

УДК 663.1

# Теоретическое обоснование применения диссипативного метода для изучения реологических свойств высоковязких жидкостей

Д-р техн. наук В. Б. ТИШИН, д-р техн. наук А. Г. НОВОСЁЛОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Университет ИТМО

<sup>1</sup>E-mail: dekrsh@mail.ru

*Одной из главных задач прикладной гидродинамики является разработка способов снижения гидродинамического сопротивления при течении жидкостей в трубопроводных системах, в объемах технологических аппаратах и при случаях внешнего обтекания твердых тел. Для решения этих задач необходимо как можно более точное знание физических свойств исследуемых жидкостей. Известные методы экспериментального определения, наиболее важной величины — коэффициента динамической вязкости, в той или иной мере обладают известными недостатками. Рассматривается принципиально новый метод реологических исследований жидкости, а именно диссипативный, основанный на законе сохранения энергии. Суть метода заключается в том, что в процессе перемешивания высоковязких жидкостей, при движении жидкости в замкнутом, теплоизолированном объеме механическая энергия сил трения преобразуется в тепловую энергию, вызывая неизбежное повышение температуры во всем объеме. Показана взаимосвязь повышения температуры жидкости от ее вязкостных свойств и получена математическая зависимость, в которую введен критерий геометрического подобия диссипативных вискозиметров. Экспериментальная проверка предложенного метода выполнена на примере аппарата с механической мешалкой. Объект исследований — водный раствор глицерина с концентрацией 95 %. Расхождение между известным значением динамического коэффициента вязкости 0,523 Па·с и вычисленным по уравнению (24) — 0,525 Па·с не превышает 0,4%, что указывает на достоверность приведенных теоретических рассуждений. В дальнейшем предполагается экспериментальная проверка предложенного метода на неньютоновских жидкостях, а также на жидкостях, имеющих более сложный фазовый состав — микробиологических суспензиях.*

**Ключевые слова:** диссипативный метод, реологические исследования, энергия, вязкость, перемешивание, скорость сдвига.

## Информация о статье:

Поступила в редакцию 03.05.2024, одобрена после рецензирования 20.06.2024, принята к печати 28.06.2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-62-69

Язык статьи — русский

## Для цитирования:

Тишин В. Б., Новосёлов А. Г. Теоретическое обоснование применения диссипативного метода для изучения реологических свойств высоковязких жидкостей. // Вестник Международной академии холода. 2024. № 3. С. 62–69. DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-62-69

## Theoretical substantiation of using dissipative method for studying rheological properties of highly viscous liquids

D. Sc. V. B. TISHIN, D. Sc. A. G. NOVOSELOV<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ITMO University

<sup>1</sup>E-mail: dekrsh@mail.ru

*One of the main tasks of applied hydrodynamics is the development of methods to reduce hydrodynamic resistance in the flow of liquids in pipeline systems, in the technological equipment, and for external flow of solid bodies. To solve these problems, it is necessary to know the physical properties of the fluids under study as accurately as possible. The known methods of experimental determination of the coefficient of dynamic viscosity — the most important value, have certain disadvantages. We consider a fundamentally new method of rheological studies of liquids, namely dissipative, based on the law of conservation of energy. The essence of the method is that in the process of mixing highly viscous liquids, when the liquid moves in a closed, heat-insulated volume, the mechanical energy of friction forces is transformed into thermal energy, inevitably causing a temperature rise in the entire volume. The interrelation between the liquid temperature rise and its viscous properties is shown and a mathematical dependence, in which the criterion of geometric similarity of dissipative viscometers is introduced, is obtained. Experimental verification of the proposed method is carried out using an apparatus with a mechanical stirrer. The object of the research is an aqueous solution of glycerol with a concentration of 95 %. The discrepancy between the known value of the dynamic viscosity coefficient — 0.523 Pa·s — and the one calculated by equation (24) — 0.525 Pa·s — does not exceed 0.4%, which indicates the reliability of the given theoretical*

*considerations. Further experimental verification of the proposed method on non-Newtonian fluids, as well as on fluids with a more complex phase composition — microbiological suspensions — is expected.*

**Keywords:** dissipative method, rheological studies, energy, viscosity, mixing, shear rate.

**Article info:**

Received 03/05/2024, approved after reviewing 20/06/2024, accepted 28/06/2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-62-69

Article in Russian

**For citation:**

Tishin V. B., Novoselov A. G. Theoretical substantiation of using dissipative method for studying rheological properties of highly viscous liquids. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2024. No 3. p. 62-69.

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-62-69

## Введение

Одной из главных задач прикладной гидродинамики является разработка способов снижения гидродинамического сопротивления при течении жидкостей в трубопроводных системах, в объемах технологических аппаратов и при случаях внешнего обтекания твердых тел. Для решения этих задач необходимо точное знание физических свойств исследуемых жидкостей, таких как плотность, вязкость, поверхностное натяжение и другие. Наибольшую сложность представляют вязкостные свойства веществ, находящихся в жидкой фазе, и чем сложнее их состав, тем более непредсказуемые их физические свойства, особенно реологические.

Исследования реологических свойств высоковязких сред привлекает все большее внимание ученых и практиков, работающих во многих отраслях науки и проектирования промышленного оборудования, используемого в производстве различного рода полимерных и строительных материалов, а также пищевых продуктов [1]–[5]. Большинство из указанных сред обладают не только высокой вязкостью, но проявляют при течении неньютоновские свойства [2]–[8].

Как правило, измерение вязкости любых жидкостей проводятся на ротационных, капиллярных и вискозиметрах других конструкций [1, 6, 7, 9–11]. Однако использование полученных данных, в технических расчетах оборудования, применяемого при производстве высоковязких продуктов, и тем более обладающих неньютоновскими свойствами, может привести к ошибкам.

Например, при определении затрат энергии на перемешивание указанных сред в аппаратах с мешалками. Связано это с тем, что значение величины вязкости, полученной в ротационном или капиллярном вискозиметрах, может сильно отличаться от вязкости среды, находящейся в реальном аппарате.

Проблема состоит в различии гидродинамических условий, в которых происходит движение высоковязких сред и от которых, в особенности для неньютоновских жидкостей, зависит величина вязкости. Измерение вязкости в ротационных и капиллярных приборах основано на условии «чистого» сдвига слоев движущейся жидкости в зазоре между ротором и статором или неподвижной стенкой в капилляре. Под «чистым» сдвигом понимается постоянство скоростей движения слоев исследуемой жидкости относительно друг друга. Соблюсти подобные условия в реальных промышленных аппаратах с перемешивающими устройствами невозможно, т. к. они орга-

низуют течение жидкостей не только у стенок аппарата, где «чистый» сдвиг возможен, но и по всему объему с различными скоростями и направлениями.

В данной статье рассматриваются вопросы использования в реологических исследованиях, так называемого диссипативного метода, основанного на законе сохранения энергии, в аппаратах с перемешивающими устройствами. Основное внимание уделено теоретическим вопросам взаимодействия перемешиваемой жидкой среды с мешалкой, в результате которой происходит превращение гидромеханической энергии в тепловую.

Впервые идея использования диссипативного метода в изучении реологических свойств высоковязких жидкостей была высказана, примерно в семидесятых годах прошлого столетия ученым В. В. Консетовым, известным в области изучения переносов импульса, теплоты и массы в полимеризационных аппаратах [13, 14]. Вполне возможно, что ранее подобный метод предлагался и другими исследователями, однако в литературе никаких данных об этом не обнаружено. Имеются лишь сведения о влиянии диссипативного нагрева на точность измерения вязкости в ротационном вискозиметре и возможности исключения этого влияния [12].

Теоретические и практические вопросы использования диссипативного метода в гидравлических расчетах и изучении реологических свойств жидкостей, подчиняющихся ньютоновскому закону течения, достаточно подробно рассмотрены в работах [6, 15, 16].

В данной статье делается попытка более подробно и глубокого рассмотрения теоретических вопросов диссипативного метода исследования реологических свойств не только ньютоновских, но и неньютоновских жидкостей.

## Теоретическое обоснование применения закона сохранения энергии в предлагаемом методе реологических исследований

В основе предлагаемого метода исследований реологических свойств высоковязких жидких сред лежит известный закон сохранения энергии, устанавливающий связь между механической энергией силы трения, зависящей от вязкости жидкости, и, выделяемой при этом, тепловой энергии, в результате чего температура среды повышается. Допуская, что механическая энергия, в произвольном объеме движущейся жидкости, частично, переходит только в тепловую, и не рассеивается в окружа-

ющую среду (идеально изолированный объем), можно постулировать, что мощность, утраченной части механической энергии, равна мощности приобретенной части тепловой энергии, т. е.

$$e_m = e_t. \quad (1)$$

Левая и правая стороны равенства представляют собой локальные значения мощностей — механической  $N_m$  и тепловой  $N_t$ , отнесенных к единице элементарного объема исследуемой среды  $\vartheta$  и называемые удельными локальными мощностями  $e = N / \vartheta$  [17].

Уравнения для расчета удельных локальных мощностей — механической  $e_m$  и тепловой  $e_t$ , можно представить следующим образом:

$$e_m = N_m / \vartheta = 2\mu D; \quad (2)$$

$$e_t = N_t / \vartheta = \rho c_p T'. \quad (3)$$

Отсюда, независимо от того является ли жидкость ньютоновской или неньютоновской, указанная связь, уравнение (1), после подстановки в него зависимостей (2) и (3) описывается известным уравнением [8]:

$$2\mu D = \rho c_p \frac{dT}{dt}. \quad (4)$$

В уравнениях (2) и (3):  $\mu$  — локальная динамическая вязкость;  $N_m$  — механическая локальная мощность диссипативного источника энергии;  $D$  — диссипативная функция;  $N_t$  — тепловая локальная мощность;  $\rho$  — плотность;  $c_p$  — теплоемкость, производная  $T' = dT / dt$ . Диссипативная функция  $D$  в общем виде выражается дифференциальным уравнением в частных производных [17]:

$$D = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2. \quad (5)$$

В уравнении (5)  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  — проекции вектора скорости движения элемента жидкости на соответствующие координатные оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Диссипативная функция  $D(u, x, y, z)$  является важным параметром в определении локального значения динамической вязкости  $\mu$ . Найти величину  $D$  по уравнению (5) задача не простая, и сводится она к нахождению ее средне интегрального значения в конечном объеме среды. Решение задачи приводится в работе [17].

Сложность в определении диссипативной функции усугубляется еще и тем, то в аппаратах с перемешивающими устройствами, особенно с несколькими мешалками, вращающимися с разными скоростями и в противоположные стороны [14, 15], направление векторов скоростей движения жидкости и их величины могут меняться во времени. Иначе говоря, движение жидкости в таких вискозиметрах будет неустановившимся. Поэтому говорить о постоянстве производных проекций скоростей по координатам, входящих в уравнение (5), можно лишь условно. Особенности гидродинамики в аппаратах с мешалками различных конструкций, предусмотренных для перемешивания любых высоковязких сред, рассмотрены в работе [13].

С целью упрощения поиска возможности использования уравнения (5) в реологических исследованиях перейдем от трехмерной модели движения жидкости к двухмерной. То есть, рассмотрим движение жидкости только со скоростью  $u_x$  вдоль оси  $x$ , с изменением скорости по координате  $y$ . Полагая, что скорость  $u_x$  в процессе эксперимента, при постоянном числе оборотов мешалки остается неизменной, то в уравнении (5) производная  $(\partial u_x / \partial x) = 0$ .

В таком случае уравнение диссипативной функции (5) примет вид:

$$D_x = 0,5 (du_x / dy)^2 = 0,5 \dot{\gamma}^2, \quad (6)$$

где  $\dot{\gamma} = dx / dy$  — градиент скорости (скорость сдвига).

С учетом равенств (2), (3) и (6), уравнение (4) приводится к единому выражению:

$$e_m = e_t = \mu \cdot \dot{\gamma}^2 = \rho c_p T'. \quad (7)$$

Уравнение (7) можно представить в несколько измененном виде:

$$\tau \cdot \dot{\gamma} = \rho c_p T'. \quad (8)$$

В уравнении (8) произведение касательного напряжения и скорости сдвига  $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$  выражает закон течения ньютоновских жидкостей, в котором  $\mu$  является просто постоянным по величине коэффициентом пропорциональности независимым от градиента скорости, но зависящим от температуры исследуемой жидкости.

Для неньютоновских жидкостей уравнение закона течения внешне мало отличается от предыдущего и записывается в следующем виде  $\tau = \mu_e \cdot \dot{\gamma}$ . Однако внутреннее содержание его значительно сложнее, т. к.  $\mu_e$ , называемая эффективной (кажущейся) локальной вязкостью, является функцией градиента скорости. Для неньютоновских жидкостей уравнение (7), можно записать в следующем виде:

$$\rho c_p T' = \mu_e (\dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2. \quad (9)$$

Особенности гидродинамики неньютоновских жидкостей подробно рассматриваются в работах [1, 12, 13, 14]. Здесь же отметим важное, для рассматриваемого нами диссипативного метода изучения реологии сред высокой вязкости, обстоятельство — при  $\dot{\gamma} = \text{const}$ , эффективная вязкость  $\mu_e$  будет тоже величиной постоянной, за исключением жидкостей обладающих реопектантными или тиксотропными свойствами.

Таким образом, при постоянных значениях  $\rho$ ,  $c_p$ , температуре  $T$ , числе оборотов мешалки  $n$ , должно соблюдаться равенство  $e_m = e_t = \text{const}$ . Иными словами, в указанных случаях производная  $T' = \text{const}$ , а это значит, что изменение температуры жидкости в результате ее диссипативного нагрева, в процессе исследований реологических свойств, должно подчиняться линейному закону:

$$T(t) = T_1 + Wt. \quad (10)$$

Поскольку в уравнении (10) начальная температура  $T_1 = \text{const}$  (величина заданная), то производная от функции  $T(t)$  примет вид  $T' = W$ .

По своей физической сущности коэффициент пропорциональности  $W$  есть не что иное, как локальная скорость изменения температуры исследуемой среды в процессе диссипативного нагрева, град/время.

### Теоретический анализ работы диссипативного вискозиметра в реальных условиях

До сих пор мы оперировали локальными значениями параметров входящих в исходные уравнения (1)–(10). При выборе в качестве вискозиметров аппаратов с мешалками вся механическая энергия, расходуемая на перемешивание, диссипируется во всем объеме исследуемой жидкости. Поэтому можно считать, что температура жидкости в процессе проведения эксперимента будет постоянно повышаться одновременно по всему объему, а вязкость соответствующим образом — понижаться.

Так как в реальных условиях расчет энергетических затрат в технологической аппаратуре, предназначенной для перемешивания жидкостей, требует знания величины вязкости осредненной по всему объему, то от локальных значений параметров, входящих в уравнения (1)–(10), следует перейти к их осредненным величинам.

С этой целью заменим в уравнениях (7)–(10), отношение бесконечно малых величин  $dT/dt$  на отношение конечных значений

$$\Delta \bar{T} / \Delta t = k_i T' = \bar{W}, \quad (11)$$

где  $k_i$  коэффициент пропорциональности, коррелирующий переход от локальных к осредненным параметрам, входящих в равенство (11). В первом приближении можно принять  $k_i = 1$ . В данном равенстве  $\Delta \bar{T} = (\bar{T}_2 - \bar{T}_1)$  — повышение температуры всей массы находящейся в вискозиметре жидкости от начального осредненного значения  $\bar{T}_1$  до конечного  $\bar{T}_2$ , в течение промежутка времени  $\Delta t$  за счет диссипативного нагрева;  $\bar{W}$  — осредненная скорость разогрева по всему объему жидкости.

Важность параметра  $\bar{W}$  определяется тем, что изменение температуры исследуемой в диссипативном вискозиметре жидкости приведет к изменению ее физических свойств по всему объему. Если плотность  $\rho$  и теплоемкость  $c_p$  можно считать слабо зависящими от температуры, то вязкость, особенно высоковязких сред, в значительно большей степени зависит от температуры. Поэтому разность температур  $\Delta T$ , в опытах следует выбирать как можно меньше, чтобы можно было принять значения  $\rho$  и  $c_p$  постоянными, и ошибками в измерении вязкости, связанными с повышением температуры жидкости от начального значения  $\bar{T}_1$  до конечного  $\bar{T}_2$ , можно было бы пренебречь, т. е. разность  $\Delta \bar{T} = \bar{T}_2 - \bar{T}_1 = \Delta \bar{T}_{\min}$  должна быть минимальной. Допустимую величину минимума, а следовательно, и величину ошибки в измерении вязкости, устанавливает исследователь. Однако минимум значения  $\Delta \bar{T}_{\min}$  ограничен точностью приборов, измеряющих температуру. Об указанных особенностях диссипативного метода исследования реологических свойств жидкостей необходимо помнить при подборе измерительных приборов.

При проведении экспериментальных исследований следует иметь в виду еще один важный фактор — вискозиметр должен иметь надежную тепловую изоляцию.

Это условие необходимо соблюдать особенно в том случае, когда исследования в диссипативном вискозиметре проводятся при температурах, в значительной мере отличающихся от температуры окружающей среды.

Таким образом, линейная закономерность изменения температуры (10) справедлива при диссипативном нагреве любой исследуемой жидкости в вискозиметре с перемешивающим устройством любой конструкции, при соблюдении правил проведения эксперимента, указанных выше.

Учитывая вышеизложенное относительно минимальной разности температур, скорость разогрева  $\bar{W}$  можно определить из уравнения (11), представив его в следующем виде:

$$\bar{W} = \frac{\Delta \bar{T}_{\min}}{\Delta t}. \quad (12)$$

Не менее важным параметром в исследованиях реологических свойств высоковязких сред является осредненная величина градиента скорости  $\bar{\gamma}$ . Перейдя от локальных величин к осредненным, представим уравнение (9), с учетом соотношения (12), в следующем виде:

$$\bar{\mu} \bar{\gamma}^2 = \rho c_p \bar{W}. \quad (13)$$

Конечной задачей исследований является определение осредненной величины динамической вязкости  $\bar{\mu}$ . Эту зависимость находим из уравнения (13), перегруппировав входящие в него параметры:

$$\bar{\mu} = \frac{\rho c_p \bar{W}}{\bar{\gamma}^2}. \quad (14)$$

С целью дальнейших расчетов, входящих в уравнение (14) осредненных значений градиента скорости  $\bar{\gamma}$  и скорости разогрева  $\bar{W}$ , представим закон сохранения энергии, по аналогии с равенством (7), в виде равенства осредненных значений удельных механической и тепловой мощностей  $\bar{E}_m = \bar{E}_t$ , где

$$\bar{E}_m = \bar{\mu} \bar{\gamma}^2, \quad \bar{E}_t = \rho c_p \bar{W}. \quad (15)$$

Полная удельная мощность диссипативного источника механической энергии  $\bar{E}_m$  находится из равенства:

$$\bar{E}_m = \frac{\bar{N}_m}{V} = \frac{\rho \bar{N}_m}{M}. \quad (16)$$

Полная мощность  $\bar{N}_m$  в аппаратах с механическими мешалками рассчитывается по известному уравнению [18, 19]:

$$\bar{N}_m = K_N \rho n^3 d^5. \quad (17)$$

Критерий мощности  $K_N$ , зависящий от критерия Рейнольдса, выражается уравнением

$$K_N = A / \text{Re}_c^m. \quad (18)$$

Центробежный критерий Рейнольдса рассчитывается по известной формуле [18, 19]:

$$\text{Re}_c = \frac{\rho n d^2}{\bar{\mu}}. \quad (19)$$

В уравнении (18) безразмерный коэффициент пропорциональности  $A$  зависит только от конструкции перемешивающего устройства. Для некоторых типов ап-

паратов с мешалками его величина приводится в литературе [13, 18, 19]. Если проведение экспериментальных исследований планируется в аппарате с неизвестным значением  $A$ , то с целью его определения следует провести предварительные опыты с жидкостью, физические свойства которой известны. Показатель степени  $m$  для любого типа аппарата, меняется от единицы — при ламинарном режиме перемешивания и стремится к нулю при развитом турбулентном. Естественно, проводить исследования следует при ламинарном режиме перемешивания, т. к. при турбулентном режиме с увеличением числа оборотов мешалки влияние молекулярной вязкости вырождается. Критическое значение критерия Рейнольдса, определяющего границу между режимами перемешивания лежит в пределах  $Re_c = 60 \div 100$  [13, 18]. Но поскольку при перемешивании высоковязких жидкостей турбулентный режим, как правило, не наблюдается, то указанное условие соблюдается само собой.

Из уравнений (16)–(19), при  $m=1$ , следует:

$$\bar{E}_m = \frac{Ad^3}{V} n^2 \bar{\mu}. \quad (20)$$

Уравнение (20) представим в несколько ином виде

$$\bar{E}_m = \Gamma n^2 \bar{\mu}, \quad (21)$$

где параметр  $\Gamma = Ad^3/V$  — величина безразмерная, независящая от физических свойств исследуемой среды, является геометрической постоянной для выбранной конструкции вискозиметра.

Его можно назвать критерием геометрического подобия диссипативных вискозиметров. Для ньютоновских жидкостей несоблюдение геометрического подобия, так же, как и кинематического, не имеет особого значения. В подобных диссипативных вискозиметрах, даже если они разного размера, величина измеряемой вязкости ньютоновских жидкостей будет получаться одной и той же, при постоянной температуре.

Для ньютоновских жидкостей уравнения (15) и (21) следует записать в несколько ином виде:

$$\bar{E}_m(\bar{\gamma}) = \bar{\mu}_e(\bar{\gamma}) \bar{\gamma}^2; \quad (22)$$

$$\bar{E}_m(\bar{\gamma}) = \Gamma n^2 \bar{\mu}_e(\bar{\gamma}). \quad (22a)$$

Приравняв правые части уравнений (15), (21) друг к другу, получаем

$$\bar{\mu} \bar{\gamma}^2 = \Gamma n^2 \bar{\mu}. \quad (23)$$

Теперь выразим критерий геометрического подобия диссипативных вискозиметров  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{\bar{\gamma}^2}{n^2}, \quad (24)$$

где  $\bar{\gamma}$  и  $n$  являются кинематическими параметрами.

Аналогичное выражение получим и для неньютоновских жидкостей, приравняв правые части уравнений (22), (22a).

Отсюда следует вполне логичный вывод: критерий геометрического подобия диссипативных вискозиметров  $\Gamma$  не зависит от физических свойств жидкостей.

Таким образом, согласно уравнению (24), при постоянном значении критерия геометрического подобия  $\Gamma$ , градиент скорости  $\bar{\gamma}$  и, в целом, диссипативная функция (5), зависит только от числа оборотов мешалки для любых жидкостей. Поэтому, далее, при обработке опытных данных мы будем оперировать в основном числом оборотов перемешивающих устройств.

Полученные результаты теоретического анализа позволяют представить уравнение (13) в следующем виде:

$$\bar{\mu} = \bar{W} \frac{V \rho c_p}{An^2 d^3} = \bar{W} \frac{M c_p}{An^2 d^3}. \quad (25)$$

Уравнение (25), с учетом критерия геометрического подобия  $\Gamma$ , может быть представлено в несколько измененном виде:

$$\bar{\mu} = \bar{W} \frac{\rho c_p}{\Gamma n^2}. \quad (26)$$

Если же при изменении числа оборотов мешалки скорость разогрева жидкости  $\bar{W}$  тоже изменится, то это будет означать, что исследуемая жидкость обладает неньютоновскими свойствами. Чтобы установить их характер течения, необходимо провести специальные исследования по установлению зависимости  $\bar{W}$  от  $n$ . Результатом исследований должно стать нахождение вида функции  $\bar{W} = \bar{W}(n)$  и уравнение (25) примет следующий вид:

$$\bar{\mu}_e(n) = \bar{W}(n) \left( \frac{\rho c_p}{\Gamma n^2} \right). \quad (27)$$

Таким образом, чтобы произвести измерение вязкости любой жидкой среды в диссипативном вискозиметре любой конструкции, необходимо установить экспериментально, с максимально возможной точностью, осредненную величину скорости изменения температуры жидкости  $\bar{W}$  в уравнениях (25)–(27).

Для более ясного понимания сути диссипативного метода исследования реологических свойств жидких сред, воспользуемся экспериментальными исследованиями, выполненными авторами работы [16]. Опыты проводились в диссипативном вискозиметре с двумя  $Z$ -образными мешалками, одного диаметра  $d=0,068$  м, противоположно вращающимися с различными частотами  $n_1$  и  $n_2$ , с отношением  $n_1/n_2=1,5$ . С целью упрощения процедуры обработки опытных данных, авторы [16], при расчете критерия Рейнольдса (19) и вязкости (25), ввели среднеарифметическое значение числа оборотов  $n = (n_1 + n_2)/2$ .

Рассмотрим конкретный вариант измерения вязкости раствора при  $\bar{T}=20^\circ\text{C}$ . В данном варианте число оборотов мешалок  $n_1=0,4$  и  $n_2=0,6$ , т. е.  $n=0,5$  об/с. Масса загружаемой в смеситель жидкости была постоянной и  $M=\rho V=0,78$  кг. В качестве исследуемой жидкости использовался водный раствор глицерина с концентрацией 95%. Физические свойства раствора:  $\rho=150$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_p=2500$  Дж/кг·К;  $\mu_{gl}=0,523$  Па·с [18, 19].

Растворы глицерина с водой относятся к ньютоновским жидкостям, т. е. их вязкость не зависит ни от конструкции вискозиметра, ни числа оборотов мешалок. Вязкость зависит только от концентрации глицерина в растворе и температуры. Поэтому изменение темпера-

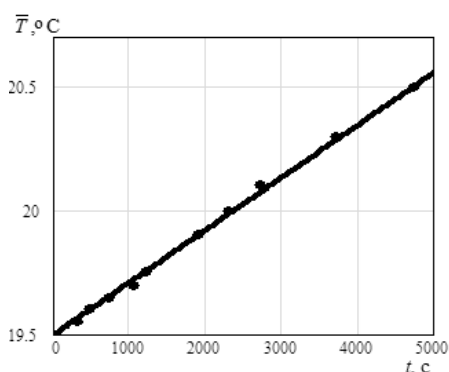


Рис. 1. Изменение температуры глицерина в процессе перемешивания

Fig. 1. Glycerin temperature changes during mixing

туры во времени, согласно уравнению (9), должно подчиняться линейной зависимости, что видно на рис. 1.

С целью подтверждения правомерности теоретических рассуждений и полученных на их основе уравнений проведем сравнительный анализ отклонений значений коэффициентов вязкости, рассчитанных по уравнению (25), с данными, имеющимися в справочной литературе [18]. Сравнение проведем при  $\Delta T_{\min} = (\bar{T}_2 - \bar{T}_1) = (20,5 - 19,5) = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ , и  $\Delta t = (4725 - 0) = 4725 \text{ с}$  (см. рис. 1). Из уравнения (8) находим  $\bar{W} = 2,116 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/с}$ . Средняя температура жидкости  $\bar{T} = (\bar{T}_1 + \bar{T}_2) / 2 = 20^\circ\text{C}$  поддерживалась постоянной.

Предварительно, для использованного в работе [16] вискозиметра, был рассчитан коэффициент пропорциональности  $A$  по уравнению (28), полученного из равенства (25):

$$A = \bar{W} \frac{M c_p}{\mu_{gl} n^2 d^3} \tag{28}$$

Из уравнения (28) следует —  $A = 10000$ . Более подробно с проведением экспериментальных исследований можно ознакомиться в работе [16].

Расчеты показали, что расхождение между табличным значением динамического коэффициента вязкости  $\mu = 0,523 \text{ Па}\cdot\text{с}$  и вычисленным по уравнению (25)  $\bar{\mu} = 0,525 \text{ Па}\cdot\text{с}$  не превышает 0,4%. Таким образом, подтверждена справедливость выполненных теоретических исследований.

### Заключение

На основе закона сохранения энергии, в потоке движущейся жидкости в замкнутом объеме разработан и экспериментально проверен диссипативный метод опреде-

### Литература

1. Малкин А. Я. Основы реологии. СПб.: Профессия, 2018, 336 с.
2. Семихина Л. П. и др. Влияние температуры и напряжения сдвига на реологические свойства нефтяных дисперсных систем // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Т. 4. № 3. С. 36–52.
3. Чуприн В. А. Исследование и разработка методов и средств контроля вязкости и плотности жидких сред с примени-

ления одной из важнейших физических величин — динамической вязкости жидкости. Подробно рассмотрено теоретическое обоснование предлагаемого метода и предложено уравнение, позволяющее оценивать значение коэффициента динамической вязкости в зависимости от изменения температуры. Показано, что при  $\Delta T \leq \Delta \bar{T}_{\min}$  и постоянных значениях параметров, определяющих геометрическое подобие диссипативных вискозиметров  $\Gamma$ , физические свойства исследуемых жидких сред  $\rho, c_p, \mu$  число оборотов мешалок  $n$ , изменение температуры среды во времени  $T(t)$ , в результате диссипативного нагрева, должно подчиняться линейному закону (уравнение (10)). Предложенный метод экспериментального определения коэффициентов динамической вязкости и его аппаратное оформление исключает практически все недостатки, присущие известным методам, и может быть использован как, для тестирования ньютоновских, так и неньютоновских жидкостей, и, возможно, для жидкостей, обладающих более сложным фазовым составом, а именно микробиологических суспензий.

### Обозначения, применяемые в статье

- $x, y, z$  — координаты, м;
- $t$  — время, с;
- $d$  — диаметр, м;
- $\rho$  — плотность,  $\text{кг/м}^3$ ;
- $c_p$  — изобарная теплоемкость,  $\text{Дж/(кг}\cdot\text{град)}$ ;
- $\mu$  — локальная динамическая вязкость,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;
- $\bar{\mu}$  — осредненная динамическая вязкость,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;
- $\mu_e$  — эффективная вязкость,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;
- $T$  — локальная температура, град;
- $\bar{T}$  — осредненная температура, град;
- $\tau$  — касательные напряжения,  $\text{Па/с}$ ;
- $\dot{\gamma}$  — градиент скорости,  $\text{с}^{-1}$ ;
- $D$  — диссипативная функция;
- $\vartheta$  — локальный (элементарный) объем,  $\text{м}^3$ ;
- $W$  — локальная скорость разогрева жидкости,  $\text{град/с}$ ;
- $\bar{W}$  — осредненная скорость разогрева жидкости,  $\text{град/с}$ ;
- $n$  — число оборотов мешалки,  $\text{с}^{-1}$ ;
- $V$  — объем,  $\text{м}^3$ ;
- $M$  — масса, кг;
- $\bar{N}$  — осредненная мощность, Вт;
- $e$  — локальная удельная мощность,  $\text{Вт/м}^3$ ;
- $\bar{E}$  — осредненная удельная мощность,  $\text{Вт/м}^3$ ;
- $K_N$  — критерий мощности;
- $A$  — постоянный коэффициент;
- $\text{Re}_c$  — центробежный критерий мощности;
- $\Gamma$  — критерий геометрического подобия.

### References

1. Malkin A. Ya. Fundamentals of rheology. St. Petersburg: Profession, 2018, 336 p. (in Russian)
2. Semikhina L. P. et al. The effect of temperature and shear stress on the rheological properties of petroleum dispersed systems. Bulletin of the Tyumen State University. Physical and mathematical modeling. Oil, gas, and energy. 2018. Vol. 4. No. 3. pp. 36–52. (in Russian)
3. Chuprin V. A. Research and development of methods and means for controlling the viscosity and density of liquid media using

- ем ультразвуковых нормальных волн / Дис... д-ра техн. наук. Москва, 2015. 263 с.
4. Novoselov A. G., Fedorov A. A., Sorokin S. A., Rumiantceva O. N., Baranov I. V., Martynushev N. V. Comprehensive studies of the processes of the molecular transfer of the momentum, thermal energy and mass in nutrient media of biotechnological industries. // *Bioengineering*. 2022. vol. 9. no 1.
  5. César F. C. S., Maia Campos P. M. B. G. Influence of vegetable oils in the rheology, texture profile and sensory properties of cosmetic formulations based on organogel. // *International Journal of Cosmetic Science*. 2020, V. 42, pp. 494–500.
  6. Шрам Г. Основы практической реологии и реометрии. М.: КолосС, 2003. 312 с.
  7. Pryazhnikov M. I., Yakimov A. S. Denisov I. A., Pryazhnikov A. I., Minakov A. V., Belobrov P. I. Fluid Viscosity Measurement by Means of Secondary Flow in a Curved Channel. // *Micromachines*. 2022, vol. 13, p. 1452. DOI: 10.3390/mi13091452.
  8. Lysakova E. I., Matveeva A. V., Skorobogatova A. D., Neverova A. L., Minakova A. V. Study of Rheology and Microrheology of Emulsion Drilling Fluid Based on Technical Plant Oils. *Journal of Siberian Federal University*. // *Chemistry*. 2024 17 (1): 105–115.
  9. Ferreira A. G. M., Egas A. P. V., Fonseca I. M. A., Costa A. C., Abreu D. C., Lobo L. Q. The viscosity of glycerol. // *Journal of Chemical Thermodynamics*. 2017. V. 113. pp. 162–182.
  10. Остриков А. Н., Клейменова Н. Л., Болгова И. Н., Копылов М. В. Исследование теплофизических и реологических свойств пищевых растительных масел // *Ползуновский вестник*. 2021. № 2. С. 36–43.
  11. Арет В. А., Николаев Б. Л., Забровский Г. П., Николаев Л. К. Реологические расчеты оборудования производства жиродержащих пищевых продуктов. СПб ГУНиПТ, 2004, 342 с
  12. Столин А. М., Мержанов А. Г. и др. Способ определения вязкости жидкостей А. С. 2476841/18–25 // *Бюллетень изобретений* № 12, 1979.
  13. Будтов В. П., Консетов В. В. Тепломассоперенос в полимеризационных процессах. Л.: Химия, 1983, 256 с.
  14. Консетов В. В., Козлова Г. И., Тишин В. Б., Карчемкина Л. И. Исследование процесса смешения расплавов полимеров с низкомолекулярными жидкостями и определение реологических свойств растворов на пластографе «Брабендер». Краткие тезисы докладов к VII Всесоюз. коорд. совещанию по полистирольным пластикам, Л.: НПО «Пластполимер», 1971.
  15. Тишин В. Б., Новоселов А. Г., Головинская О. В. Процессы переноса в технологических аппаратах пищевых и микробиологических производств. Учебное пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. 190 с.
  16. Тишин В. Б., Федоров А. В., Новоселов А. Г., Федоров А. А., Мамедов Э. Р. Диссипативный метод исследования реологических свойств высоковязких сред. // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2019. Т. 19. № 1 (119). С. 95–101.
  17. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
  18. Павлов К. Ф., Романков П. Г., Носков А. А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Л.: Химия, 1987, 675.
  19. Остриков А. Н., Абрамов О. В., Логинов А. В., Красовицкий Ю. В., Василенко В. Н. Процессы и аппараты пищевых производств. СПб.: ГИОРД, 2012, 616 с.
  - ultrasonic normal waves. Dis... doctor of Technical Sciences. Moscow, 2015. 263 p. (in Russian)
  4. Novoselov A. G., Fedorov A. A., Sorokin S. A., Rumiantceva O. N., Baranov I. V., Martynushev N. V. Comprehensive studies of the processes of the molecular transfer of the momentum, thermal energy and mass in nutrient media of biotechnological industries. *Bioengineering*. 2022. vol. 9. no 1.
  5. César F. C. S., Maia Campos P. M. B. G. Influence of vegetable oils in the rheology, texture profile and sensory properties of cosmetic formulations based on organogel. *International Journal of Cosmetic Science*. 2020, V. 42, pp. 494–500.
  6. Shram G. Fundamentals of practical rheology and rheometry. Moscow: KolosS, 2003. 312 P. (in Russian)
  7. Pryazhnikov M. I., Yakimov A. S. Denisov I. A., Pryazhnikov A. I., Minakov A. V., Belobrov P. I. Fluid Viscosity Measurement by Means of Secondary Flow in a Curved Channel. *Micromachines*. 2022, vol. 13, p. 1452. DOI: 10.3390/mi13091452.
  8. Lysakova E. I., Matveeva A. V., Skorobogatova A. D., Neverova A. L., Minakova A. V. Study of Rheology and Microrheology of Emulsion Drilling Fluid Based on Technical Plant Oils. *Journal of Siberian Federal University*. *Chemistry*. 2024 17 (1): 105–115.
  9. Ferreira A. G. M., Egas A. P. V., Fonseca I. M. A., Costa A. C., Abreu D. C., Lobo L. Q. The viscosity of glycerol. *Journal of Chemical Thermodynamics*. 2017. V. 113, pp. 162–182.
  10. Ostrikov A. N., Kleimenova N. L., Bolgova I. N., Kopylov M. V. Investigation of thermophysical and rheological properties of edible vegetable oils. *Polzunovsky vestnik*. 2021. No. 2. pp. 36–43. (in Russian)
  11. Aret V. A., Nikolaev B. L., Zabrovsky G. P., Nikolaev L. K. Rheological calculations of equipment for the production of fatty foods. SPbGUNIPT, 2004, 342 p. (in Russian)
  12. Stolin A. M., Merzhanov A. G. and others. Method for determining the viscosity of liquids A. S. 2476841/18–25. *Bulletin of Inventions* No. 12, 1979. (in Russian)
  13. Budtov V. P., Consetov V. V. Heat and mass transfer in polymerization processes. L.: Chemistry, 1983, 256 p. (in Russian)
  14. Consetov V. V., Kozlova G. I., Tishin V. B., Korchemkina L. I. Investigation of the process of mixing polymer melts with low molecular weight liquids and determination of rheological properties of solutions on the Brabender plastigraph. Brief abstracts of reports to the UP All-Union. coord. meetings on polystyrene plastics, L.: ONPO «Plastpolymer», 1971. (in Russian)
  15. Tishin V. B., Novoselov A. G., Golovinskaya O. V. Transfer processes in technological devices of food and microbiological industries. A study guide. St. Petersburg. ITMO University, 2016. 190 p. (in Russian)
  16. Tishin V. B., Fedorov A. V., Novoselov A. G., Fedorov A. A., Mamedov E. R. Dissipative method of research of high-viscosity media rheological properties. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 95–101. (in Russian)
  17. Loitsyansky L. G. Mechanics of liquid and gas. M.: Nauka, 1978. 736 p. (in Russian)
  18. Pavlov K. F., Romankov P. G., Noskov A. A. Examples and tasks in the course of processes and devices of chemical technology. L.: Chemistry, 1987, 675. (in Russian)
  19. Ostrikov A. N. Abramov O. V., Loginov A. V., Krasovitsky Yu. V., Vasilenko V. N. Processes and devices of food production. St. Petersburg. GIORД, 2012, 616 p. (in Russian)

## Сведения об авторах

**Тишин Вячеслав Борисович**

Д. т. н., профессор, tishinbv@mail.ru,  
Scopus ID: 66033988463,  
ORCID ID: 0000-0003-3995-2589

**Новоселов Александр Геннадьевич**

Д. т. н., профессор, профессор, Университет ИТМО,  
Санкт-Петербург, 191002, Россия, Санкт-Петербург,  
ул. Ломоносова, 9, dekrosh@mail.ru,  
Scopus ID: 7004454458, ORCID ID: 0000-0002-9432-7447

## Information about authors

**Tishin Vyacheslav B.**

D. Sc., Professor, tishinbv@mail.ru,  
Scopus ID: 66033988463,  
ORCID ID: 0000-0003-3995-2589

**Novoselov Alexander G.**

D. Sc., Professor, ITMO University, 9 Lomonosova str.,  
Saint Petersburg, 191002, Russia, dekrosh@mail.ru,  
Scopus ID: 7004454458,  
ORCID ID: 0000-0002-9432-7447



Статья доступна по лицензии

Creative Commons «Attribution-NonCommercial»

## Требования к рукописям, представляемым в журнал «Вестник МАХ»

- В начале статьи, слева – УДК;
- После названия статьи – авторы с указанием места работы и контактной информации (e-mail);
- Аннотация должна быть полноценной и информативной, не содержать общих слов, отражать содержание статьи и результаты исследований, строго следовать структуре статьи. Рекомендуемый объем 150 – 200 слов на русском и английском языках. Ключевые слова – 5-7.
- **Статья должна быть структурирована:**  
**Во введении** необходимо представить содержательную постановку рассматриваемого вопроса, провести краткий анализ известных из научной литературы решений (со ссылками на источники), дать критику их недостатков, показать научную новизну и преимущество (особенности) предлагаемого подхода.  
**В основном тексте** статьи должна быть представлена строгая постановка решаемой задачи, изложены и обстоятельно разъяснены (доказаны) полученные утверждения и выводы, приведены результаты экспериментальных исследований или математического моделирования, иллюстрирующие сделанные утверждения. Основной текст статьи должен быть разбит на содержательные разделы.
- **В заключении (Выводы)** необходимо кратко сформулировать основные результаты, прокомментировать их и, если возможно, указать направления дальнейших исследований и области применения.
- статьи представляются набранными на компьютере в текстовом редакторе Word 97-2007 на одной стороне листа через 1,5 интервала, размер шрифта 14.
- объем статьи 15–20 страниц (формат А4, вертикальный, 210x297 мм), включая аннотацию, рисунки, литературу; поля: левое – 2 см, правое – 2 см, верхнее – 2 см, нижнее – 2 см;
- формулы и отдельные символы набираются с использованием редактора формул MathType (Microsoft Equation), **не вставлять формулы из пакетов MathCad и MathLab.**
- Список литературных источников должен быть оформлен по ГОСТу и содержать ссылки только на опубликованные работы. Самоцитирование не более 25%, список литературы должен содержать источники не старше 5 лет и включать в себя зарубежные публикации по данной тематике. Количество пристатейных ссылок не менее 15-20.

*Статьи, оформленные с нарушением правил, редакцией не принимаются и возвращаются авторам без рассмотрения по существу. Автор гарантирует отсутствие плагиата и иных форм неправомерного заимствования результатов других произведений.*

### Данные об аффилировании авторов (author affiliation).

На отдельной странице предоставляются сведения об авторах на русском и английском языках: фамилия, имя, отчество полностью, ученая степень, должности основного места работы (учебы); наименование и почтовые адреса учреждений, в которых работают авторы, e-mail, ORCID; Scopus ID; РИНЦ ID

Статьи принимаются на магнитном носителе и в печатном экземпляре или высылаются на электронный адрес редакции [vestnikmax@rambler.ru](mailto:vestnikmax@rambler.ru)

**Плата за публикации не взимается**

**Дополнительная информация для авторов на сайте <http://vestnikmax.com>**