УДК 536.12:626:627

Аналитическое представление температурного профиля морского льда в весенне-летний период на северном морском пути

Д-р техн. наук И. А. ВЕПРИНЯК¹, канд. техн. наук С. В. КОШКИН²

¹veprenyak1@mail.ru, ²sergey. koshkin1950@yandex.ru

Военный институт (ЖДВ и ВОСО) Военной академии МТО им. генерала А. В. Хрулева

В статье рассмотрена задача аналитического представления профиля температуры (распределения по толщине) морского льда. Проведено обсуждение вопросов аналитического обобщения в виде непрерывной функции, зависящей от средней температуры льда, статистических данных по температуре на дискретных горизонтах наблюдений. Проведено изучение проблем, связанных с особенностями формы представления статистических данных, таких как: приведение их к конкретной толщине льда; определение температуры на нижней поверхности льда; аналитического учета поправок на отличие фактических толщин льда и снежного покрова на нем от «стандартных duanaзонов значений», определенных по результатам наблюдений. В работе приведены качественные и количественные характеристики изменения температуры морского льда по его толщине. Сведения о температуре морского льда даны применительно к дрейфующим льдам Северного морского пути Российской Федерации в весенне-летний навигационный период. Предложены формулы для определения профиля температуры по толщине льда позволяющие уточнять его физико-механические характеристики в решении задач взаимодействия с судами и гидротехническими сооружениями.

Ключевые слова: морской лед, температура на горизонтах, снежный покров.

Информация о статье:

Поступила в редакцию 27.10.2022, одобрена после рецензирования 08.11.2022, принята к печати 15.11.2022 DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-4-68-75

Язык статьи — русский

Для цитирования:

Веприняк И. А., Кошкин С. В. Аналитическое представление температурного профиля морского льда в весенне-летний период на северном морском пути // Вестник Международной академии холода. 2022. № 4. С. 68–75. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-4-68-75

Analytical presentation of sea ice's temperature profile in spring-summer period on the northern sea route

D. Sc. I. A. VEPRINYAK¹, Ph. D. S. V. KOSHKIN²

¹veprenyak1@mail.ru, ²sergey. koshkin1950@yandex.ru

Military Institute (Railway Troops and Military Communications) of the Military academy of logistics named after army general A. V. Khrulev

This paper is devoted to the issue of analytical representation of the temperature profile (thickness distribution) of sea ice. Questions of analytical generalization in the form of a continuous function depending on the average ice temperature, statistical data on temperature at discrete observation horizons are discussed. The following issues are discussed related to the peculiarities of the presentation of statistical data: bringing them to a specific ice thickness; determination of the temperature on the lower surface of the ice with the exclusion of the «openwork» layer that does not have mechanical strength; the actual thickness of ice and snow cover on it from the «standard ranges of values» determined from the results of observations. The work presents the qualitative and quantitative characteristics of changes in the sea ice temperature over its thickness. Information on the sea ice temperature is given in relation to drifting ice of the Northern Sea Route of the Russian Federation in the spring-summer navigation period. Formulas are given for determining the temperature profile over the thickness of the ice, which make it possible to specify its physical and mechanical characteristics in solving problems of interaction with ships and hydraulic engineering objects.

Keywords: sea ice, temperature on the horizons, snow cover.

Article info: Received 27/10/2022, approved after reviewing 08/11/2022, accepted 15/11/2022 DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-4-68-75 Article in Russian

For citation:

Veprinyak I. A., Koshkin S. V. Analytical presentation of sea ice's temperature profile in spring-summer period on the northern sea route. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2022. No 4. p.68–75. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-4-68-75

Введение

Для современных методов расчета взаимодействия гидротехнических сооружений и судов с морским льдом характерен переход от среднеинтегральных по толщине физико-механических характеристик морского льда к конкретному послойному (по горизонтам) их учету [1]. Определения прочностных характеристик льда базируется на теоретических моделях пористого тела [2], где параметрами являются объемное содержание рассола во льду или его пористость [2]–[4]. Оба параметра связаны с температурой льда и соленостью льда на конкретном горизонте.

Температурный профиль T(Z) морского льда в течение года претерпевает значительные изменения (рис. 1) [5], связанные с изменением температуры наружного воздуха, толщины самого льда и снежного покрова на нем, а также фазовыми переходами. Указанные на рис. 1 римские цифры I, II, ..., XII, соответствуют нумерации месяцев года. С математической точки зрения профиль T(Z) является монотонной функцией с изменением кривизны и ее знака в течение года.

Целью исследования является разработка способа представления (описания) температурного профиля морского льда, адаптированного к инженерной практике. Для выполнения этого необходимо последовательно решить следующие задачи: выбрать методологическую и физическую основу, на которой будет базироваться разрабатываемый способ; аналитически обобщить исходные результаты; получить удобные конечные формулы для температуры льда с их последующим анализом.

Постановка и решение задачи

Аналитическое определение T(Z) возможно из решения уравнения теплопроводности для неограниченной пластины постоянной толщины при постоянных теплофизических характеристиках льда [2]. Пластина подвержена тепловыми потоками с обеих сторон. При учете изменения строения льда по его толщине-переходе к конжеляционному льду и учете снежного покрова на нем, расчет температуры T(Z) сводится уже к трехслойной пластине. В инженерных (практических) способах расчета решение теоретических задач мало оправдано.

В качестве очевидной попытки нелинейного задания температурного профиля T(Z) является ее аппроксимация квадратичной параболой с заданными температурами на верхней T(0) и нижней T(H) поверхностях льда и нор-

мировкой по средней температуре $\int_0^H T(Z) dZ = \overline{T} \cdot H$. В этом случае температурный профиль описывается функцией

$$T(Z) = 3(T(0) + T(H) - 2\overline{T}) \left(\frac{Z}{H}\right)^{2} +$$

$$+2(3\overline{T} - 2T(0) - T(H)) \frac{Z}{H} + T(0),$$
(1)

где Z определяет горизонт (координату) слоя льда, отсчитываемую сверху вниз.

Температура верхней поверхности льда определяется из решения линейного уравнения теплопроводности [6]:

$$T(0) = (\overline{T}_{\rm B} - T(H)) \cdot \frac{H / \lambda_{\rm T}}{\frac{1}{a_{\rm T}} + \frac{H}{\lambda_{\rm T}} + \frac{h_{\rm c}}{\lambda_{\rm c}}}$$

Ее связывают со средней температурой воздуха $\overline{T}_{\rm B}$ коэффициентами теплопроводности λ_n , λ_c льда и снега, соответственно. Коэффициент теплопередачи $a_{\rm T} = k \cdot v$ учитывает конвентивный теплообмен на границе лед–воздух при ветре v, м/с, а табличный коэффициент k изменяется в пределах 7,12...6,27 при повышении температуры $\overline{T}_{\rm B}$ с –40 до 0 °C [6].

Температура нижней поверхности льда определяется по океанографическим таблицам [7], как T(H) = -0.057S и при солености воды S = 30...33 % будет T(H) = -1.71... - 1.81 °C.

Необходимо отметить, что эти значения T(H) являются первым членом более сложной полиноминальной формулы для определения температуры замерзания морской воды и относятся к началу ледообразования, по данным В. В. Лаврова [8] в период ледостава T(H) = -1,5...-1,9 °C, а в устьях рек повышается до -0,5 °C.

Расчеты температурного профиля осенне-зимнего льда с использованием (1) хорошо согласуются с практической фиксацией T(Z). В частности, переход от выпуклого к вогнутому типу профиля T(Z) произойдет при достижении температуры на верхней поверхности льда значения $T(0) \approx 2\overline{T} + 1,5$ °C.

Для весенне-летнего навигационного периода (майсентябрь) на Северном морском пути использование (1)



Рис. 1. Изменение температуры морского льда по горизонтам в течение года

Fig. 1. Sea ice temperature changes along the horizons during the year



Puc. 2. Статистические коэффициенты a и b в формуле (2) по горизонтам льда Fig. 2. Statistical coefficients a and b in formula (2) along the ice horizons

приводит к меньшей точности определения T(Z). К настоящему времени накоплен значительный объем наблюдений за температурой льда дрейфующими станциями Северный полюс и в экспедиционном плавании. Обобщение этих данных произведено С. С. Чиковским [9]. Были получены уравнения связи для горизонтов льда Z=0; 10; 25; 50...175 см в виде уравнения (2), для толщины льда H > 1,5 м и высоте снежного покрова на нем $h_c=0,1...0,6$ м.

$$T_0(Z) = a(\overline{T}, Z) + b(Z).$$
⁽²⁾

Изменение параметров *а* и *b* уравнения (2) приведены на рис. 2 [9].

Проверка полученного уравнения (2) была произведена в работе [9] по независимым результатам наблюдений на побережье Карского и Восточно-Сибирских морей в объеме ~300 сравнений. Она показала, что при точности 10%, обеспеченность (2) изменяется от 80% для горизонтов Z=0 и 10 см до 90% для более глубоких слоев льда. Кроме того, определены поправки на изменение толщины фактической толщины льда $\Delta H = H - H_0$ от начальной базовой и соответствующее изменение толщины снега Δh_c .

Окончательная структура формулы для определения температуры льда, по данным С. С. Чиковского [9], может быть сведена к виду

$$T(Z) = T_0(Z,\bar{T}) - 10 \cdot \Delta T_0(Z,\bar{T}) \Delta H - -10 \cdot \Delta T_c(Z,\bar{T}) \Delta h_c,$$
(3)

где поправки ΔT_0 и ΔT_c обобщены в таблицах [9], а ΔH и Δh определяются в метрах.

Анализ показывает, что представление T(Z) в форме (3), есть ничто иное, как разложение функции T(Z) в ряд Тэйлора в окрестности значения T_0 с учетом только первых членов разложения.

К сожалению, непосредственное использование (2) и (3) проблематично. Неопределённость базовой толщины льда H_0 приводит к тому, что для толщины H_0 =1,75 температура нижней поверхности, согласно (1), T_0 (1,75)=-3,2...-1,45 °C, при изменении \overline{T} от -6 до -1 °C. Все это заставляет подвергнуть дополнительному анализу и обработке данные С. С. Чиковского.

Анализ параметров *a* и *b* в уравнении (2). Конкретизация базовой толщины льда *H*₀

Наиболее достоверными являются измерения температуры льда вблизи его поверхности. На более глубоких горизонтах погрешность возрастает, что связано с техникой измерений путем «бурения». Исключая значения *a* при Z=1,75 м, непосредственно из рис. 2 видно, что зависимость *a* (Z) — линейная: a=2-Z. Она должна отвечать требованию $\overline{T} \int_0^{H_0} a(Z) dZ = \overline{T} \cdot H_0$. Этому условию соответствуют значения базовой толщины льда

ловию соответствуют значения базовой толщины льда $H_0=2$ м и $a(H_0)=0$.

При этом значение второго параметра в формуле (2), $b(H) = -T_0(H_0)$ будет определять температуру на нижней поверхности. Сама зависимость b(Z) является температурным профилем льда в $T_0(Z)$ при его средней температуре $\overline{T} = 0$ °C и для нее должно выполняться условие нормировки:

$$\int_0^{H_0} b(Z) dZ = 0.$$

Для аппроксимации b(Z), приведенной на рис. 2 как функции, выясним возможность использования полинома второй степени (квадратичной параболы). Проверка этой гипотезы по методу выравнивания [10] показала, что применение парабол правомерно, но должно быть «раздельным» для горизонтов льда $Z \in (0;0,75 \text{ м})$ и $Z \in (0,75; H_0=2 \text{ м})$.

Для первого интервала непосредственно с лианезированных графиков [10] получена зависимость

$$b(Z) = 2,45Z^2 - 5,534Z + 3,05,$$
(4)

при значении на границе b (0,75)=0,28 °C и площади $\int_0^{0,75} b(Z) dZ = 1,076$ град·м. С учетом этих значений и условия (3), для горизонтов $Z \in (0,75;2)$ аппроксимация b(Z) сведется к виду:

$$b(Z) = (1,92T_0(H_0) + 3,84)Z^2 - (4,48T_0(H_0) + 10,79)Z + +2,28T_0(H_0) + 6,21.$$
(5)

Определение температуры нижней поверхности льда $T_0(H_0)=b(H_0)$ произведено сопаставлением со статистическими данными С. С. Чиковского (см. рис. 2, *в*) для значений Z=1 и 1,25 м. Полученные значения $T_0(H_0)\in(-1; -1,16 \text{ °C})$, при среднем $\overline{T}_0(H_0)=-1,08 \text{ °C}$. При кусочной аппроксимации b(Z) на границе интервалов Z=0,75 м происходит нарушение монотонности (слом) функции b(Z). После графического сглаживания уточненные значения $T_0(H_0)\in(-0.95; -1,11 \text{ °C})$ при среднем значении $T(H_0)=-1,03 \text{ °C}$.

Это позволяет окончательно принять за температуру нижней поверхности льда в весенне-летний период постоянное значение $T_0(H_0) = T(H) = -1,05$ °C. Температура –1,05 °C на 0,45...0,7 °C выше соответствующей температуры осенью в начале ледостава, что вызвано сезонным прогревом поверхности морей в Арктике.

Проведенный анализ и использование статистических данных С. С. Чиковского позволяет аппроксимиро-



Рис. 3. Изменение температуры морского льда по горизонтам: 1 -толщина льда H_0 ; 2 -толщина $H=H_0+0,3$ м; $3 - H=H_{0-}0,1$ м; \overline{T} - значение средней температуры льда; о-о-о — определенное по формуле (3) с использованием данных [9] Fig. 3. Sea ice temperature changes along the horizons:

1 — ice thickness H_0 ; 2 — thickness $H=H_0+0.3$ m; 3 — $H=H_0-0.1$ m; \overline{T} — the value of average ice temperature; o-o-o — calculated according to formula (3) using the data [9]

вать температурный профиль льда $T_0(Z)$ для базовой толщины $H_0=2$ м полиномами.

$$T_{0}(Z) = 2,454Z^{2} - (5,534 + \overline{T})Z + 2\overline{T} + 3,05$$

$$- \text{ДЛЯ} Z \in (0;0,75);$$

$$T_{0}(Z) = 1,827Z^{2} - (6,089 + \overline{T})Z + 2\overline{T} + 3,819$$

$$- \text{ДЛЯ} Z \in (0,75;2);$$

$$(6)$$

при постоянной температуре льда на нижней поверхности $Z=H \ge H_0$ равной T(H)=-1,05 °C.

Результаты расчета температуры $T_0(Z)$, с использованием (6), приведены на рис. 3 (кривые *l*) для средних температур $\overline{T} = -6, -4, -3, -2, -1$ °C.

Сравнение со статистическими данными С. С. Чиковского подтверждает надежность зависимостей (6). Расхождения в температурах льда начинаются с горизонтов Z > 1,5 м, что вызвано использованием в (6) уточненного значения $T(H_0) = -1,05$ °C. Определение профиля T(Z) для льда со средним значением $\overline{T} = 0$ °C не проводилось. Из анализа значений b(Z), полностью определяющего температуру льда при $\overline{T} = 0$ °C видно (см. рис. 2), что она понижается с температуры на поверхности T(0)=3,05 °С до нулевого значения на глубине *Z*≈0,88 м. С механической точки зрения это означает, что лед покрывает водно-ледовой смесью, не обладающей способностью сопротивляются его деформированию. К аналогичному выводу пришел И. С. Песчанский при оценке потенциальной сопротивляемости ледяного покрова в июне-августе [5].

Температура во льду толщиной *H* — поправка на изменение толщины льда

Реальная расчетная толщина льда H отличается от базового значения $H_0=2$ м. Второй член в правой части структуры (3) $\Delta T_0(Z) = -10 \ \Delta T_0(Z, \ \overline{T}) \ \Delta H$ учитывает изменение температуры льда с изменением его толщины на величину $\Delta H = H - H_0 = H - 2$ м. Значения $\Delta T_0(Z, \ \overline{T})$, относящиеся к изменению температуры при $\Delta H = -0,1$ м статистически обобщены С. С. Чиковским и приведены на рис. 6. Из анализа этих данных следует, что изменение (перераспределение) $T_0(Z)$ происходит согласно схеме, приведенной на рис. 4. При увеличении толщины льда ($\Delta H > 0$) происходит повышение его температуры начи-



Рис. 4. Условные схемы, применяемые при аппроксимации изменения температуры льда: а — при изменении толщины льда с H₀ до H; б — при изменении толщины снега на льду

Fig. 4. Conditional schemes used at approximation of ice temperature changes: a — at the changes of ice thickness from H_0 to H; δ — at the changes of snow thickness on the ice

ная с поверхности до горизонта Z=0,25 м для низкотемпературных льдов с $\overline{T} \in (-6; -3 \text{ °C})$. Для летних льдов с более высокими значениями $\overline{T} = -2...-1$ °C температура верхнего слоя льда Z < 0,25 м понижается. Низлежащие слои реагируют прямо противоположным образом. Условие постоянства $\overline{T} = \text{const}$ приводит к очевидному соотношению для изменившихся площадей эпюр $S_1+S_2+S_3=0$, в соответствии с рис. 4.

Непосредственный анализ данных С. С. Чиковского (см. рис. 6) приводит к следующим выводам $\Delta T_0(0,1) \approx 0.4 \Delta T_0(0)$ и, как уже отмечалось ранее, $\Delta T_0(0,25) = 0$, кроме случая $\overline{T} = -3$ °С, что можно отнести к статистическому промаху. Аппроксимация, в этом случае, описывает изменение температуры для горизонтов $0 < Z \le 0.25$ м в виде параболы

$$\Delta T_0(Z) = \Delta T_0(0) \cdot (13, 3Z^2 - 7, 33Z + 1).$$
 (7)

Для нее площадь
$$S_1 = \int_0^{0.25} \Delta T_0(Z) dZ = 0.09 \Delta T_0(0)$$

Определяющим параметром в зависимости (7) является изменение температуры на поверхности льда $\Delta T_0(0)$, связанное с изменением толщины льда на ΔH =-0,1 м. Изменение графически сглаженных значений $\Delta T_0(0)$ при изменении \overline{T} приведено на рис. 5, а. Для горизонтов льда 0,25 $\leq Z < H$, с учетом того, что $\Delta T_0(0,25) = 0$, параболическая аппроксимация возможна в виде

$$\Delta T_0(Z) = C_1(Z^2 - 0, 25^2) + C_2(Z - 0, 25), \qquad (8)$$

где *C*₁ и *C*₂ — коэффициенты разложения.

Постоянство температуры нижней поверхности льда T(H) = 1,05 °C, сведется к условию $-10\Delta H\Delta T_0(H) = -T_0(H)-1,05$. Продолжив функцию $T_0(Z)$ со значения $H_0=2$ м до толщины $H=H_0+\Delta H$, согласно (6), окончательно определим

$$\Delta T_0(H) = 0,122 - 0,1\overline{T} + 0,187 \Delta H.$$

Тогда, из (8) получим связь коэффициентов С₁ и С₂:

$$C_1(H^2-0,25^2)+C_2(H-0,25)=\Delta T_0(H).$$

В результате, аппроксимирующая формула (8) примет вид

$$\Delta T_0(Z) = C_1(Z - 0, 25)(Z - H) + \frac{0,187 \Delta H - 0,1\overline{T} + 0,122}{H - 0,25}(Z - 0,25).$$
⁽⁹⁾

«Оставшийся» коэффициент C_1 определится из «баланса площадей» $S_1+S_2+S_3=0$ на рис. 4, *а*. Это равноцен-

но условию $\int_0^H T_0(Z) dZ - 10 \Delta H \int_0^H \Delta T_0(Z) = \overline{T} \cdot H.$



Рис. 5. Данные для расчетов температуры льда на горизонтах: а — изменение температуры верхней поверхности льда

 $\Delta T_0(0)$ при изменении его толщины на ΔH =-0,1 м; б — изменение температуры верхней поверхности льда ΔT_c (0) (1) и на глубине 0,2 м — $\Delta T_c(0,2)$ (2) при изменении толщины снега на Δh_c =-0,1 м; о — статистические данные [9] Fig. 5. Data for the calculation of the ice temperature along the horizons: a — the changes of the ice upper surface temperature $\Delta T_0(0)$ at the change of its thickness by ΔH =-0.1 m 6 — the changes of the ice upper surface temperature $\Delta T_c(0)$ (1) at the depth of 0.2m — $\Delta T_c(0,2)$ (2) at the change of snow thickness by Δh_c =-0.1 m; o — statistical data [9]

Или
$$\int_{0,25}^{H} \Delta T_0(Z) dZ = 0, 1 \left(\frac{S_3}{\Delta H} - \overline{T}\right) - S_1$$
. Площадь

 $S_1 = 0,09 \Delta T_0$ (0) была определена ранее. Значение $\frac{S_3}{\Delta H}$ определенное по правилу трапеций, равно

$$S_3 \approx 1,05 + (0,61 - 0,5\overline{T})\Delta H + 0,91\Delta H^2$$
.

В результате, значение интеграла определяется выражением:

$$\int_{0,25}^{H} \Delta T_0(Z) = 0, 1(\frac{\overline{T} + 1,05}{2}H - 1,135\Delta H + 0,91\Delta H^2 + 0,9\Delta T(0).$$
(10)

Непосредственное интегрирование зависимости (9) позволяет получить значение этого интеграла в виде:

$$\int_{0,25}^{H} \Delta T_0(Z) = -\frac{C_1}{6} (H - 0,25)^3 + \frac{0,187 \Delta H - 0,1\overline{T} + 0,122}{2} (H - 0,25).$$
(11)

Приравнивание правых частей выражений (10) и (11) приводит к конечной формуле для определения:

$$C_{1} = \frac{0,3(\bar{T}+1,05)H - 0,681\Delta H - 0,546\Delta H^{2} + 0,54\Delta T(0)}{(H - 0,25)^{3}} + \frac{0,56\Delta H - 0,3\bar{T} + 0,366}{(H - 0,25)^{2}}.$$
 (12)

Рассмотрим частные случаи:

1. Для льда толщиной H=2,1 м с положительным $\Delta H=0,1$ м значение коэффициента будет:

$$C_1 = 0,216 + 0,012\overline{T} + 0,067 \Delta T_0(0).$$

2. Для льда H=1,9 м и отрицательном изменении толщины $\Delta H=-0,1$ м:

 $C_1 = 0,036 + 0,017 \overline{T} + 0,12 \Delta T_0(0).$

Здесь, изменение температуры на поверхности $T_0(0)$ определяется по рис. 5, *а*. Для двух случаев изменения толщины льда $\Delta H = \pm 0,1$ м было определено изменение температуры, согласно полученной формуле (9), которые, наряду с изменением температуры верхней части льда (7), приведены на рис. 6. Сопоставление с данными [9] свидетельствует о качественном согласовании расчетной поправки $\Delta T_0(Z)$ для $\Delta H = -0,1$ м, при $\overline{T} = -6...-3$ °C Таким образом, расчет изменения температуры с использованием формул (7), (9) и (12) приводит к фактическому отказу от линеаризации расчетов в структуре (3).

3. Для льда толщиной *H*=2,3 м при возрастании его толщины на Δ*H*=0,3 м значение коэффициента:

$$C_1 = 0,112 + 0,0068\overline{T} + 0,062\Delta T_0(0)$$

Результаты расчета температурного профиля льда T(Z) по (3) с использованием значения C_1 и ΔT_0 (0) с данных графика, показанного на рис. 5, *а* в расчетных зависимостях (9) и (7), соответственно, приведены на рис. 3 для $H=H_0+0,3$ м.

Влияние снега на температуры льда поправка на высоту снежного покрова

Наличие снега на поверхности льда значительно влияет на температуру льда и изменение его толщин. Связано это с тем, что снег является плохим проводником тепла. Данные С. С. Чиковского по распределению T(Z) получены при высоте снега $h_{co}=0,1...0,6$ м на льду [9]. Зимой средняя высота снега для южных трасс СМП составляет 0,2...0,25 м (к востоку от п-ва Таймыр $\bar{h}_c < 0,14$), увеличивается к маю до максимального значения [11] и стаивает в июле. Изменение высоты снега в Арктическом бассейне приведено на рис. 7. Осредненные значения по месяцам (кривую) можно принять за базовые \bar{h}_{co} при которых С. С. Чиковским получены статистические значения для температур T(Z).

В то же время, высота снега \bar{h}_{c0} нестабильна даже для *T* одного района моря. Она зависит от наветренности поля льда по отношению к островам и берегу, торосистости льда, уменьшается от запада к востоку Арктики и многих других факторов. Все это вызывает необходимость учета отличия фактической высоты (толщины) снега h_c от базовых осредненных значений h_{co} в виде поправки на изменение высоты $\Delta h_c = h_c - \bar{h}_{co}$.

В структурной формуле С. С. Чиковского (3) влияние изменения толщины снега $\Delta h_c \neq 0$ производится третьим линейным членом в правой части. Статистические данные по температурной поправке $\Delta T_c(Z,\overline{T})$ [9] относятся к значению $\Delta h_c = -0,1$ м и приведены на рис. 8.

Анализ этих данных свидетельствует, что:

— увеличение высоты снега на 0,1 м повышает температуру поверхности льда на 0,1 °С для температур \overline{T} <3 °С;

— влияние изменения Δh_c распространяется на глубину льда Z=1 м, а на более глубоких горизонтах, сменяется на, противоположное по знаку, ΔT_c .

Схема раздельной аппроксимации поправки $\Delta T_c(Z)$ приведены на рис. 4, б. Для верхних слоев льда Z=0...1 м, в качестве определяющих коэффициентов параболического разложения $\Delta T_{c1} = a_{11}(Z-1)^2 + b_{11}(Z-1)$ использовались статистически сглаженные значения поправки на поверхности льда $\Delta T_c(0,2)$ на горизонте льда Z=0,2 м. Значения этих поправок приведены на рис. 5, б. Аппроксимирующие формулы для определения поправки $\Delta T_c(Z,\overline{T})$ для верхних горизонтов льда от Z=0, до Z=1 будут приняты:

$$\Delta T_{c1}(Z,\bar{T}) = \begin{cases} -0,1 \text{ °C при } \bar{T} = -6... - 3,8 \text{ °C}; \\ [(5\Delta T_{c1}(0) - 6,25\Delta T_{c1}(0,2)Z - \Delta T_{c1}(0)](Z-1); \\ - \Pi p_{\rm H} \bar{T} = -3,8... - 1 \text{ °C}; \end{cases}$$
(13)

где поправки $\Delta T_{c1}(0)$ и $\Delta T_{c1}(0,2)$ определяются по графикам, показанным на рис. 5, *б*.

Для глубинных слоев льда, начиная с Z=1 м и до нижней поверхности H, с учетом значения ΔT_{c2} (1)= $\Delta T_{c2}(H)=0$, парабола сводится к виду

$$\Delta T_{c2}(Z,\bar{T}) = -\frac{b_{21}}{H+1}(Z-1)(Z+H).$$
(14)

Условия постоянства температуры $\overline{T} = \text{const} (S_1 = S_2)$ на рис. 4, δ) сведется к виду:

$$\int_0^1 \Delta T_{c1}(Z) dZ \bigg| = \int_1^H \Delta T_{c2}(Z) dZ.$$



Рис. 6. Аппроксимация изменения температуры льда $\Delta T_0(Z)$ по горизонтам при измении его толщины на ΔH =-0,1 м от значения H_0 : \overline{T} — значение средней температуры льда; о — статистические данные [9]

Fig. 6. Approximation of the ice temperature changes $\Delta T_0(Z)$ along the horizons at the changes of its thickness $\Delta H = -0.1$ m from H_0 : \overline{T} — average ice temperature; o — statistical data [9]



Рис. 7. Изменение высоты снежного покрова в Арктике в течение года [11]

Fig. 7. The changes of snow cover height in the Artic during the year [11]



Рис. 8. Аппроксимация изменения температуры льда ΔT_c(Z) по горизонтам при изменении толщины снега на льду на Δh_c=−0,1 м: T — значение средней температуры льда;

— статистические данные [9]

Fig. 8. Approximation of ice temperature changes $\Delta T_c(Z)$ along the horizons at the changes of the snow thickness on the ice by $\Delta h_c = -0.1 \text{ m}$: T— average ice temperature; •— statistical data [9]

Численное определение интеграла в правой части в общем виде по (14), позволяет конкретизировать значение коэффициента b_{12} и получить аппроксимирующую формулу, для горизонтов льда $1 \le Z \le H$:

$$\Delta T_{c2}(Z,\bar{T}) = \begin{cases} -0,486 \,^{\text{o}}\text{C} \, \operatorname{прu} \, \bar{T} = -6... - 3,8 \,^{\text{o}}\text{C}, \\ 6,25 \,\Delta T_{c1}(0,2) - 2 \Delta T_{c1}(0) \\ - \, \operatorname{пpu} \bar{T} = -3,8... - 1 \,^{\text{o}}\text{C}, \end{cases} * \frac{(Z-1)(Z-H)}{(H-1)^3}$$
(15)

Расчеты поправок $\Delta T_{c1,2}(Z,\overline{T})$ по формулам (13) и (15) приведены на рис. 8 и свидетельствуют о хорошем согласовании с результатами статистического обобщения полевых измерений температур.

Алгоритм расчета профиля температуры льда

1. Заданными величинами для расчета являются значения толщины льда H (м), средняя температура льда \overline{T} (°С) и толщина снежного покрова h_c (м).

2. Расчет ведется в соответствии со структурной зависимостью (3). Положение горизонта льда определяется координатой Z, отсчитываемой с верхней поверхности льда вниз.

3. Первоначально определяется исходный профиль температуры $T_0(Z,\overline{T})$ для базовой толщины льда $H_0=2$ м. Он описывается параболами в соответствии с (6) раздельно для горизонтов Z=0...0,75 м и Z=0,75...2 м.

4. Определяется изменение толщины $\Delta H = H - H_0$, м.

Изменение температуры верхнего слоя льда Z=0...0,75 м, $\Delta T_0(Z,\overline{T})$ определяется по формуле (7), где изменение поверхности льда $\Delta T_0(0)$ снимается с графика на рис. 5, *а*. Для более глубоких слоев льда Z=0,25... *H* поправки $\Delta T_0(Z,\overline{T})$ определяется в соответствии со структурой (9), где значение коэффициента C_1 подсчитывается по формуле (12).

5. Подстановка значений $\Delta T_0(Z, \overline{T})$ и ΔH в обобщающую формулу (3) позволяет определить распределение температуры по толщине льда H при высоте снега на льду h_{co} , определяемого в соответствии с рис. 8. При отличии толщин h_c от h_{co} , вычисляется изменение значения высоты $\Delta h_c = h_c - h_{co}$ и соответствующее изменение температуры льда по горизонтам: $\Delta T_c(Z,\overline{T})$ по формуле (13) для горизонтов Z=0...1 м и $\Delta T_c(Z,\overline{T})$ по (15) для более глубоких $Z \in (1, H)$. Входящие в (13) и (15), изменения температур на поверхности льда $\Delta T_c(0)$ и $\Delta T_c(0,2)$ на глубине Z=0.2 определяются по рис. 5, δ .

6. Постановка значений ΔT_c в структуру (3) позволяет определить конечную зависимость для расчета температуры льда T(Z) по горизонтам.

7. Использование «кусочной» параболической аппроксимации может привести к сломам непрерывной функции T(Z) на глубинах Z=0,85; 0,75 и 1 м. При необходимости, их можно графически сгладить [12] с сохранением площади эпюры неизменной и равной $\overline{T} \cdot H$.

8. Для ориентировочных расчетов температурного профиля $T_0(Z)$ в весенне-летний период, при $h_c = h_{co}$, возможно использование единой параболической аппроксимации (1). Температура верхней поверхности льда определяется как $T(0) = 2\overline{T} + 1,5$ [9], а нижней T $(H) \approx -1,05$ °C. Для осенне-зимнего периода так же возможно использование (1). Определение T(0) и значения T(H) приводятся в настоящей работе.

Выводы

 Полученные расчетные формулы отражают обобщенные статистические данные С. С. Чиковского для морского льда в весенне-летний (навигационный) период [9] на морях Северного-морского пути. Приводится алгоритм расчета изменения температуры по горизонтали льда.

2. Температурный профиль льда может быть описан и единой зависимостью (1). Для этого в работе приводятся данные по температурах поверхностей льда ΔT (0) и ΔT (*H*). Более детально процедура упрощенного определения температурного профиля льда приводится в [4]. Там же предлагается аналитические модели профилей солености и объемного содержания рассола морского льда.

Литература

- СП38.13330.2018. Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые ледовые и от судов). Пересмотр СП. 38.13330.2012 с актуализированной редакцией СНиП 2.06.04–82*. М.: Стандартинформ, 2019. 106 с.
- Доронин Ю. П., Хейсин Д. Е. Морской лед. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 318 с.
- Веприняк И. А., Кошкин С. В. Определение косвенной физико-механической характеристики морского льда предела прочности при изгибе // Вестник Международной академии холода. 2021 № 3. С. 81–89.
- Кошкин С. В., Афанасьева Т. М., Яковлева Е. М. Аналитическая модель профилей солености и объемного содержания рассола морского льда в Арктике // Сборник статей Всероссийской НПК «Искровые технологии в транспортном строительстве». 2022. с. 72–80.
- 5. *Песчанский И. С.* Ледоведение и ледотехника. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 461 с.
- 6. Горгуца Р. Ю., Ксенофронтова Д. А., Соколов А. В. Влияние солености и строения льда на его прочность. // Полярная механика. 2016. № 3. С. 43–53.
- 7. Океанографические таблицы, изд. 4-ое, перераб. и доп. Л.: Гидрометеоиздат. 1975. 478 с.
- Лавров В. В. Классификация морского льда по прочности // Труды ААНИИ. 1976. т. 331. с. 100–103.
- Чиковский С. С. О расчете температуры морского льда на стандартных горизонтах наблюдений // Труды ААНИИ. 1976. т. 331. с. 185–188.
- 10. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1964, 608с.
- Радионов В. Ф., Горязин Н. Н., Александров Е. И. Снежный покров в Арктическом бассейне. СПб.: Гидрометеоиздат, 1996. 115 с.
- Taranukha N., Koshkin S., Selivanov E., Shadrin M., Egorushkin S., Gretchenko A. The features of towing test of ship models and processing results in smalltesting tank // Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific / Asia offshore mechanics symposium. Vladivostok, Russia, October 3–5, 2012, p. 165–168.

Сведения об авторах

Веприняк Иван Алексеевич

Д. т. н., преподаватель кафедры общетехнических дисциплин Военного института (Железнодорожных войск и военных сообщений) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала А. В. Хрулева, 198511, г. Петергоф, ул. Суворовская 1, veprenyak1@mail.ru

Кошкин Сергей Валентинович

К. т. н., доцент, преподаватель кафедры общетехнических дисциплин Военного института (Железнодорожных войск и военных сообщений) Военной академии материальнотехнического обеспечения имени генерала А. В. Хрулева, 198511, г. Петергоф, ул. Суворовская 1, sergey. koshkin1950@yandex.ru

References

- Code Of Rules 38.13330.2018. Loads and impacts on hydraulic structures (wave ice and from ships). Revision of SP. 38.13330.2012 with the updater version of Snip 2.06.04-82*. Moscow: Standartinform, 2019. 106 p. (in Russian)
- Doronin Yu. P., Kheisin D. E. Sea ice. L.: Gidrometeoizdat. 1997. 318 p. (in Russian)
- 3. Veprinyak I. A., Koshkin S. V. Determination of the indirect physical and mechanical characterististics of sea ice ulmate strength in bending. *Journal International Academy of Refrigeration.* 2021. no 3 p. 81–89. (in Russian)
- Koshkin S. V., Afanasyeva T. M., Yakovleva E. M. Analytical model of salinity profiles and volume content of sea ice brine in the Arctic. *Collection of articles of the All-Russian Scientific and Industrial Complex «Spark technologies in transport construction*. 2022. pp. 72–80. (in Russian)
- 5. Peschansky I. S. Ice science and ice engineering. L.: Hydrometeoizdat. 1976. 461 p. (in Russian)
- Gorgutsa R., Ksenofontova D., Sokolov A. The effect of salinity and structure of ice on insstrength. *Polar mechanics*. 2016. p. 43–53. (in Russian)
- 7. Oceanographic tables, ed. 4th, reprint. and additional. L.: Hydrometeoizdat. 1975. 478 p. (in Russian)
- Lavrov V. V. Classification of sea ice by strength. *Proceedings* AANII. 1976. vol. 331. p. 100–103. (in Russian)
- Chikovsky S. S. On the calculation of sea ice temperature at standard observation horizons. *Proceedings AANII*. 1976. vol. 331. pp. 185–188. (in Russian)
- Bronstein I. N., Semendyaev K. A. Handbook of Mathematics. M.: Nauka, 1964, 608. (in Russian)
- Radionov V. F., Goryazin N. N., Alexandrov E. I. Snow cover in the Arctic basin. SPb.: Hydrometeoizdat. 1996. 115 p. (in Russian)
- Taranukha N., Koshkin S., Selivanov E., Shadrin M., Egorushkin S., Gretchenko A. The features of towing test of ship models and processing results in smalltesting tank. *Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific /* Asia offshore mechanics symposium. Vladivostok, Russia, October 3–5, 2012, p. 165–168.

Information about authors

Veprinyak Ivan A.

D. Sc., Teacher of Department of General Technical Disciplines Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) of Khrulev Military Academy of Logisties, Russia, 198511, Peterhof, ul. Suvorovskaya, 1, veprenyak1@mail.ru

Koshkin Sergey V.

Ph. D., Associate Professor, Teacher of Department of General Technical Disciplines Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) of Khrulev Military Academy of Logisties, Russia, 198511, Peterhof, ul. Suvorovskaya, 1, sergey.koshkin1950@yandex.ru



Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution-NonCommercial»