезе Буссинеска [4, 5], для турбулентного переноса справедливы законы ламинарного течения газа, записанные для осредненного упорядоченного потока.

Кроме этих допущений, для упрощения постановки и решения задачи, с учетом геометрии помещения и традиционной симметрии при установке выходных устройств ПВ, следует рассматривать картину течения в вертикальной плоскости, включающей входные и выходные системы ПВ (плоскость течения струй и др.). При этом пренебрегается некоторым искажением картины течения газа в других сечениях (не включающих входные и выходные системы ПВ), так как в них изменение параметров течения воздуха будет более сглаженным, чем в расчетном сечении. Результаты, полученные для расчетного сечения, позволят оценить работу ПВ в целом для всего помещения.

С учетом выше записанных допущений, уравнения Рейнольдса динамики турбулентного, нестационарного течения вязкого газа в проекциях на оси плоской прямоугольной системы координат будут иметь вид:

— на ось x :

$$\begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + A_\tau) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) - \\ & - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + A_\tau) \operatorname{div} \vec{V} \right); \end{aligned} \tag{3}$$

— на ось y :

$$\begin{aligned} \rho \frac{dv}{dt} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + A_\tau) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + A_\tau) \operatorname{div} \vec{V} \right), \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь u — составляющая вектора осредненной скорости \vec{V} течения газа вдоль оси x ; v — составляющая вектора осредненной скорости \vec{V} течения газа вдоль оси y ; p — давление газа.

Чтобы замкнуть систему уравнений, используем уравнение неразрывности течения газа

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (5)$$

и уравнение баланса энергии газа

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left((\lambda + A_q) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\lambda + A_q) \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (6)$$

A_τ, A_q в уравнениях (3, 4, 6) — коэффициенты, учитывающие турбулентный перенос количества движения и тепла. Если учесть, что число Прандтля для ламинарного течения определяется выражением: $\operatorname{Pr} = \mu c_p / \lambda$, а для турбулентного — $\operatorname{Pr}_t = \frac{A_\tau c_p}{A_q}$, то $\lambda = \frac{\mu c_p}{\operatorname{Pr}}$, а $A_q = \frac{A_\tau c_p}{\operatorname{Pr}_t}$.

Для наших условий течения воздуха числа Прандтля Pr и Pr_t для ламинарного и турбулентного течения близки друг к другу и, примерно, равны единице, тогда правая часть уравнения баланса энергии (6) примет вид:

$$\frac{c_p}{\operatorname{Pr}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\}. \quad (7)$$

Исходя из условия, что $c_p dT = c_v dT + d\left(\frac{p}{\rho}\right)$, а $\operatorname{div} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$, левая часть уравнения (6) может быть преобразована к следующему виду:

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt} &= \rho \left(c_v \frac{dT}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) \right) - \frac{dp}{dt} = \\ &= \rho c_v \frac{dT}{dt} + \rho \frac{dp}{dt} \frac{\rho - p}{\rho^2} - \frac{dp}{dt} = \\ &= \rho c_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \rho c_v \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \vec{V}. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом выражений (7) и (8) уравнение (6) примет вид:

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{p}{c_v} \operatorname{div} \vec{V} &= \\ &= \frac{k}{\operatorname{Pr}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + A_\tau) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k = c_p / c_v$.

A_τ — динамический коэффициент турбулентной вязкости может быть определен с помощью одной из многих, существующих сегодня моделей турбулентности [6–9, 12–14]. Окончательный выбор модели турбулентности следует произвести после сравнения результатов расчетов с использованием различных моделей с имеющимися результатами, полученными при экспериментальных исследованиях [10].

Таким образом, для определения шести неизвестных параметров течения газа в проеме (полей составляющих вектора скорости течения газа u и v , полей температуры T , плотности ρ , давления p газа и его вязкости μ) составлена система шести уравнений (1)–(5), (9). Следователь-

но, поставленная задача является статически определенной.

Граничные условия для решения задачи. В прямоугольной расчетной области на стенках помещения, включая пол и потолок, задается постоянная температура (температура стенки) и нулевая скорость течения воздуха. В местах расположения выходных систем ПВ задаются или меняющиеся со временем, или постоянные скорость истечения воздуха и его температура. В местах расположения вытяжек воздуха из помещения задается скорость истечения воздуха. Расчет параметров газа вблизи стенок следует производить с учетом теплообмена газа с поверхностью, например с введением так называемых «скользящих» величин [11].

Начальные условия решения задачи. В начальный момент времени необходимо задать поля скорости, температуры, плотности и давления газа по всей расчетной области. Если конкретные данные для имеющегося помещения неизвестны, то проще всего начинать расчет с момента включения ПВ. Тогда скорость истечения газа из выходных систем ПВ меняется со временем от нуля, до номинальной скорости истечения. Последняя или просто известна, или может быть определена по паспортным данным конкретной ПВ. То же самое для температуры воздуха, вытекающего из выходных систем ПВ, которая будет меняться от температуры в помещении до номинальной температуры на выходе конкретной ПВ. Это позволяет считать, что в начальный момент времени газ в расчетной области покоился, а давление газа по области одинаково. Температура газа по области в начальный момент времени может задаваться одинаковой и, например равной температуре стенок помещения. Плотность газа по области в каждый момент времени, а, следовательно, и в начальный момент, должна удовлетворять уравнению состояния (1).

Список литературы

1. Цыганков А. В., Рябова Т. В., Алешин А. Е. Компьютерное моделирование вентиляционных потоков // Материалы VII международной конференции «Низкотемпературные и пищевые технологии в 21 веке». — СПб.: Университет ИТМО, 2015. С. 55–57.
2. Гримитлин А. М. Отопление и вентиляция производственных помещений. — СПб.: АВОК Северо-Запад, 2007. С. 399.
3. Смирнов Е. М., Зайцев Д. К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2004. 2 (36). С. 70–81.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. С. 848.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. С. 712.
6. Ланин Ю. В. Статистическая теория турбулентности: прошлое и настоящее (краткий очерк идей). // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2004. 2 (36). С. 7–20.
7. Гуляев А. Н., Козлов В. Е., Секундов А. Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости. // Механика жидкости и газа. 1993. № 4. С. 69–81.
8. Ланин Ю. В., Гарбарук А. В., Стрелец М. Х. Алгебраические модели турбулентности для пристенных канониче-

- ских течений (немного истории и некоторые новые результаты). // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2004. 2 (36). С. 81–95.
9. Лапин Ю. В., Нехамкина О. А., Стрелец М. Х. Многопараметрическая алгебраическая модель турбулентного установившегося течения в круглой трубе с песочной шероховатостью. // Теплофизика высоких температур. 1995. Т. 33. № 5. С. 731–737.
 10. Григорьев А. Ю., Рубцов И. А. и др. Экспериментальные и расчетные исследования пусковых режимов работы воздушно-тепловой завесы. // Вестник Международной академии холода. 2015. № 2. С. 40–45.
 11. Войнов К. Н., Григорьев А. Ю. Трибология и надежность. — СПб.: Нестор-История, 2015. С. 328.
 12. Smirnov E. M., Abramov A. G., Ivanov N. G. etc. Numerical analysis of conjugate heat transfer in a melt-crucible model of Czochralski systems: combined Coriolis and MHD effects on time-dependent 3D melt convection / In: Advanced Computational Methods in Heat Transfer VII. Proc. 7th Int. Conf. on Advanced Comp. Methods in Heat Transfer. 2002. P. 107–116.
 13. Shur M., Strelets M., Secundov A. etc. Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment // AIAA Paper. 1995. P. 1995–0863.
 14. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // La Rech. Aerospaciale. 1994. № 1. P. 5.
- exchange in areas of difficult geometry. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU*. 2004. 2 (36). p. 70–81. (in Russian)
4. Loitsyanski L. G. Mechanics of liquid and gas. Moscow. Nauka, 1973. p. 848. (in Russian)
 5. Shlikhting G. Theory of an interface. — Moscow. Nauka, 1974. p. 712. (in Russian)
 6. Lapin Yu. V. Statistical theory of turbulence: past and the present (short sketch of ideas). *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU*. 2004. 2 (36). p. 7–20. (in Russian)
 7. Gulyaev A. N., Kozlov V. E., Sekundov A. N. To creation of universal one-parametrical model for turbulent viscosity. *Mekhanika zhidkosti i gaza*. 1993. No 4. p. 69–81. (in Russian)
 8. Lapin Yu. V., Garbaruk A. V., Strelets M. Kh. Algebraic models of turbulence for wall initial currents (it is a little stories and some new results). *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU*. 2004. 2 (36). p. 81–95. (in Russian)
 9. Lapin Yu. V., Nekhamkina O. A., Strelets M. Kh. Multiple parameter algebraic model of the turbulent established flow in a round pipe with a sand roughness. *Teplofizika vysokikh temperatur*. 1995. v. 33. No 5. p. 731–737. (in Russian)
 10. Grigor'ev A. Yu., Rubtsov I. A., etc. Heated air curtain starting operating modes. *Vestnik Mezhdunarodnoi akademii kholoda*. 2015. No 2. p. 40–45. (in Russian)
 11. Voinov K. N., Grigor'ev A. Yu. Tribology and reliability. SPb. Nestor-Istoriya, 2015. p. 328. (in Russian)
 12. Smirnov E. M., Abramov A. G., Ivanov N. G. etc. Numerical analysis of conjugate heat transfer in a melt-crucible model of Czochralski systems: combined Coriolis and MHD effects on time-dependent 3D melt convection / In: Advanced Computational Methods in Heat Transfer VII. Proc. 7th Int. Conf. on Advanced Comp. Methods in Heat Transfer. 2002. P. 107–116.
 13. Shur M., Strelets M., Secundov A. etc. Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment. *AIAA Paper*. 1995. P. 1995–0863.
 14. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Rech. Aerospaciale*. 1994. No 1. P. 5.

References

1. Tsygankov A. V., Ryabova T. V., Aleshin A. E. Computer modeling of ventilating streams. Materials of the VII international conference «Low-temperature and Food Technologies in the 21st Century». SPb.: University ITMO, 2015. p. 55–57. (in Russian)
2. Grititlin A. M. Heating and ventilation of production rooms. SPb.: AVOK Severo-Zapad, 2007. p. 399. (in Russian)
3. Smirnov E. M., Zaitsev D. K. Method of final volumes in the annex to problems of a hydraulic gas dynamics and heat



Свидетельство о регистрации СМИ Эл № ФС 77-20452 от 22 марта 2005 года

<http://www.holodilshchik.ru> (<http://холодильщик.рф>)

e-mail: info@holodilshchik.ru

ПЕРВАЯ В РОССИИ ИНТЕРНЕТ-ГАЗЕТА ПО ХОЛОДИЛЬНОЙ И БЛИЗКОЙ ЕЙ ТЕМАТИКЕ

- холодильные новости;
- бытовое, торговое и промышленное холодильное оборудование;
- холодильники;
- охладители жидкости (чиллеры);
- оснащение и строительство супермаркетов;
- холодильный транспорт;
- кондиционирование и вентиляция;
- искусственные и природные хладагенты;
- холодильные масла;
- качество пищевых продуктов;
- сервис холодильных систем;
- литература по холодильной и близкой ей тематике;
- модульная, баннерная, видео- и аудиореклама;
- выставки, конференции, семинары;
- обучающие курсы для холодильщиков и многое другое...