

УДК 664:542.69

# Аналитическое исследование температурного поля насыпи крахмал- или пектиносодержащего сырья при управляемых тепловых воздействиях

Д-р техн. наук Г. В. АЛЕКСЕЕВ<sup>1</sup>, О. А. ЕГОРОВА<sup>1</sup>,  
д-р техн. наук С. А. РОМАНЧИКОВ<sup>2</sup>, И. П. ЮХНИК<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Университет ИТМО

<sup>2</sup>Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулева

E-mail: jeerol@list.ru

*Сроки хранения и качество сырья зависят от наиболее благоприятных для продолжительного хранения условий. Рациональная длительность хранения, то есть наибольший срок, при котором потери качества и пищевой ценности сырья не превосходят допустимого предела, зависит от температурно-влажностного режима. В течение всего периода хранения следует поддерживать по возможности постоянную температуру, так как ее колебания даже в пределах 5 °С могут серьезно повлиять на сохранность продукции. На территории Российской Федерации температура наружного воздуха колеблется в течение суток примерно на величину от 5 до 15 °С, достигая в отдельных регионах 30 °С. Существенно изменяется и сезонная температура. Оптимальными же для хранения крахмал- или пектиносодержащего сырья являются пределы 0–5 °С. Одним из режимов хранения сырья является хранение в охлажденном состоянии (то есть при температуре сырья и окружающего пространства пониженной до –10 °С). Создать такие условия можно, снабдив хранилища установками для искусственного охлаждения. Пользуясь аналитическими оценками изменения температуры при перераспределении теплоты под действием управляемых эксплуатационных факторов, можно объективно судить о рациональных условиях хранения сырья и прогнозировать сроки хранения.*

**Ключевые слова:** модель, исследование, распределение теплоты, крахмал, пектин, насыпь сырья, управляемые, воздействия.

## Информация о статье:

Поступила в редакцию 07.07.2020, принята к печати 16.10.2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-4-53-60

Язык статьи — русский

## Для цитирования:

Алексеев Г. В., Егорова О. А., Романчиков С. А., Юхник И. П. Аналитическое исследование температурного поля насыпи крахмал- или пектиносодержащего сырья при управляемых тепловых воздействиях // Вестник Международной академии холода. 2020. № 4. С. 53–60. DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-4-53-60

## Analysis of temperature field for starch or pectin-containing raw materials under controlled thermal effect

D. Sc. G. V. ALEKSEEV<sup>1</sup>, O. A. EGOROVA<sup>1</sup>, D. Sc. S. A. ROMANCHIKOV<sup>2</sup>, I. P. JUCHNIK<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ITMO University

<sup>2</sup>Military Academy of Logistical Support named after General of the Army A. V. Khrulev

E-mail: jeerol@list.ru

*Shelf life and quality of raw materials depend on the most favorable conditions for long-term storage. The rational storage time, that is, the longest period at which the loss of quality and nutritional value of the raw material does not exceed the allowable limit, depends on the temperature and humidity conditions. The temperature should be kept as constant as possible throughout the entire storage period, since its fluctuations even within 5 °C can seriously affect the safety of products. On the territory of the Russian Federation, the outdoor air temperature fluctuates during the day by approximately 5 to 15 °C, reaching 30 °C in some regions. The seasonal temperature also changes significantly. The optimal storage limits for starch or pectin-containing raw materials are 0–5 °C. One of the modes of storage of raw materials is storage in a refrigerated state (that is, at the temperature of the raw materials and the surrounding space lowered to –10 °C). Such conditions can be created by equipping storage facilities with facilities for artificial cooling. Using analytical estimates of temperature changes during heat redistribution under the influence of controlled operational factors, we can objectively judge the rational conditions of storage of raw materials and predict storage periods.*

**Keywords:** model, research, heat distribution, starch, pectin, mound of raw materials, controlled, effects.

**Article info:**

Received 07/07/2020, accepted 16/10/2020

DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-4-53-60

Article in Russian

**For citation:**

Alekseev G. V., Erova O. A., Romanchikov S. A., Juchnik I. P. Analysis of temperature field for starch or pectin-containing raw materials under controlled thermal effect. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2020. No 4. p. 53–60. DOI: 10.17586/1606-4313-2020-19-4-53-60

**Введение**

Рациональное природопользование, признанное во всем мире доминирующей тенденцией развития экономики, предполагает наиболее полное использование при переработке потребляемого человеком растительного сырья. Существенный вклад в решение этой проблемы вносит правильное хранение собранного сельскохозяйственного сырья на этапе подготовки его к переработке. Учитывая значительное количество в пищевом растительном сырье корнеплодов, зерна и семян, как источников крахмал- и пектин содержащих веществ, становится понятным интерес производителей продуктов питания к условиям и режимам его хранения. Современные хранилища, используемые для этих целей, оснащены разнообразными средствами для обеспечения необходимых тепло-влажностных режимов и даже регулирования состава среды в помещениях непосредственного размещения сохраняемых насыпей крахмал- или пектинодержавшего сырья [1]–[4].

Ранее нами была решена задача исследования тепло-массопереноса в насыпях крахмал- или пектинодержавшего сырья для краевых условий, определяемых наличием в насыпи очагов самосогревания, с изменением температуры на границах насыпи в соответствии с температурой окружающей среды [5].

Существенное значение на сохранность пищевых продуктов, заложенных на хранение, оказывает аэродинамическая ситуация в используемом хранилище. Именно она и является следствием организуемого активного вентилирования, которое обеспечивается системой воздухопроводов и нагнетательных устройств. Перемещение воздушных масс призвано перераспределить теплоту, которая выделяется внутри сохраняемой насыпи пищевых продуктов за счет разнообразных биологических процессов. Несанкционированное появление внутренних источников теплоты (самосогревание), как правило, является причиной возникновения значительного перепада температур, способствующего появлению и развитию разнообразных очагов порчи пищевого крахмал- или пектинодержавшего сырья. Своевременный отвод излишних количеств теплоты обеспечивает условия комфортного содержания хранимых продуктов в замкнутом объеме [6]–[7].

Целью проводимого исследования является определение распределения температур по объему насыпи пищевого, крахмал- или пектинодержавшего сырья при его хранении в специализированных силосах.

В связи с этим, рассмотрена задача распределения температур в насыпи исследуемого сырья в условиях теплоизолированной боковой поверхности при изменении температур оснований с действующим внутри источником теплоты.

**Постановка задачи**

В качестве объекта исследования выбраны краевые условия для хранения в условиях, максимально соответствующих реальным, при активном вентилировании.

Для условий хранения крахмал- и пектинодержавшего сырья, как сплошной среды, в металлическом силосе цилиндрической формы при изменении температуры боковой поверхности с течением времени в оптимальных для хранения пределах (от  $t_1 = t_{\min}$  до  $t_2 = t_{\max}$ ) при теплоизолированных основаниях силоса (или с теплоизолированной боковой поверхностью при изменении температур оснований) с действующим источником теплоты (дыхания сырья) краевую задачу теплопереноса можно сформулировать следующим образом: решение уравнения теплопроводности для бесконечного цилиндра (или неограниченной пластины — конечного стержня с теплоизолированной боковой поверхностью — для насыпи небольшой высоты)

$$\frac{\partial t(\xi, \tau)}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} + \frac{v-1}{\xi} \frac{\partial t(\xi, \tau)}{\partial \xi} \right) + \frac{q}{c}, \quad (1)$$

$$0 < \xi < \xi_v; v = 1, 2; \xi_1 = h; \xi_2 = R; \tau > 0.$$

При начальном условии:

$$t(\xi, 0) = t_1 = t_{\min} = \text{const}. \quad (2)$$

При условии симметрии:

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (3)$$

При граничном условии первого ряда:

$$t(\xi_v, \tau) = \begin{cases} t_1 = t_{\min} & \text{при } 0 < \tau < \tau_1; \\ t_2 = t_{\max} = \text{const} & \text{для } \tau_1 < \tau < \tau_2. \end{cases} \quad (4)$$

$$q = q_1 \pm q_2 \exp(-k\tau). \quad (5)$$

Здесь  $t(\xi, \tau)$  — температура;

$t_1 = t_{\min} = \text{const}$  — минимальное значение температуры на поверхности насыпи;

$t_2 = t_{\max} = \text{const}$  — максимально допустимое значение температуры на поверхности насыпи, это может быть и температура среды;

$\tau$  — время;  $[0, \tau_1]$  — время работы охлаждающего устройства;

$[\tau_1, \tau_2]$  — время самопроизвольного нагрева материала (время отключения охлаждающего устройства);

$\xi$  — текущая координата;

$h$  — высота насыпи сырья в металлическом силосе;

$R$  — радиус кругового сечения силоса;

$v$  — параметр формы ( $v = 1$  — пластина, стержень,  $v = 2$  — цилиндр);

$a$  — коэффициент теплопроводности;

$c$  — удельная теплоемкость слоя сырья;  
 $q = q_1 \pm q_2 \exp(-kt)$  — экспериментально установленные зависимости удельной теплоты дыхания сырья;  
 $k = \text{const} > 0$  — эмпирический коэффициент (коэффициент затухания).

Аналитическое решение задачи (1)–(5) получено в следующем виде:

$$T_v(X, F_0) = 1 - \frac{F_{0_1}}{F_{0_2}} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \sin(xF_{0_1})(P_{v_1} \sin \beta + P_{v_2} \cos \beta)}{\nu \lambda m \Phi_v} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A_{nv}}{\mu_{nv}^v} \left[ \frac{\exp(\mu_{nv}^2 F_{0_2}) - \exp(\mu_n^2 F_{0_1})}{\exp(\mu_n^2 F_{0_2}) - 1} + P_0 \frac{\text{Pd} \left( 1 \pm \frac{P_{0_2}}{P_{0_1}} \right)}{\mu_n^2 \left( \frac{\text{Pd}}{\mu_n^2} - 1 \right)} \right] \times \exp(\mu_{nv}^2 F_{0_2}) + B_v;$$

$$x = \frac{\pi m}{F_{0_2}}, \quad \beta = 2x \left( F_0 - \frac{F_{0_1}}{2} \right);$$

$$P_{11} = \text{sh} \sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} \cdot \text{ch}(\sqrt{x}X) \cos(\sqrt{x}X) - \text{ch} \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \text{sh}(\sqrt{x}X) \sin(\sqrt{x}X);$$

$$P_{12} = \text{ch} \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \text{sh}(\sqrt{x}X) \cos(\sqrt{x}X) + \text{sh} \sqrt{x} \sin \sqrt{x} \cdot \text{sh}(\sqrt{x}X) \sin(\sqrt{x}X);$$

$$\Phi_1 = \text{ch}(2\sqrt{x}) + \cos(2\sqrt{x});$$

$$\mu_{n_1} = \frac{\pi}{2}(2n-1); \quad n \in \mathbb{N};$$

$$A_{n_1} = (-1)^n \cos(\mu_{n_1} X);$$

$$A_{n_2} = -\frac{J_0(\mu_{n_2} X)}{J_1(\mu_{n_2})};$$

$$B_1 = \frac{P_{0_1}}{2} \left[ 1 - X^2 \pm \frac{2P_{0_2}}{\text{Pd}P_{0_1}} \left( 1 - \frac{\cos(\sqrt{\text{Pd}X})}{\cos \sqrt{\text{Pd}}} \right) \exp(-\text{Pd}F_0) \right];$$

$$P_{21} = \text{bei} \sqrt{2x} \cdot \text{ber}(\sqrt{2x}X) - \text{ber} \sqrt{2x} \cdot \text{bei}(\sqrt{2x}X);$$

$$P_{22} = \text{ber} \sqrt{2x} \cdot \text{ber}(\sqrt{2x}X) + \text{bei} \sqrt{2x} \cdot \text{bei}(\sqrt{2x}X);$$

$$\Phi_2 = \text{ber}^2 \sqrt{2x} + \text{bei}^2 \sqrt{2x};$$

$\mu_{n_2}$  — последовательные положительные корни характеристического уравнения.

$$J_0(\mu) = 0 \tag{8}$$

$$B_2 = \frac{P_{0_1}}{4} \left[ 1 - X^2 \pm \frac{4P_{0_2}}{\text{Pd}P_{0_1}} \left( 1 - \frac{J_0(\sqrt{\text{Pd}X})}{J_1 \sqrt{\text{Pd}}} \right) \exp(-\text{Pd}F_0) \right];$$

$F_0 = \frac{a\tau}{h^2}; \quad F_{0_1} = \frac{a\tau_1}{h^2}; \quad F_{0_2} = \frac{a\tau_2}{h^2}$  — числа Фурье;

$X = \frac{z}{h}, \quad X = \frac{r}{R}$  — безразмерные координаты;

( $\xi = z$  — для пластины,  $\xi = r$  — для цилиндра);

$\text{Pd} = \frac{kh^2}{a}$  — число Предводителява;

$P_{0_1} = \frac{q_1 h^2}{ac \Delta t}, \quad P_{0_2} = \frac{q_2 h^2}{ac \Delta t}$  — числа Померанцева;

$\Delta t = t_2 - t_1, t_1 < t_2; J_0(X), J_1(X)$  — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно;  $\text{ber}X, \text{bei}X$  — функции Томсона;

$\gamma$  — плотность абсолютно сухого материала.

Усредненные по объему решения (6) имеют вид

$$\bar{T}_v(F_0) = \frac{\bar{T}(\tau) - t_1}{\Delta t} = 1 - \frac{F_{0_1}}{F_{0_2}} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2^v \Phi^v \sin(xF_{0_1})}{m\pi \sqrt{2x\Phi v}} -$$

$$- \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2^v (\exp(\mu_n^2 F_{0_2}) - \exp(\mu_n^2 F_{0_1}))}{\mu_n^2 \exp(\mu_n^2 F_{0_2}) - 1} \exp(-\mu_n^2 F_0) + \bar{B}_v, \tag{9}$$

где

$$\Phi_1 = \text{sh}(2\sqrt{x}) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) + \sin(2\sqrt{x}) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right);$$

$$\Phi_2 = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p p \left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^{2p-1}}{(p!)^2} \left[ \text{ber} \sqrt{2x} \sin\left(\beta - \frac{\pi p}{2}\right) - \text{bei} \sqrt{2x} \cos\left(\beta - \frac{\pi p}{2}\right) \right];$$

$$\bar{B}_1 = P_{0_1} \left[ \frac{1}{3} \pm \frac{P_{0_2}}{\text{Pd}P_{0_1}} \left( 1 - \frac{\text{tg} \sqrt{\text{Pd}}}{\sqrt{\text{Pd}}} \right) \exp(-\text{Pd}F_0) \right];$$

$$\bar{B}_2 = \frac{P_{0_1}}{4} \left[ \frac{1}{2} \pm \frac{4P_{0_2}}{\text{Pd}P_{0_1}} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\text{Pd}}} \right) \exp(-\text{Pd}F_0) \right].$$

Зная усредненное значение температуры  $\bar{T}(F_0)$ , мож-

но найти темп охлаждения  $\frac{\partial \bar{T}(F_0)}{\partial F_0}$  и удельный расход

энергии, необходимой для поддержания исследуемого режима хранения:

$$Q_v = c\gamma(\bar{T}(\tau) - t_1) \tag{10}$$

Из решения уравнения (9), для достаточно больших значений чисел Фурье (большой длительности хранения сырья или высоких значений термоинерционных свойств материала или достаточно небольшой высоты насыпи сырья), можно получить упрощенные формулы для расчета средней температуры сохраняемого материала. Так, при  $m=1$  и  $F_0 \gg F_{0_1}; \quad F_0 \gg F_{0_2}$  для  $v=1$  (аналогично для  $v=2$ ) имеем:

$$\bar{T}_1(\tau) = t_1 + (t_2 - t_1) \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} - \sqrt{\frac{2a\tau_2}{\pi}} \frac{\sin \frac{\pi\tau_1}{\tau_2}}{\pi n} \right) + \frac{P_{0_1}}{3}. \tag{11}$$

Учитывая, что последнее слагаемое во второй скобке формулы (11) значительно меньше единицы, получаем

$$\bar{T}_1(\tau) = t_1 + \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) (t_2 - t_1) + \frac{P_{0_1}}{3}. \tag{12}$$

Легко показать, что всегда  $t_1 < \bar{T}_1(\tau) < t_2$ , что соответствует физике процесса.

Более точными, чем формулы (11) и (12), но также достаточно элементарными, являются следующие зависимости для расчета температурных полей:

$$t_1(z, \tau) = t_1 + (t_2 - t_1) \left[ 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} - \sum_{m=1}^{\infty} B_{m_1} \cos(\beta - \sqrt{x}(1-X)) \exp(-\sqrt{x}(1-X)) + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} B_{m_1} \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 F_0) \right] + \frac{P_{0_1}}{3}, \tag{13}$$

где

$$B_{m_1} = \frac{2 \sin(xF_{0_1})}{\pi m};$$

$$B_{n_1} = (-1)^n \frac{2(1 - \exp(\mu_n^2(F_{0_1} - F_{0_2})))}{\mu_n (1 - \exp(-\mu_n^2 F_{0_2}))}.$$

Из усредненных значений температуры слоя сырья, получаем выражение:

$$\bar{t}_i(\tau) = t_1 + (t_2 - t_1) \left[ 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_{m_n} \cos \beta - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_{n_i} \exp(-\mu_n^2 F_0) + \frac{F_0}{3} \right], \quad (14)$$

где

$$\bar{B}_{m_n} = \sqrt{\frac{2}{x}} B_{m_n};$$

$$\bar{B}_{n_i} = \frac{2(1 - \exp(\mu_n^2(F_{0_1} - F_{0_2})))}{\mu_{n_i}(1 - \exp(-\mu_n^2 F_{0_2}))}.$$

Помимо определения температурных полей, полученные аналитические решения [8] дают возможность решить обратную задачу по нахождению времени необходимого для достижения нужной температуры в любой точке насыпи (или средней температуры слоя насыпи при выбранных значениях  $\tau_1$  и  $\tau_2$ ).

Задав  $\tau_1$  можно определить интервал  $[\tau_1, \tau_2]$ , т. е. время, за которое температура насыпи достигает своей верхней границы, т. е. оптимальное соотношение периодов  $[0, \tau_1]$  и  $[0, \tau_2]$ , что дает возможность минимизировать расход энергии на поддержание режима хранения [9]–[11].

Таким образом, предложена и решена краевая задача, описывающая температурное поле слоя крахмал- или пектиносодержащего сырья при управляемых температурных воздействиях.

### Полученные результаты и их обсуждение

В результате исследования показана возможность теоретического описания так называемого соотношения Аррениуса — процесса изменения температур, учитывающего возможность выделения теплоты дыхания, пищевого сырья в пределах изменения от 0 °С до 40 °С. Это соотношение принято записывать в виде выражения:

$$F = \exp\left(\frac{-E}{RT}\right),$$

здесь  $E$  — энергия активации;  $T$  — абсолютная температура;  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Предполагается, что величина  $E$  может принимать достаточно большие значения.

Можно записать закон изменения удельной теплоты дыхания крахмал- или пектиносодержащего сырья в виде

$$q_1 = q_{01} \exp(k_1 \tau), \quad (15)$$

предполагая, что в течение достаточно продолжительного времени его температура не будет превосходить 25 °С с дополнительным условием незначительного колебания его влажности. Аналогичная связь может быть принята и при изотермическом и адиабатном размещении крахмал- или пектиносодержащего сырья в хранилище. Параметры  $q_{01}$  и  $k_1$ , в выражении (15) будем считать величинами, изменяющимися при разных значениях  $q_0$ , принятой за константу при 0 °С.

Таким образом, показана существенная разница между температурами нижних слоев сохраняемого пищевого сырья и температурами верхних слоев. Это является следствием появления дополнительного источника теплоты, обусловленного процессами тепло- и массо-

обмена в замкнутом пространстве из-за ряда особенностей химико-биологической обстановки в насыпном слое крахмал- или пектиносодержащего сырья [11]–[16]. Для аналитической оценки подобных явлений вполне корректным допущением, с помощью которого можно описать аналогичные ситуации принято считать закон уменьшения интенсивности тепловыделения экспоненциальным, а именно:

$$q_2 = q_{02} \exp(-k_2 z),$$

здесь под  $z$  подразумевают координату перпендикулярную слоям, а под  $q_m$  — удельную теплоту дыхания сырья насыпи при начальных условиях.

Окончательно можно записать выражение для удельной теплоты дыхания семян в виде

$$q = q_0 \exp(k_1 \tau - k_2 z), \quad (16)$$

здесь  $\tau$  — время;  $z$  — перпендикулярная координата.

Указанные общие соображения должны учитывать сложные процессы, происходящие в насыпи крахмал- и пектиносодержащих продуктов. Так, например, внутри указанных насыпей в рамках тепло-массообменных процессов из-за сорбции и десорбции водяных паров, изменяется влажность сохраняемого сырья. Важность изучения и описания происходящих процессов важна, прежде всего, потому что именно они являются непосредственной причиной возникновения очагов самосогревания, а значит и возможных участков порчи. Перемещения влаги происходят не только под влиянием разности температур, но и с изменением ее содержания в тканях продукта при хранении, что особенно чувствительно на первоначальных этапах сразу после уборки и закладки сырья на хранение. По мере высыхания движущие силы этих процессов изменяются, что может привести к несанкционированным изменениям общей обстановки в распределении температур. Указанные соображения могут существенно влиять и на результаты аналитических выкладок при недостаточно корректно сформулированных краевых условиях решаемой задачи. Представляется целесообразным, таким образом, уточнять соответственные аналитические решения последовательным усложнением задаваемых ограничений на варьируемые параметры. В случаях, при высоте насыпи пищевого сырья меньшей, чем поперечные размеры силоса или бункера, следует решать уравнение теплопроводности для начальных и граничных условий характерных для неограниченной пластины или ограниченного стержня, но с учетом неоднородности уравнения:

$$\frac{\partial t(z, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(z, \tau)}{\partial z^2} + \frac{q_0}{c} \exp(k_1 \tau - k_2 z);$$

$$0 < z < h, \tau > 0.$$

В этом случае начальные и граничные условия следует записать в виде

$$t(z, 0) = t_0 = \text{const}; \quad (17)$$

$$t(0, \tau) = f_1(\tau); \quad (18)$$

$$t(h, \tau) = f_2(\tau), \quad (19)$$

здесь  $a$  — коэффициент теплопроводности;  $h$  — высота насыпи;  $t_0$  — температура продукта в начале процесса хранения;  $c$  — удельная теплоемкость насыпи продукта;  $f_1(\tau)$  и  $f_2(\tau)$  — заданные ограничения на границах слоя. Выполняя подстановку в соответствии с уравнением [18], получаем выражение:

$$t(z, \tau) = v(z, \tau) + \frac{q_0}{c_q(k_1 - ak_2^2)} \exp(k_1\tau - k_2z),$$

где  $v(z, \tau)$  — новая искомая функция, сведем записанное выше неоднородное уравнение (16) к однородному уравнению, поскольку источник теплоты учитывается в подстановке

$$\frac{\partial t(z, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(z, \tau)}{\partial z^2}. \tag{21}$$

При этом, новые краевые условия переписутся в виде [19]:

$$v(z, 0) = t_0 - \frac{q_0}{c(k_1 - ak_2^2)} \exp(-k_2z) = A(z);$$

$$v(0, \tilde{A}) = f_1(\tilde{A}) - \frac{q_0}{c(k_1 - ak_2^2)} \exp(k_1\tilde{A}) = A_1(\tilde{A});$$

$$v(h, \tilde{A}) = f_2(\tilde{A}) - \frac{q_0}{c(k_1 - ak_2^2)} \exp(k_1\tilde{A} - k_2h) = A_2(\tilde{A}).$$

Аналитические оценки решения полученной краевой задачи могут быть получены методом интегральных преобразований.

Полученные результаты целесообразно проанализировать графически.

На рис. 1 приведены сравнительные зависимости теоретического распределения температуры по толщине сохраняемого слоя при изменении числа Фурье.

Полученные результаты для их использования в практических целях или для дальнейшего уточнения аналитической постановки задачи интересно сравнить с данными эксперимента.

В качестве экспериментальных были использованы данные работы по хранению крахмалосодержащего сырья в складе. В связи с тем, что разность влажностей по слоям при закладке партии ( $X=0$ ) колебалась незначительно, значение  $k_2$  принимали равным нулю. Значение влажности сырья в слое в начальный момент времени  $U(z, 0)$  составляло значительно менее 10%, значение температуры  $t_0$  принималось близким к комнатной.

На рис. 2 приведены сравнительные зависимости экспериментального распределения температуры по толщине сохраняемого слоя при практически наблюдаемом изменении числа Фурье.

Графики, показанные на рис. 1 и рис. 2, говорят о том, что и теоретические и экспериментальные оценки дают погрешности не выше 10%, что является приемлемым для использования при назначении реальных режимов хранения насыпей крахмал- и пектиносодержащего сырья.

На рис. 3 приведены сравнительные распределения теоретического и экспериментального распределения температур для поверхности, отстоящей от основания слоя на  $X=0,83$ , что свидетельствует о близости анали-

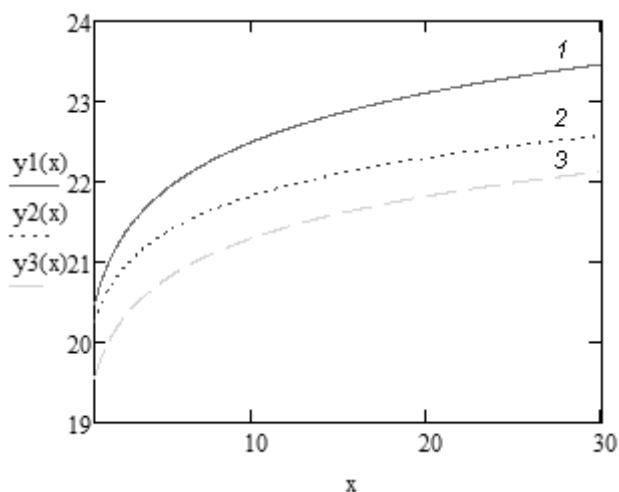


Рис. 1. Теоретическое распределение температур по толщине слоя ( $X$  — число Фурье): 1 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,17$ ; 2 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,5$ ; 3 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,83$

Fig. 1. Design distribution of temperatures over the layer width ( $X$  — the Fournier number): 1 — for the distance from the layer surface  $X=0.17$ ; 2 — for the distance from the layer surface  $X=0.5$ ; 3 — for the distance from the layer surface  $X=0.83$

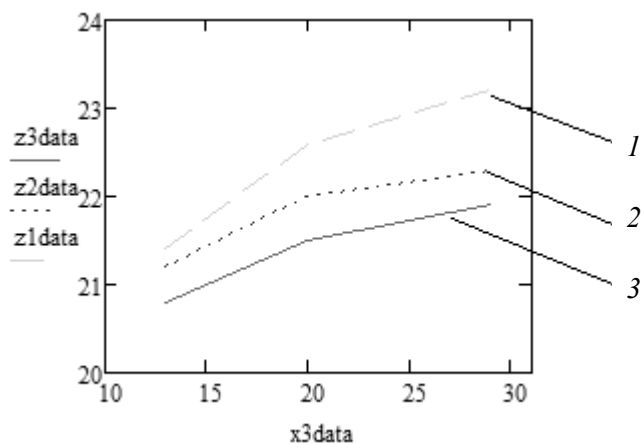


Рис. 2. Экспериментальное распределение температур по толщине слоя ( $X$  — число Фурье): 1 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,17$ ; 2 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,5$ ; 3 — для расстояния от поверхности слоя  $X=0,83$

Fig. 2. Experimental distribution of temperatures over the layer width ( $X$  — the Fournier number): 1 — for the distance from the layer surface  $X=0.17$ ; 2 — for the distance from the layer surface  $X=0.5$ ; 3 — for the distance from the layer surface  $X=0.83$

тических оценок к реальным температурам в насыпи хранящегося пищевого продукта.

Определенный интерес представляет собой сравнение распределений температур в срединной поверхности хранящейся насыпи крахмал- и пектиносодержащего сырья ( $X=0,5$ ), по отношению к распределению на его верхнем уровне (рис. 4). Общее представление об объемном распределении температур показано на рис. 5.

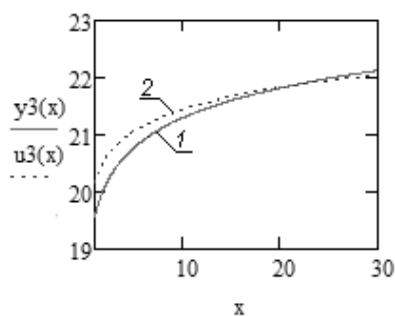


Рис. 3. Распределение температур для слоя  $X=0,83$ : 1 — теоретические значения; 2 — экспериментальные данные (линия тренда)

Fig. 3. The distribution of temperatures for the layer  $X=0.83$ : 1 — design values; 2 — experimental value (trend line)

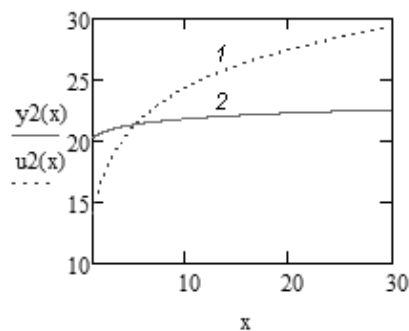


Рис. 4. Распределение теоретических температур по толщине слоя: 1 — при  $X=0,50$ ; 2 — при  $X=0,83$

Fig. 4. The distribution of design temperatures over the layer width: 1 — at  $X=0.50$ ; 2 — at  $X=0.83$

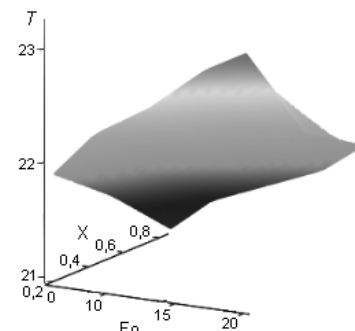


Рис. 5. Характер распределения расчетной температуры по толщине слоя хранящегося сырья, в зависимости от числа Фурье

Fig. 5. The distribution pattern of design temperature over the raw material layer width depending on the Fourier number

Проведенное сравнение аналитических оценок распределения температуры и ее фактическое экспериментальное распределение свидетельствует о достаточно хорошей сходимости результатов. В то же время, необходимость дальнейшего усложнения краевых условий решения уравнений тепломассообмена вытекает, например, из эффектов отраженных на рис. 4. Плотность укладки и скважистость насыпей имеют большое практическое значение при хранении, поскольку самым существенным образом обуславливают аэродинамику потоков воздуха в слое. Это не только влияет на изменение температуры и влажности продукта, но и определяет характер протекающих в нем физиологических процессов, например, таких как дыхание. В межзеренных пространствах, теплоноситель, перемещаясь по скважинам, способствует передаче тепла путем конвекции и местоположению влаги в зерновой массе в виде пара. Именно наличие разветвленной цепи скважин в насыпях делает возможным реализацию важнейших видов их обработки таких, как сушка, активное вентилирование и газация.

## Литература

1. Аттетков А. В., Власов П. А., Волков И. К. Влияние подвижности границы на температурное поле полупространства в нестационарных условиях теплообмена с внешней средой // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75, № 6. С. 172–178.
2. Беляков Н. С., Носоко А. П. Неидеальный тепловой контакт тел при трении. М.: Книжный дом Либроком, 2010. 104 с.
3. Видин Ю. В. Расчет теплопроводности твердых тел при переменных коэффициентах теплоотдачи // Тепломассообмен ММФ — 2000: Труды IV Минского международного форума. Минск, 2000. Т. 3. С. 386–388.
4. Карташов Э. М. Об одном классе интегральных преобразований для обобщенного уравнения нестационарной теплопроводности // Инженерно-физический журнал. 2008. Т. 81, № 1. С. 123–130.
5. Alekseev G. V., Voronenko B. A., Egorova O. A., Leu A. G., Goncharov M. V. Analytical research of heat and mass transfer

## Заключение

В результате проведенного исследования, решена задача, связанная с определением распределения температур по объему насыпи пищевого, крахмал- или пектиносодержащего сырья при его хранении в специализированных силосах. При формулировании краевых условий, максимально соответствующих реальным для хранения, при активном вентилировании выявлена необходимость применения метода интегрального конечного синус-преобразования.

Полученное аналитическое решение может быть предложено для инженерных расчетов процесса хранения крахмал- или пектиносодержащего сырья невысокой влажности при управляемых температурных воздействиях. Решение, учитывающее удельную теплоту дыхания сырья, при сформулированных краевых условиях, дает возможность определить темп охлаждения (нагрева), наименьший удельный расход энергии для поддержания необходимого режима, а также выбрать оптимальное соотношение продолжительностей периодов работы и отключения устройства активного вентилирования.

## References

1. Attetkov A. V., Vlasov P. A., Volkov I. K. Influence of the mobility of the boundary on the temperature field of half-space under unsteady conditions of heat exchange with the external environment. *Engineering Physics Journal*. 2002. V. 75, No. 6. P. 172–178.
2. Belyakov N. S., Nosoko A. P. Non-ideal thermal contact of bodies during friction. Moscow: Book House Librocom, 2010. 104 p. (in Russian)
3. Vidin Yu. V. Calculation of the thermal conductivity of solids with variable heat transfer coefficients. *Heat and Mass Transfer MMF-2000: Proceedings of the IV Minsk International Forum*. Minsk, 2000. V. 3. P. 386–388. (in Russian)
4. Kartashov E. M. On a class of integral transformations for the generalized equation of unsteady heat conduction. *Engineering Physics Journal*. 2008. Vol. 81, No. 1. p. 123–130. (in Russian)
5. Alekseev G. V., Voronenko B. A., Egorova O. A., Leu A. G., Goncharov M. V. Analytical research of heat and mass transfer

- in bulks of food raw materials in the presence of self-heating hearths. В сборнике: JOP Conference Series: Metrological Support of Innovative Technologies. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk. 2020. p. 52038.
6. Меснянкин С. Ю. Контактная теплопроводность и пути ее увеличения // Теплообмен ММФ — 2000: Труды IV Минского международного форума. Минск, 2000. Т. 3. С. 363–366.
  7. Пинскер В. А. Нестационарное температурное поле в полуограниченном теле, нагреваемом круговым поверхностным источником тепла // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 1. С. 127–135.
  8. Алексеев Г. В., Дмитриченко М. И., Гончаров М. В. Ресурсосберегающие направления развития абразивной обработки пищевых материалов. // Технично-технологические проблемы сервиса. 2013. № 4 (26). С. 57–61.
  9. Литвяк, В. В. Морфология крахмала и крахмалопродуктов/ В. В. Литвяк, Н. К. Юркштович, С. М. Бутрим, В. В. Минск: Белорусская наука, 2013. 217 с.
  10. Алексеев Г. В., Мосина Н. А. Абразивная обработка картофеля и овощей с дискретным энергоподводом: монография. Саратов, 2013.
  11. Сазонов В. С. Неидеально-контактная задача нестационарной теплопроводности для двух полупространств // Инженерно-физический журнал. 2008. Т. 81, № 2. С. 373–383.
  12. Alekseev G. V., Voronenko B. A., Verboloz E. I., Romanchikov S. A., Loza A. A. Ball under action of periodic point load // Advances in Engineering Research — 2017, Vol. 133, pp. 36–41
  13. Auf die richtige Auswahl des Gefrierverfahrenskommtesan // Lebensmitteltechnik. 2008. № 10. p. 26–27.
  14. Baehr H. D., Stephan K. // Heat and Mass Transfer. Springer, 2008. 690 p
  15. Belyakov N. Singular Integral Transform for Semi-space with Multi-Layer Coating. Proceedings of 16th ICMP. Prague, 2009. P. 54.
  16. Belyakov N. Singular integral transforms for heat transfer problems in semiinfinite solids with coatings. // J Heat Mass Transfer, 2010, Vol. 46, N 3. 355364.
  17. Belyakov N. Temperature field of solid body, incorporating cylindrical channel with thermally-thin layer under pulse modes of heat exchange with environment // Proc. ICIAM 07. Zurich, 2007. P. 663.
  18. Belyakov N., Nosko A. Generalized Boundary Condition Approach in Heat Transfer Frictional Problems // Proc. World Tribology Congress 2009. Kyoto, 2009. P. 206.
  19. Belyakov N., Nosko A. Heat frictional contact of semi-bounded solids MOTROL 2008. Lublin, 2008. Vol. 10 A. P. 83–91.
  20. Callens A. FrostenmitStickstoff // Lebensmitteltechnik. 2008. No 1–2. p. 48–49.
  21. Debnath L., Bhatta D. Integral transforms and their applications. CRC1. Press, 2007. 700 p.
  - in bulks of food raw materials in the presence of self-heating hearths. В сборнике: JOP Conference Series: Metrological Support of Innovative Technologies. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk. 2020. p. 52038. (in Russian)
  6. Mesnyankin S. Yu. Contact thermal conductivity and ways to increase it. *Heat and mass transfer MMF — 2000: Proceedings of the IV Minsk International Forum*. Minsk, 2000. V. 3. P. 363–366. (in Russian)
  7. Pinsker V. A. Unsteady temperature field in a semi-limited body heated by a circular surface heat source. *Thermophysics of high temperatures*. 2006. Vol. 44, No. 1. p. 127–135. (in Russian)
  8. Alekseev G. V., Dmitrichenko M. I., Goncharov M. V. Resource-saving directions for the development of abrasive processing of food materials. *Technical and technological problems of service*. 2013. No. 4 (26). p. 57–61. (in Russian)
  9. Litvyak, V. V. Morphology of starch and starch products / V. V. Litvyak, N. K. Yurkshtovich, S. M. Butrim, V. V. Minsk: Belarusian Science, 2013. 217 p. (in Russian)
  10. Alekseev G. V., Mosina N. A. Abrasive processing of potatoes and vegetables with a discrete energy supply. Monograph. Saratov, 2013. (in Russian)
  11. Sazonov V. S. The non-ideal contact problem of unsteady heat conduction for two half-spaces. *Engineering Physics Journal*. 2008. Vol. 81, No. 2. P. 373–383. (in Russian)
  12. Alekseev G. V., Voronenko B. A., Verboloz E. I., Romanchikov S. A., Loza A. A. Ball under action of periodic point load. *Advances in Engineering Research*. 2017, Vol. 133, pp. 36–41
  13. Auf die richtige Auswahl des Gefrierverfahrenskommtesan. *Lebensmitteltechnik*. 2008. No. 10. p. 26–27.
  14. Baehr N. D., Stephan K. *Heat and Mass Transfer*. Springer, 2008. 690 p
  15. Belyakov N. Singular Integral Transform for Semi-space with Multi-Layer Coating. Proceedings of 16th ICMP. Prague, 2009. P. 54.
  16. Belyakov N. Singular integral transforms for heat transfer problems in semiinfinite solids with coatings. *J Heat Mass Transfer*, 2010, Vol. 46, N 3. 355364.
  17. Belyakov N. Temperature field of solid body, incorporating cylindrical channel with thermally-thin layer under pulse modes of heat exchange with environment. *Proc. ICIAM 07*. Zurich, 2007. P. 663.
  18. Belyakov N., Nosko A. Generalized Boundary Condition Approach in Heat Transfer Frictional Problems. *Proc. World Tribology Congress 2009*. Kyoto, 2009. P. 206.
  19. Belyakov N., Nosko A. Heat frictional contact of semi-bounded solids MOTROL 2008. Lublin, 2008. Vol. 10 A. P. 83–91.
  20. Callens A. FrostenmitStickstoff. *Lebensmitteltechnik*. 2008. No. 1–2. p. 48–49.
  21. Debnath L., Bhatta D. Integral transforms and their applications. CRC1. Press, 2007. 700 p.

**Сведения об авторах****Алексеев Геннадий Валентинович**

Д. т. н., профессор факультета биотехнологий Университета ИТМО, 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9, gva2003@mail.ru

**Егорова Ольга Алексеевна**

Аспирант факультета биотехнологий Университета ИТМО, 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9, jeerol@list.ru

**Романчиков Сергей Александрович**

Д. т. н., Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А. В. Хрулева, 199034, Санкт-Петербург, наб. Макарова 8, romanchkovspb@mail.ru

**Юхник Иван Петрович**

Аспирант факультета биотехнологий Университета ИТМО, 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9, romanchkovspb@mail.ru

**Information about authors****Alekseev Gennady V.**

D. Sc., Professor of Department of Biotechnology, ITMO University, Russia, 191002, St. Petersburg, Lomonosov st, 9, gva2003@mail.ru

**Egorova Olga A.**

Graduate student of Department of Biotechnology, ITMO University, Russia, 191002, St. Petersburg, Lomonosov st, 9, jeerol@list.ru

**Romanchikov Sergei A.**

D. Sc., Military academy of material support of the general A. V. Khrulev, 199034, Saint-Petersburg, nab. Makarova, 8, romanchkovspb@mail.ru

**Yukhnik Ivan P.**

Graduate student of Department of Biotechnology, ITMO University, Russia, 191002, St. Petersburg, Lomonosov st, 9, romanchkovspb@mail.ru



Международная выставка продуктов питания и напитков

## *InterFood St. Petersburg*

**13–14 апреля 2021 г.**

Выставка продуктов питания и напитков **InterFood St. Petersburg** — эффективная бизнес-площадка для проведения переговоров и заключения контрактов между производителями, поставщиками и представителями предприятий оптовой торговли, независимой и сетевой розничной торговли, а также предприятий общественного питания Северо-Западного региона России, заинтересованными в расширении и обновлении ассортимента продуктов питания и напитков.

### **В фокусе 2021 года представлены разделы:**

➤ **Продукты питания:**

- Кондитерские изделия
- Хлеб и хлебобулочные изделия
- Бакалея, крупы, макаронные изделия
- Мясо и птица, колбасные изделия
- Рыба и рыбные консервы
- Масложировая продукция
- Замороженные продукты и полуфабрикаты
- Консервированные продукты
- Молоко и кисломолочные продукты
- Сыры
- Овощи и фрукты
- Плодовоовощная продукция, мед, орехи, семена

➤ **Напитки:**

- Безалкогольные напитки
- Алкогольные напитки
- Чай
- Кофе

➤ **Здоровое питание**

**Место проведения:**

Санкт-Петербург, Петербургское шоссе,  
64/1, КВЦ "ЭКСПОФОРУМ"

<http://www.interfood-expo.ru/>