

УДК 665.637.73:531.31:678.049.36:664.31

## Решение математической модели концентрирования гексанового раствора технического парафина для получения его пищевой модификации

М. А. МАРЫШЕВА, *д-р техн. наук* И. Ю. АЛЕКСАНИЯН, *д-р техн. наук* А. Х.-Х. НУГМАНОВ<sup>1</sup>,  
*д-р техн. наук* Ю. А. МАКСИМЕНКО, *канд. техн. наук* Л. М. ТИТОВА  
*Астраханский государственный технический университет*

<sup>1</sup>E-mail: albert909@yandex.ru

*Для пектиносодержащих пленочных структур, идущих на производство биоразлагаемых упаковочных материалов и являющимися по своей природе гидрофильными, снизить влияние внешних факторов, в первую очередь влаги, позволит их парафинизация, т. е. нанесение на поверхность пленки тонкого слоя расплавленного пищевого парафина для последующей защиты упакованных пищевых продуктов от воздействия влаги и солнечных лучей. Для рационализации конвективного концентрирования гексанового раствора необходимо подобрать такие режимные параметры, которые позволят не только провести удаление гексана с растворенными в нем токсичными компонентами из объекта исследования в относительно простом аппарате, но и существенно сократить время на этот процесс в рамках температурных ограничений. Последнее условие, ввиду сложности эмпирического определения распределения температуры в тонком слое объекта концентрирования целесообразно осуществить путем решения системы уравнений трансфера тепловой энергии и массы в частных производных, однако можно ограничиться одним уравнением переноса тепловой энергии, используя эмпирические кинетические зависимости, описывающие отведение n-гексана из композиции. Целью исследования явилась адаптация к гексановому раствору парафина и решение модели тепломассопереноса при его концентрировании для исключения вероятности снижения величины его температуры ниже значения возможной предварительной кристаллизации. Реализация модели проведена численно методом конечных разностей. В результате решения найдена интенсивность продвижения температурного фронта по высоте пленки гексанопарафиновой композиции при варьировании доли парафина в процессе ее концентрирования при конвективном подводе к ней тепловой энергии, то есть адаптирована к полученному раствору и решена математическая модель тепломассопереноса при его концентрировании для исключения вероятности снижения величины его температуры ниже значения возможной предварительной кристаллизации. Полученные данные не входят в конфликт с известными результатами других исследователей и могут успешно применяться для оперативного расчета и проектировании обозначенных процессов и агрегатов.*

**Ключевые слова:** гексанопарафиновая смесь, конвективное концентрирование, водоотталкивающие покрытия, парафинизация, пищевой парафин, математическое моделирование, температурные ограничения.

### Информация о статье:

Поступила в редакцию 02.03.2022, одобрена после рецензирования 25.03.2022, принята к печати 28.04.2022

DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-2-77-84

Язык статьи — русский

### Для цитирования:

Марышева М. А., Алексанян И. Ю., Нугманов А. Х.-Х., Максименко Ю. А., Титова Л. М. Решение математической модели концентрирования гексанового раствора технического парафина для получения его пищевой модификации // Вестник Международной академии холода. 2022. № 2. С. 77–84. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-2-77-84

## Solution of a mathematical model for the concentration of a hexane solution of technical paraffin to obtain its food modification

M. A. MARYISHEVA, *D. Sc.* I. YU. ALEXANYAN, *D. Sc.* A. H.-H. NUGMANOV<sup>1</sup>,  
*D. Sc.* YU. A. MAKSIMENKO, *Ph. D.* L. M. TITOVA

*Astrakhan State Technical University*

<sup>1</sup>E-mail: albert909@yandex.ru

*For pectin-containing film structures, which are used for the production of biodegradable packaging materials and are hydrophilic in nature, their paraffinization, i. e., applying a thin layer of molten food paraffin to the surface of the film for subsequent protection of packaged food products from moisture and sunlight, will reduce the influence of external factors, primarily moisture, To rationalize the convective preconcentration of a hexane solution, it is necessary to select such regime*

parameters that will allow not only the removal of hexane with toxic components dissolved in it from the object of study in a relatively simple apparatus, but also significantly reduce the time for the process within temperature restrictions. The latter condition, in view of the complexity of the empirical determination of the temperature distribution in a thin layer of the object of concentration, is advisable to implement by solving the system of equations for the transfer of thermal energy and mass in partial derivatives, however, we can restrict ourselves to one equation for the transfer of thermal energy, using empirical kinetic dependences that describe the removal of n-hexane from the composition. The aim of the study was to adapt paraffin to a hexane solution and solve the model of heat and mass transfer during its concentration in order to exclude the possibility of reducing its temperature below the value of possible preliminary crystallization. The model was implemented numerically by the finite difference method. As a result of the solution, the intensity of the temperature front advancement along the height of the film of the hexanoparaffin composition was found with varying the proportion of paraffin in the process of its concentration with convective supply of thermal energy to it, i. e., it was adapted to the resulting solution and a mathematical model of heat and mass transfer was solved during its concentration to eliminate the likelihood of a decrease in its temperature below the value of possible pre-crystallization. The data obtained do not conflict with the known results of other researchers and can be successfully used for operational calculation and design of the designated processes and units.

**Keywords:** hexanoparaffin mixture, convective preconcentration, water-repellent coatings, paraffinization, edible paraffin, mathematical modeling, temperature restrictions.

#### Article info:

Received 02/03/2022, approved after reviewing 25/03/2022, accepted 28/04/2022

DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-2-77-84

Article in Russian

#### For citation:

Maryisheva M. A., Alexanyan I. Yu., Nugmanov A. H.-H., Maksimenko Yu. A., Titova L. M. Solution of a mathematical model for the concentration of a hexane solution of technical paraffin to obtain its food modification. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2022. No 2. p. 77–84. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-2-77-84

### Введение

Для пектиносодержащих пленочных структур, идущих на производство биоразлагаемых упаковочных материалов и являющимися по своей природе гидрофильными, снизить влияние внешних факторов, в первую очередь влаги, позволит их парафинизация, т. е. нанесение на поверхность пленки тонкого слоя расплавленного пищевого парафина для последующей защиты упакованных пищевых продуктов от воздействия влаги и солнечных лучей. При производстве влагоотталкивающих композиций большое внимание уделяется качеству исходного базового для пищевого парафина, где одним из важных его показателей безопасности является отсутствие в нем канцерогенных ароматических углеводородов. Для рационализации конвективного концентрирования гексанового раствора необходимо подобрать такие режимные параметры, которые позволят не только провести удаление гексана с растворенными в нем токсичными компонентами из объекта исследования в относительно простом аппарате, но и существенно сократить время на этот процесс в рамках температурных ограничений. Последнее условие, ввиду сложности эмпирического определения распределения температуры в тонком слое объекта концентрирования целесообразно осуществить путем моделирования.

Выявление кинетических закономерностей изменения комплекса основных параметров, характеризующих исследуемый раствор во времени его концентрирования позволит получить корректную физико-математическую модель тепло-массообменного процесса, а для того чтобы оценить температуру на поверхности пленочной основы в результате ее парафинизации при температуре ( $T$ ) теплоносителя равной 70 °С необходимо ее решить.

Определить  $T$  в тонком слое гексанопарафиновой композиции в процессе ее концентрирования теоретически можно путем решения системы уравнений трансфера тепловой энергии и массы в частных производных, однако можно ограничиться одним уравнением переноса тепловой энергии, используя эмпирические кинетические зависимости, описывающие отведение н-гексана из композиции [1]–[4].

Моделирование, опираясь на систематизирование опытных данных, в основном, осуществляется путем получения зависимостей в обобщенных переменных, негативные стороны которого общеизвестны [5]–[7], а вот комплексное использование в комплексе теоретических и эмпирических соотношений позволяет получить результат более точно и вместе с тем просто и повысить уровень оперативности его использования в инженерной практике [8, 9].

### Цели и задачи исследования

Целью проводимого исследования явились — адаптация к гексановому раствору парафина и решение модели теплопереноса при его концентрировании для исключения вероятности снижения величины его температуры ниже значения возможной предварительной кристаллизации.

### Методы и модели исследования

Объектами исследования послужили гексанопарафиновая смесь и полученный в результате ее концентрирования пищевой парафин [10, 11].

Математическая модель трансфера тепловой энергии и вещества построена и решена, опираясь на положения и допущения, обоснованные в публикациях [2, 9]. Реализация модели проведена численно методом конечных раз-

ностей, принимая во внимание температурные ограничения, рациональные режимы, кинетические закономерности удаления растворителя, а также комплекс варьируемых в рамках технологических лимитов, характеристик объекта изучения. Итак, соотношение для трансфера тепловой энергии при конвективном ее подводе при одномерной постановке задачи выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial C_{\Pi}} = \frac{a}{\partial C_{\Pi} / \partial \tau} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{r\rho}{c_V}, \quad (1)$$

где  $x$  — координата толщины слоя наносимого раствора, м;  $a$  — температуропроводность раствора, м<sup>2</sup>/с;  $\partial C_{\Pi} / \partial \tau$  — скорость концентрирования, кг/(кг·с), принимая изотропность структурной организации объекта;  $r$  — энергетическая составляющая, обуславливающая фазовое превращение и разрыв растворителя в связанном состоянии с парафиновой основой, Дж/кг, найденная опытным путем;  $\rho$  — плотность раствора, кг/м<sup>3</sup>;  $c_V$  — объемная теплоемкость композиции, Дж/(м<sup>3</sup>·К).

Решением соотношения (1) при заданных условиях на границе фазового раздела будет функционал  $T=f(C_{\Pi}, x)$ . Для упрощения процедуры взятия производной при решении модели величина  $C_r$  была заменена концентрацией парафина в растворе  $C_{\Pi}$ , учитывая формулу их связи  $C_{\Pi}=1-C_r$ .

Граничные условия 2-го рода для теплообмена на поверхности гексанового раствора, контактирующего с теплоносителем, связаны зависимостью:

$$\lambda(C_{\Pi}) \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha(T_{c.a} - T_M), \quad (2)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $T_{c.a}$  — температура теплоносителя при заданном давлении в камере, К;  $T_M$  — температура пленочной основы, К.

Граничные условия 1-го рода при контакте исследуемого раствора с начальной температурой  $T=313$  К, стремящейся экспоненциально к температуре  $T_M$ , более нагретой рабочей поверхности пленочной основы, определяются следующим образом:

$$T_M = 353 - e^{5(C_{\Pi,нач} - C_{\Pi})}, \quad (3)$$

где  $C_{\Pi,нач}$  — исходная и  $C_{\Pi}$  — текущая доли парафина в растворе, кг/кг.

Данные по определению влияния на параметры изучаемой композиции варьируемых факторов, предварительно полученные авторами, дают возможность решить адаптированную к объекту изучения модель с приемлемой погрешностью. В примененном методе конечных разностей функционалы в определенном ареале заменяются на сетчатый вектор, на котором операторы дифференцирования представляются в сетчатой области как конечные разности, то есть разностные аналоги [2, 12, 13].

Метод сеток или конечных разностей известен еще из работ Эйлера, но реальное его применение для решения задач математической физики началось с появлением быстродействующих компьютеров.

При таком подходе производные аппроксимируются в определенной последовательности [2]:

1. Создание в исследуемом ареале сетки с  $n$  узлами.
2. В заданной координатной сетке представляем производные, как конечные разности, трансформируя функциональное соотношение в разностную форму.

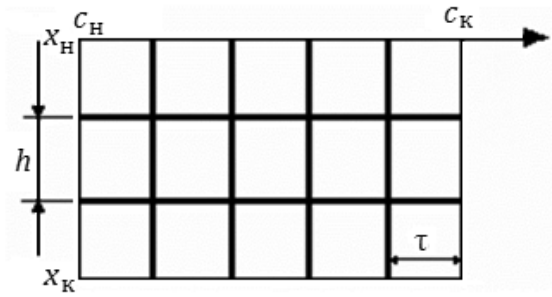


Рис. 1. Сетчатый ареал  
Fig. 1 Reticulated frame

3. Трансформированное соотношение используем для численной связи близлежащих узловых точек.

Для нашего случая приемлемо разделение на сетку  $x$ - $c$  прямоугольного ареала, что проиллюстрировано на рис. 1. При трансформации в ряд Тейлора функции, зависящей от 2-х независимых варьируемых факторов, имеется возможность частную производную заменить на центральное разностное соотношение:

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{f(x_{i+h}, c_j) - f(x_{i-h}, c_j)}{2h}, \quad (4)$$

где  $h$  — шаг по  $x$  от точки  $i$ .

Представим  $t(x_{i+h}, c_j)$  в виде  $t_{i+1,j}$  и при разложении в ряд получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x} &\approx \frac{t_{i+1,j} - t_{i-1,j}}{2h}; \\ \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} &\approx \frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{h^2}; \\ \frac{\partial t}{\partial c} &\approx \frac{t_{i+1,j} - t_{i,j}}{\tau}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\tau$  — шаг по  $c$  от точки  $j$ , а  $t_{i,m}$  — значение функции в узлах близ центральной  $t_{i,j}$ .

Обозначим нахождение коэффициентов при  $t_{i,m}$  и  $t_{i,j}$  в форме вычислительных шаблонов диаграмм, обуславливающих вклад узлов в обозначенную производную. Ячейки сеточного ареала не должны быть лишь квадратными, они формируются и для  $h \neq \tau$ . Складывание производных осуществляют посредством шаблонной суперпозиции (рис. 2) и при процедуре применения конкретного шаблона в каждом из  $n$  узлов получаем систему  $n$  линейных соотношений.

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial c} &\approx \frac{1}{2h} \left\| \begin{matrix} (-1) \leftrightarrow (0) \leftrightarrow (+1) \\ i,j \end{matrix} \right\|; & \frac{\partial t}{\partial c} &\approx \frac{1}{h} \left\| \begin{matrix} (0) \leftrightarrow (+1) \\ i,j \end{matrix} \right\| \\ \frac{\partial t}{\partial x} &\approx \frac{1}{2h} \left\| \begin{matrix} (+1) \\ \updownarrow \\ i,j \ (0) \\ \updownarrow \\ (-1) \end{matrix} \right\|; & \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{h^2} \left\| \begin{matrix} (+1) \\ \updownarrow \\ (-2) \\ \updownarrow \\ (+1) \end{matrix} \right\| \end{aligned}$$

Рис. 2. Расчетные шаблоны  
Fig. 2. Patterns for calculations

В процессе решения соотношения 2-го порядка, как в варианте уравнении переноса тепловой энергии реализуют как явные, так и неявные расчетные схемы, а также схематические решения с повышенной степенью аппроксимации. Явная схематическая организация имеет относительно простую реализацию, но они будут стабильными при  $\gamma = \tau/h^2 \leq 0,5$ . Их считают условно стабильными при незначительном  $h$ . При этом перемещение решения  $y_i^j$  будет малозначимым по причине лимита  $\gamma$  сверху по оси  $c$ , что обуславливает существенное увеличение расчетных процедур в полупространстве. Остальные схематические формы обладают безусловной стабильностью при любом шаге по  $x$  и  $c$ . Как правило, при одномерной задаче предпочитают неявные схематические формы.

В одномерном варианте уравнение в частных производных 2-го порядка выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial t}{\partial c} = a(x, c, t) \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + b(x, c, t) \frac{\partial t}{\partial x} - c(x, c, t)t + f(x, c, t). \quad (6)$$

Причем в отдельных случаях для теплообменных процедур, слагаемые  $b(x, c, t)$  и  $c(x, c, t)$  можно обнулить.

При  $D \equiv \{\alpha \leq x \leq \beta; c_H \leq c \leq c_K\}$  крайними условиями являются:

$$\left. \begin{aligned} t(x, c_H) &= \varphi(x) \alpha \leq x \leq \beta, c_H \leq c \leq c_K \\ \omega_1 t(\alpha, c) + \rho_1 \frac{\partial t}{\partial x}(\alpha, c) &= \varphi_1(c) \\ \omega_2 t(\beta, c) - \rho_2 \frac{\partial t}{\partial x}(\beta, c) &= \varphi_2(c) \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где поставлены определенные ограничения: функции  $a(x, c)$ ,  $b(x, c)$ ,  $c(x, c)$ ,  $f(x, c)$ ,  $\omega_1(\alpha, c)$ ,  $\omega_2(\beta, c)$ ,  $\rho_1(\alpha, c)$ ,  $\rho_2(\beta, c)$ ,  $\varphi_1(c)$ ,  $\varphi_2(c)$  — являются непрерывными в рассматриваемой области, при этом

$$\begin{aligned} a(x, c) &> 0; \quad c(x, c) \geq 0; \\ |\omega_1| + |\rho_1| &\neq 0; \quad |\omega_2| + |\rho_2| \neq 0. \end{aligned}$$

Разностная сетка в области  $D$  имеет вид:

$$\bar{\delta}_{h\tau} = \left\{ \begin{aligned} x_i &= \alpha + ih; \quad c_k = k\tau; \quad i = 0, 1 \dots N; \quad k = 0, 1 \dots N_0. \\ h &= \frac{\beta - \alpha}{N}; \quad \tau = \frac{c_H - c_K}{N_0}. \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где  $N$ ,  $N_0$  — число шагов по  $x$  и  $c$ .

Для любого узла сетки  $\bar{\delta}_{h\tau}$  одномерному соотношению 2-го порядка отвечает разностное соотношение:

$$\begin{aligned} y_i &= 0,5(a^{k+1}y_{xx}^{k+1} + b^{k+1}y_x^{k+1} - c^{k+1}y^{k+1} + f^{k+1}) + \\ &+ 0,5(a^k y_{xx}^k + b^k y_x^k - c^k y^k + f^k), \end{aligned} \quad (9)$$

со вторым порядком аппроксимации, т. е.  $\|\psi\| = 0(\tau^2 + h^2)$ , где

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{y_i^{k+1} - y_i^k}{\tau}; \quad y_x^{k+1} = \frac{y_{i+1}^{k+1} - y_{i-1}^{k+1}}{2h}; \\ y_{xx}^{k+1} &= \frac{y_{i+1}^{k+1} - 2y_i^{k+1} + y_{i-1}^{k+1}}{h^2}. \end{aligned}$$

Состояние на границе изучаемого ареала описывается с погрешностью до  $0(h^2)$ :

$$y_i^0 = \varphi_i; \quad i = 0, 1, 2 \dots N;$$

$$\begin{cases} \omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_{x,0}^{k+1} = \psi_{1,0}^{k+1} \\ \omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_{x,N}^{k+1} = \psi_{2,0}^{k+1} \end{cases}$$

Трансформируем разностное соотношение в индексную форму:

$$\begin{aligned} &\frac{\tau}{2h} \left( \frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) y_{i-1}^{k+1} + \left[ 1 + \tau \left( \frac{c_i^{k+1}}{2} + \frac{a_i^{k+1}}{h^2} \right) \right] y_i^{k+1} - \\ &- \frac{\tau}{2h} \left( \frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) y_{i+1}^{k+1} = y_i^k + \frac{\tau}{2} \times \\ &\times \left[ \begin{aligned} &f_i^{k+1} + f_i^k + \frac{1}{h} \left( \frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{2} \right) y_{i-1}^k - \\ &- \left( c_i^k + \frac{2a_i^k}{h^2} \right) y_i^k + \frac{1}{h} \left( \frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{2} \right) y_{i+1}^k \end{aligned} \right]; \end{aligned} \quad (10)$$

$i = 1, 2, \dots, N-1; k = 0, 1, \dots, N_0-1$ .

Для границы сетки имеем:

$$2h\omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_1^{k+1} - \rho_1 y_{-1}^{k+1} = 2h\psi_1 c_{k+1}; \quad (11)$$

$$2h\omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_{N-1}^{k+1} - \rho_2 y_{N+1}^{k+1} = 2h\psi_2 c_{k+1}. \quad (12)$$

Или для рассматриваемого случая, используя 2-х точечный шаблон, получаем:

$$h\omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_0^{k+1} - \rho_1 y_{-1}^{k+1} = h\psi_1 c_{k+1}; \quad (13)$$

$$h\omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_N^{k+1} - \rho_2 y_{N+1}^{k+1} = h\psi_2 c_{k+1}; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a_i^k &= a(x_i, c_k); \quad b_i^k = b(x_i, c_k); \quad c_i^k = c(x_i, c_k); \quad f_i^k = f(x_i, c_k); \\ \rho_1 &= f(x_H, c_k); \quad \rho_2 = a(x_K, c_k); \quad \psi_1 = f(c_k); \quad \psi_2 = f(c_k). \end{aligned}$$

При этом подобно получим соотношения и для строчки  $(k+1)$ . На каждой строке  $k$  соотношение решаем прогонным способом.

Последовательность решения уравнения по неявной расчетной схеме будет следующей:

1. Вычисляем:

$$y_i^0 = \varphi(x_i, c_H); \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

2. На любой строке  $k = 0, 1, \dots, N_0-1$  определяем по рекуррентным выражениям коэффициенты прогонки:

$$p_{i,k+1} = -\frac{c_{i,k+1}}{A_{i,k+1} \cdot p_{i-1,k+1} + B_{i,k+1}};$$

$$q_{i,k+1} = -\frac{D_{i,k+1} - A_{i,k+1} \cdot q_{i-1,k+1}}{A_{i,k+1} \cdot p_{i-1,k+1} + B_{i,k+1}},$$

для  $i = 1, 2, \dots, N-1$ ;

$$p_{0,k+1} = -\frac{\rho_1 (A_{0,k+1} + c_{0,k+1})}{2h \cdot A_{0,k+1} \omega_1 + B_{0,k+1} \rho_1};$$

$$q_{0,k+1} = -\frac{2h \cdot A_{0,k+1} \psi_{1,k+1} + D_{0,k+1} \rho_1}{2h \cdot A_{0,k+1} \omega_1 + B_{0,k+1} \rho_1},$$

где

$$A_{i,k+1} = \frac{\tau}{2h} \left( \frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right);$$

$$B_{i,k+1} = \left[ 1 + \tau \left( \frac{c_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) \right];$$

$$C_{i,k+1} = -\frac{\tau}{2h} \left( \frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right);$$

$$D_{i,k+1} = y_i^k + \frac{\tau}{2} \times \left[ \begin{aligned} & f_i^{k+1} + f_i^k + \frac{1}{h} \left( \frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{h} \right) y_{i-1}^k - \\ & - \left( c_i^k + \frac{2a_i^k}{h^2} \right) y_i^k + \frac{1}{h} \left( \frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{h} \right) y_{i+1}^k \end{aligned} \right].$$

3. Рассчитываем величины:

$$y_i^{k+1} = p_{i,k+1} y_{i+1}^{k+1} + q_{i,k+1}; \quad i = N-1, N-2 \dots 2, 1, 0,$$

при этом:

$$y_N^{k+1} = \frac{2h \cdot c_{N,k+1} \Psi_{2,k+1} + \rho_2 [D_{N,k+1} - q_{N-1,k+1} (A_{N,k+1} + C_{N,k+1})]}{2h \cdot c_{N,k+1} \omega_2 + \rho_2 [B_{N,k+1} - p_{N-1,k+1} (A_{N,k+1} + C_{N,k+1})]},$$

и таким образом действуем пока не пройдем определенное количество шагов по *c*.

Опираясь на граничные условия ареала, получаем:

$$y_{-1}^{k+1} = \frac{1}{\rho_1} (h\omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_0^{k+1} - h\Psi_1(c_{k+1})); \quad (15)$$

$$y_{N+1}^{k+1} = \frac{1}{\rho_2} (h\omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_N^{k+1} - h\Psi_2(c_{k+1})). \quad (16)$$

В варианте, когда на конкретной глубине *x* слоя высотой *l* источник тепла в объеме слоя незначителен  $\omega_V(l) < \omega_V(l)_{\min} = 10^m$  (Вт/м<sup>3</sup>), его включают в граничное условие, принимая, что  $\omega_V(x_i) > \omega_V(0)$ . При условии, что  $\omega_V(x_i) > \omega_V(x_i)_{\min}$ , то  $\omega_V(x_i)$  включается в само соотношение для трансфера тепловой энергии.

Для достижения поставленной цели необходимо определить функции *a* (*x*, *c*), *b* (*x*, *c*), *c* (*x*, *c*), *f* (*x*, *c*),  $\omega_1$  (*a*, *c*),  $\omega_2$  (*b*, *c*),  $\rho_1$  (*a*, *c*),  $\rho_2$  (*b*, *c*),  $\varphi_1$  (*c*),  $\varphi_2$  (*c*) и краевые условия.

Искомое уравнение решено посредством программного продукта Mathcad Professional при определенных технологических ограничениях. В результате решения найдена интенсивность продвижения температурного фронта по высоте пленки гексанопарафиновой композиции при варьировании доли парафина в процессе ее концентрирования при конвективном подводе к ней тепловой энергии. Как уже отмечалось, все входящие в вышеприведенные уравнения параметры были определены авторами в предыдущих исследованиях.

### Результаты и их обсуждение

На рис. 3, 4 и 5 приведена интенсивность трансфера температурного фронта по глубине слоя композиции и доле парафина в ней, полученная в результате решения математической модели (1) при граничных условиях (2) и (3) посредством вышеописанного алгоритма, включающего формулы (4...16), варьируемой в течении операции для слоя концентрируемого раствора 1,5 мм, с температурами пленочной основы 40 °С, 60 °С и 70 °С.

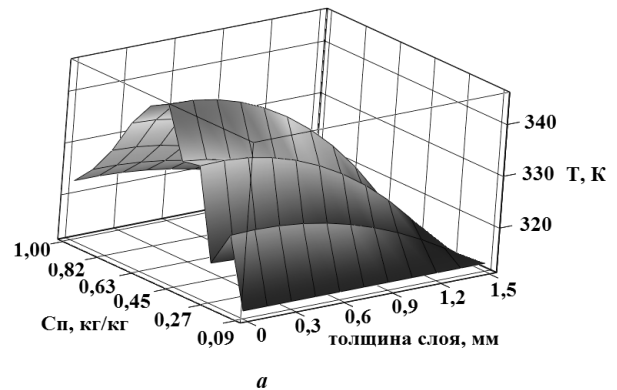
Из полученных трехмерных графиков видно, что при любой концентрации парафина в растворе существу-

ют температурные перепады, вследствие инерционности переноса тепловой энергии по объему объекта исследования. Анализ результатов решения математической модели конвекционного концентрирования гексанового раствора показал, что наиболее рациональным условием проведения этого процесса является 2-ой вариант, при котором температура пленочной основы предварительно нагрета до 60°С. Более наглядно это видно на рис. 6.

Как видно из рис. 6 рассчитанное распределение среднеобъемной температуры в течение всего процесса находится в необходимом температурном интервале 60...65 °С, необходимом для сохранения парафинового материала в расплавленном состоянии. Из этого следует, что рекомендованные режимные параметры при реализации концентрирования гексанопарафиновой композиции при конвективном подводе тепловой энергии могут быть использованы для практического внедрения при выработке водоотталкивающих пищевых упаковок.

### Заключение

Таким образом, адаптирована к полученному раствору и решена математическая модель тепломассопереноса при его концентрировании для исключения вероят-



начальная температура раствора

313	326.09	319.18	336.45	335.79	345.28	343.43	338.58	331.77	326.58	322.87
313	326.25	318.94	336.56	335.23	345.12	342.89	338.3	331.54	326.5	322.86
313	326.08	318.6	336.16	334.24	344.34	341.74	337.54	330.92	326.15	322.62
313	325.58	318.14	335.26	332.81	342.94	339.98	336.3	329.9	325.53	322.15
313	324.74	317.58	333.83	330.95	340.92	337.6	334.6	328.48	324.65	321.44
313	323.56	316.92	331.87	328.67	338.25	334.63	332.43	326.66	323.5	320.5
313	322.04	316.17	329.34	326.02	334.9	331.09	329.76	324.47	322.09	319.33
313	320.16	315.34	326.22	323.04	330.79	327.05	326.55	321.94	320.37	317.96
313	317.93	314.46	322.45	319.79	325.84	322.59	322.75	319.12	318.33	316.4
313	315.34	313.53	317.98	316.35	319.93	317.83	318.26	316.1	315.89	314.72
313	312.37	312.6	312.74	312.84	312.9	312.93	312.96	312.97	312.98	312.99

температура пленочной основы, К

Рис. 3. Трансформация полей температур в течение процесса концентрирования гексанового раствора, толщиной 1,5 мм и температурой пленочной основы 40 °С: а — графическая интерпретация; б — численный результат решения модели

Fig. 3. Temperature filed transformations during concentrating hexane solution, with the thickness being 1.5 mm and the temperature of the film base being 40 °С: а — graphic interpretation; б — numerical result of solving the model

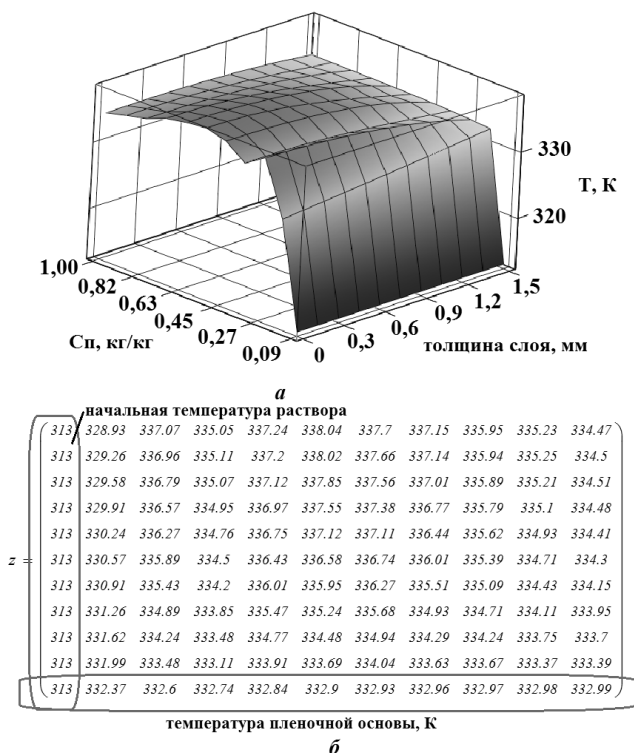


Рис. 4. Трансформация полей температур в течение процесса концентрирования гексанового раствора, толщиной 1,5 мм и температурой пленочной основы 60 °С: а — графическая интерпретация; б — численный результат решения модели

Fig. 4. Temperature filed transformations during concentrating hexane solution, with the thickness being 1.5 mm and the temperature of the film base being 60 °C: a — graphic interpretation; б — numerical result of solving the model

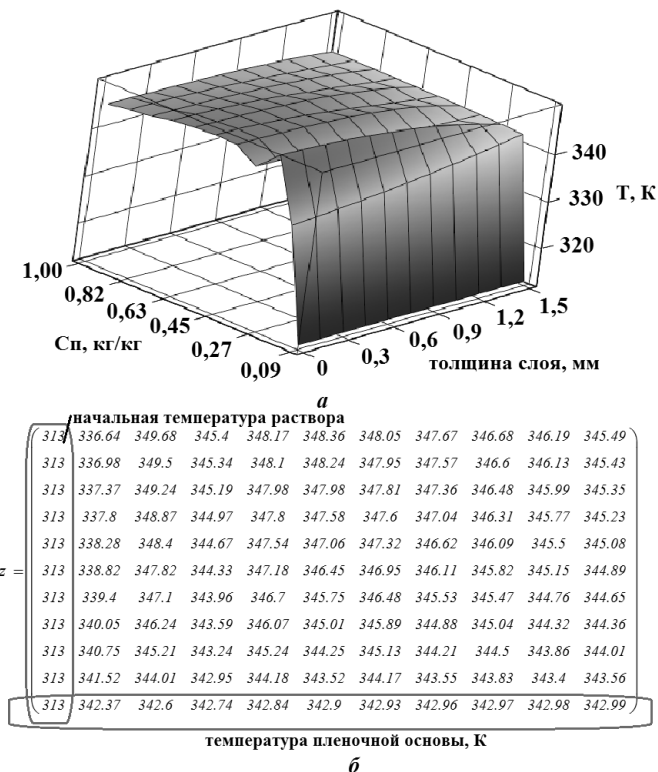


Рис. 5. Трансформация полей температур в течение процесса концентрирования гексанового раствора, толщиной 1,5 мм и температурой пленочной основы 70 °С: а — графическая интерпретация; б — численный результат решения модели

Fig. 5. Temperature filed transformations during concentrating hexane solution, with the thickness being 1.5 mm and the temperature of the film base being 70 °C: a — graphic interpretation; б — numerical result of solving the model

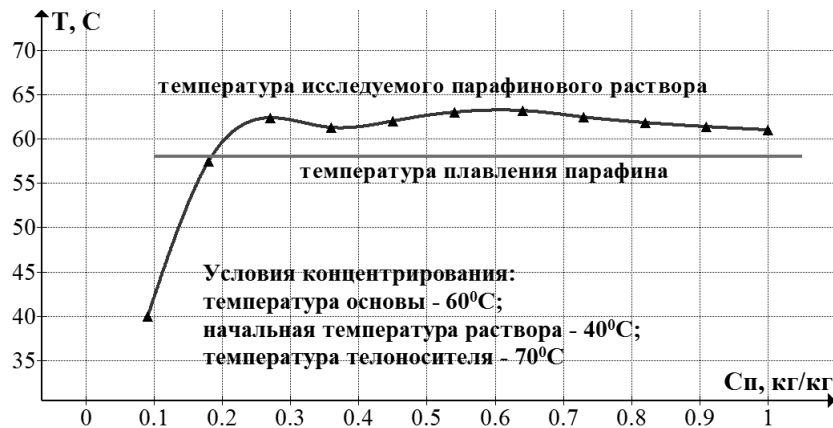


Рис. 6. Изменение температуры гексанового раствора в течение процесса его концентрирования, толщиной 1,5 мм и температурой пленочной основы 60 °С

Fig. 6. Changes of hexane solution temperature during its concentrating, with the thickness being 1.5 mm and the temperature of the film base being 60 °C

ности снижения величины его температуры ниже значения возможной предварительной кристаллизации. Полученные данные и зависимости адекватны опытным результатам, что обусловлено статистической обработкой замеров и приводят к заключению о том, что выбранные рациональные режимы концентрирования не приводят

к нарушению температурных ограничений. Кроме того, они не входят в конфликт с известными результатами других исследователей, подтверждены экспериментально и следственно могут успешно применяются для оперативного расчета и проектировании обозначенных процессов и агрегатов.

## Литература

## References

1. Бурдо О. Г., Ружницкая Н. В., Резниченко Т. А., Резниченко Д. Н. Моделирование процесса концентрирования пищевых растворов в микроволновом вакуумвыпарном аппарате // Научные труды Одесской национальной академии пищевых технологий. 2017. Т. 81. № 1. С. 153–157.
2. Алексанян И. Ю., Максименко Ю. А., Нугманов А. Х.-Х., Титова Л. М. Математические методы численного решения научно-технических задач. Астрахань: АГТУ, 2020. 148 с.
3. Харьков В. В., Николаев А. Н. Численное моделирование тепло- и массообмена в процессе концентрирования термолабильных растворов в закрученном потоке // Ползуновский вестник. 2017. № 1. С. 30–34.
4. Антипов С. Т., Овсянников В. Ю., Кондратьева Я. И., Корчинский А. А. Моделирование тепло- и массообмена в процессах концентрирования жидких сред вымораживанием: монография. Воронеж: ВГУИТ, 2019. 150 с.
5. Лыков А. В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 471с.
6. Закгейм А. Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов. М.: Химия, 1973. 223 с.
7. Коган В. Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии. Л.: Химия, 1977. 592 с.
8. Алексанян И. Ю. Развитие научных основ процессов высокоинтенсивной сушки продуктов животного и растительного происхождения: специальность 05.18.12 «Процессы и аппараты пищевых производств»: автореф. дис.... докт. техн. наук. М., 2001. 52 с.
9. Алексанян И. Ю. Физико-математическая модель процесса комбинированной сушки продуктов в различном агрегатном состоянии и численно-аналитический метод расчета эволюции полей температур, давлений и определения коэффициентов потенциалопродности и молярного переноса пара с учетом динамики обезвоживания на основе аппроксимации кривых кинетики сушки // Труды второй Международной научно-практической конференции «Современные энергосберегающие тепловые технологии (сушка и тепловые процессы) СЭТТ-2005». Москва, 2005. Т. 1. С. 175–179.
10. Иванова И. К. Сравнение кинетических параметров растворения в различных углеводородах нефтяных парафинов и промышленных асфальтосмолопарафиновых отложений парафинового типа // Фундаментальные исследования. 2014. № 11–5. С. 1028–1031.
11. Баталина Л. С., Сафин В. А., Вищуренко А. А., Бурюкин Ф. А., Ваганов Р. А. Исследование растворимости асфальто-смоло-парафиновых отложений нефтяных резервуаров в технических растворителях // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 3–2. С. 125–129.
12. Majumdar P. Computational methods for heat and mass transfer. Taylor & Francis Group, New York, U. S. 2005.
13. Cengel Y., Ghajar A. Heat and mass transfer fundamentals and applications. McGraw-Hill, New York. 2011.
4. Burdo O. G., Ruzhitskaya N. V., Reznichenko T. A., Reznichenko D. N. Modeling the process of concentrating food solutions in a microwave evaporator. *Scientific works of the Odessa National Academy of Food Technologies*. 2017. V. 81. No. 1. pp. 153–157.
2. Aleksanyan I. Yu., Maksimenko Yu. A., Nugmanov A. Kh.-Kh., Titova L. M. Mathematical methods for the numerical solution of scientific and technical problems. Astrakhan: ASTU, 2020. 148 p.
3. Kharkov V. V., Nikolaev A. N. Numerical modeling of heat and mass transfer during the concentration of thermolabile solutions in a swirling flow. *Polzunovskiy Vestnik*. 2017. No. 1. pp. 30–34.
4. Antipov S. T., Ovsyannikov V. Yu., Kondratieva Ya. I., Korchinsky A. A. Modeling of heat and mass transfer in the processes of concentration of liquid media by freezing: monograph. Voronezh: VGUIT, 2019. 150 p.
5. Lykov A. V. drying theory. M.: Energy, 1968. 471 p.
6. Zakgeim A. Yu. Introduction to the modeling of chemical-technological processes. Moscow: Chemistry, 1973. 223 p.
7. Kogan V. B. Theoretical foundations of typical processes of chemical technology. L.: Chemistry, 1977. 592 p.
8. Aleksanyan I. Yu. Development of the scientific foundations of the processes of high-intensity drying of products of animal and vegetable origin: specialty 05.18.12 «Processes and apparatus of food production»: abstract of the thesis. dis....doc. tech. Sciences. M., 2001. 52 p.
9. Aleksanyan I. Yu. Physical and mathematical model of the process of combined drying of products in various aggregate states and a numerical-analytical method for calculating the evolution of temperature fields, pressures and determining the coefficients of potential conductivity and molar vapor transfer, taking into account the dynamics of dehydration based on the approximation of drying kinetics curves. *Proceedings of the Second International Scientific and Practical Conference «Modern energy-saving thermal technologies (drying and thermal processes) SETT-2005»*. Moscow, 2005. Vol. 1. pp. 175–179.
10. Ivanova I. K. Comparison of the kinetic parameters of dissolution in various hydrocarbons of petroleum paraffins and commercial asphalt-resin-paraffin deposits of paraffin type. *Fundamental research*. 2014. No. 11–5. pp. 1028–1031.
11. Batalina L. S., Safin V. A., Vishchurenko A. A., Buryukin F. A., Vaganov R. A. Study of the solubility of asphalt-resin-paraffin deposits of oil reservoirs in technical solvents. *Sovremennyye naukoemkie tekhnologii*. 2019. No. 3–2. pp. 125–129.
12. Majumdar P Computational methods for heat and mass transfer. Taylor & Francis Group, New York, U. S. 2005.
13. Cengel Y., Ghajar A. Heat and mass transfer fundamentals and applications. McGraw-Hill, New York. 2011.

## Сведения об авторах

## Information about authors

**Марышева Марина Александровна**

Старший преподаватель кафедры «Технологические машины и оборудование» Астраханского государственного технического университета, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, vjyuvfhbyf@mail.ru

**Maryisheva Marina A.**

Senior Lecturer of Department of Technological Machines and Machinery, Astrakhan State Technical University, 414056, Russia, Astrakhan, Tatischev St., 16, vjyuvfhbyf@mail.ru

**Алексаян Игорь Юрьевич**

Д. т. н., профессор кафедры «Технологические машины и оборудование» Астраханского государственного технического университета, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, albert909@yandex.ru

**Aleksanyan Igor Y.**

D. Sc., Professor of Department of Technological Machines and Machinery of Astrakhan State Technical University, 414056, Russia, Astrakhan, Tatishchev St., 16, albert909@yandex.ru

**Нугманов Альберт Хамед-Харисович**

Д. т. н., профессор кафедры «Технологические машины и оборудование» Астраханского государственного технического университета, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, albert909@yandex.ru

**Nugmanov Albert H.-H.**

D. Sc., Professor of Department of Technological Machines and Machinery of Astrakhan State Technical University, 414056, Russia, Astrakhan, Tatishchev St., 16, albert909@yandex.ru

**Максименко Юрий Александрович**

Д. т. н., зав. кафедрой «Технологические машины и оборудование» Астраханского государственного технического университета, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, amxs1@yandex.ru

**Maksimenko Yuriy A.**

D. Sc., Head of Department of Technological Machines and Machinery of Astrakhan State Technical University, 414056, Russia, Astrakhan, Tatishchev St., 16, amxs1@yandex.ru

**Титова Любовь Михайловна**

К. т. н., доцент кафедры «Технологические машины и оборудование» Астраханского государственного технического университета, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, titovalybov@mail.ru

**Titova Lyubov M.**

Ph. D., Assistant Professor of Department of Technological Machines and Machinery of Astrakhan State Technical University, 414056, Russia, Astrakhan, Tatishchev St., 16, titovalybov@mail.ru



Статья доступна по лицензии

Creative Commons «Attribution-NonCommercial»



## XIII Международная специализированная выставка 4 – 7 октября 2022 г.

Уникальный отраслевой проект, способствующий комплексному решению проблем энергетики в промышленности и ЖКХ, инфраструктурного развития территорий, энерго- и экологической безопасности.

**Тематики выставки:**

- Энергоэффективность и энергосбережение при транспортировке энергетических ресурсов и выработке тепловой и электрической энергии.
- Энергосберегающие технологии в инженерных системах промышленных предприятий, зданий и сооружений.
- Энергоэффективное оборудование, устройства, изделия и материалы.
- Ресурсосберегающее ведение строительно-монтажных работ.
- Обеспечение безопасности при транспортировке, хранении и использовании топливно-энергетических ресурсов. Промышленная безопасность и экология.
- Учет и мониторинг энергосбережения и потребления топливно-энергетических ресурсов.
- Автоматизированные системы управления технологическими процессами в промышленности, энергетике и в сфере потребления ТЭР.
- Диагностика. Неразрушающий контроль.
- Возобновляемые источники энергии (ВИЭ).
- Альтернативные источники энергии (АИЭ).
- Переработка и утилизация промышленных и бытовых отходов.
- Светотехника.

**Место проведения:**

Санкт-Петербург, Петербургское шоссе, 64/1, КВЦ "Экспофорум"  
Бесплатный трансферный автобус от станции метро "Московская"

**Организатор выставки:**

ООО "ФАРЭКСПО"

<https://energysaving-expo.ru/>