

УДК 665.632.078

Итерационный метод определения параметров процесса выхлопа

Д-р техн. наук **И. А. АРХАРОВ**, д-р техн. наук **А. И. СМОРОДИН**, д-р техн. наук **В. Ю. СЕМЕНОВ**,
канд. техн. наук **С. Б. МАЛАХОВ**, **А. С. МАЛАХОВ**¹

МГТУ им. Н. Э. Баумана

¹E-mail: malakhov_andrey_s@mail.ru

Проведен обзор существующих работ на тему определения показателя адиабаты. Рассмотрены различные способы определения показателя адиабаты идеального и реального газа для метана при температурах 100–600 К и давлениях 1–1000 бар, с массовой долей паровой фазы $q > 0,6$. В указанном диапазоне построены тепловые карты на температурно-энтропийной (T-S) диаграмме для показателей адиабаты полученным по соотношениям предложенным Истоминым В. А. (канонический показатель адиабаты по дифференциальным соотношениям), Шехтманом А. М. (показатель адиабаты по дифференциальному соотношению произведения плотности на коэффициент сжимаемости), и по отношению изобарной и изохорной теплоемкостей как функции параметров реального газа. Проведен анализ погрешностей различных уравнений изоэнтропного расширения газа (уравнение изоэнтропного расширения идеального газа, уравнение с учетом коэффициента сжимаемости z , уравнение с применением канонических показателей адиабаты) относительно уравнения состояния реального газа в виде фундаментального уравнения, явного относительно свободной энергии Гельмгольца. Получено новое уравнение для расчета выхлопа с каноническими показателями адиабаты, а также предложен новый способ вывода классического уравнения выхлопа, основанный на итерационном смешении газа изоэнтропно расширенного в сосуде и изохорно расширенного до давления окружающей среды. На основе этого вывода описан итерационный метод расчета процесса выхлопа, позволяющий получать результаты в любой области, включая двухфазную с учетом реальных свойств газа. Построены линии выхлопа на T-S-диаграммах в диапазонах давлений 50–1 бар и температур 100–600 К. Проведено сравнение различных методов расчета выхлопа, описаны особенности и недостатки ранее существовавших методов вблизи двухфазной области.

Ключевые слова: итерационный метод, идеальный газ, реальный газ, изоэнтропное расширение, теплоемкость, параметры выхлопа.

Информация о статье:

Поступила в редакцию 15.05.2024, одобрена после рецензирования 15.06.2024, принята к печати 28.06.2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-84-92

Язык статьи — русский

Для цитирования:

Архаров И. А., Смородин А. И., Семенов В. Ю., Малахов С. Б., Малахов А. С. Итерационный метод определения параметров процесса выхлопа. // Вестник Международной академии холода. 2024. № 3. С. 84–92. DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-84-92

Iterative method for determining the parameters of exhaust process

D. Sc. **I. A. ARKHAROV**, D. Sc. **A. I. SMORODIN**, D. Sc. **V. Y. SEMENOV**,

Ph. D. **S. B. MALAKHOV**, **A. S. MALAKHOV**¹

Bauman Moscow State Technical University

¹E-mail: malakhov_andrey_s@mail.ru

A review of existing works on the determining the adiabatic index was carried out. Various methods are considered for determining the adiabatic index of an ideal and real gas for methane at the temperatures of 100–600 K and the pressures of 1–1000 bar, with a mass fraction of the vapor phase $q > 0.6$. In the specified range, heat maps were constructed on the temperature-entropy (T-S) diagram for adiabatic indices obtained from the relationships proposed by V. A. Istomin. (canonical adiabatic exponent from differential relations), A. M. Shekhtman. (adiabatic indicator based on the differential ratio of the product of density and compressibility coefficient), and on the ratio of isobaric and isochoric heat capacities as a function of real gas parameters. An analysis of the errors of various equations for isentropic expansion of a gas (the equation of isentropic expansion of an ideal gas, an equation taking into account the compressibility coefficient z , an equation using canonical adiabatic exponents) was carried out relative to the equation of state for a real gas in the form of a fundamental equation, explicit with respect to the Helmholtz free energy. A new equation for calculating the exhaust with canonical adiabatic exponents is obtained, and a new method for deriving the classical exhaust equation, based on iterative mixing

of a gas isentropically expanded in a vessel and isenthalpically expanded to ambient pressure, is proposed. Based on this conclusion, an iterative method for calculating the exhaust process is described, which allows obtaining results in any area, including two-phase one, taking into account the real properties of the gas. Exhaust lines were plotted on T-S diagrams in the pressure ranges of 50–1 bar and temperatures of 100–600 K. A comparison of various exhaust calculation methods is carried out, and the features and disadvantages of previously existing methods near the two-phase region are described.

Keywords: iterative method, ideal gas, real gas, isentropic expansion, heat capacity, exhaust parameters.

Article info:

Received 15/05/2024, approved after reviewing 15/06/2024, accepted 28/06/2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-84-92

Article in Russian

For citation:

Arkharov I. A., Smorodin A. I., Semenov V. Y., Malakhov S. B., Malakhov A. S. Iterative method for determining the parameters of exhaust process. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2024. No 3. p. 84-92. DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-3-84-92

Введение

Неравновесные и нестационарные процессы квази-адиабатного расширения газа при выпуске его из какой-либо полости с совершением внешней работы протекают в большинстве расширительных устройств, как активного, так и реактивного типов, например в турбомашинах-детандерах, сопловых и вихревых струйных аппаратах, когда энергия сжатого газа преобразуется в энергию потока, но при этом эти процессы не являются основными процессами генерации энтропии в таких устройствах. Подобный же процесс истечения из баллона/емкости высокого давления в адиабатных условиях без преобразования энергии сжатого газа в энергию потока (далее — «выхлоп») [1], например в поршневых детандерах или волновых/пульсационных машинах, а также криогенераторах Гиффорда — МакМагона [2, 3], с применением пульсационной трубки Гиффорда и Лонгворта, включая наиболее эффективный из известных роторный волновой криогенератор [4, 5, 6] является ключевым для этих устройств и полностью определяет их холодопроизводительность через приращение энтропии. Несмотря на активную компьютеризацию инженерных расчетов и их упрощение в целом, проблема корректного расчета термодинамических процессов остается актуальной, особенно в их совокупности при наличии условий неравновесности и нестационарности.

Существующие пакеты прикладных программ для расчета теплофизических и транспортных свойств реальных веществ в широких диапазонах температур и давлений, в том числе в парожидкостной области, позволяют с достаточной точностью определить параметры состояния рабочего тела в изоэнтропном процессе $S=\text{const}$ или в процессе $H=\text{const}$. Однако для расчета политропных процессов в целом, и в частности процесса выхлопа, такие программы недостаточно апробированы, а иногда и вовсе малопригодны, когда попытки прямых расчетов дают ошибочные, по сравнению с экспериментальными данными, результаты. Это свидетельствует, на наш взгляд, о недостаточной методической составляющей при расчете подобных процессов в составе расчетных пакетов.

В рамках данной работы предпринята попытка описать и реализовать итерационный метод определения параметров процесса выхлопа через определение пока-

зателя адиабаты процесса выхлопа в дифференциальном виде. В качестве рабочего тела выбран метан в области температур от 100... 600К и давлениях 1... 1000 бар, при массовой доле паровой фазы $q > 0.6$.

Существующие методы расчета параметров процесса

Для определения параметров газа в конце процесса выхлопа известно следующее уравнение [1]:

$$T_k = \frac{T_n}{k_{cp}} \left[1 + \frac{P_k}{P_n} (k_{cp} - 1) \right], \tag{1}$$

где P, T — параметры температуры и давления, индексы «н, к, ср» здесь и далее обозначают начальное, конечное и среднее состояние, соответственно, k_{cp} — осредненный показатель адиабаты.

Результаты вычислений по данному уравнению, выведенному для идеального газа, существенно зависят от значения примененного показателя адиабаты k_{cp} .

В табл. 1 представлены рассмотренные способы определения показателя адиабаты, а также использованные соотношения для учета его изменения в процессе (далее — «метод осреднения»). Важно отметить, что способ определения и метод осреднения показателя адиабаты может быть применим только к определенному виду уравнения изоэнтропного расширения идеального газа. Для удобства запишем известные формулы изоэнтропного расширения идеального газа в обобщенном виде.

$$\frac{T_k}{T_n} = \frac{P_k^{\epsilon_{cp}-1}}{P_n^{\epsilon_{cp}}}; \tag{2}$$

$$\frac{P_k}{P_n} = \frac{(z_k \rho_k)^{k_{cp}}}{(z_n \rho_n)^{k_{cp}}}; \tag{3}$$

$$\frac{T_k}{T_n} = \frac{(z_k \rho_k)^{\delta_{cp}-1}}{(z_n \rho_n)^{\delta_{cp}-1}}, \tag{4}$$

где T, P, ρ, z — температура, давление, плотность, коэффициент сжимаемости, соответственно; $k_{cp}, \epsilon_{cp}, \delta_{cp}$ — осредненные канонические показатели адиабаты.

Формула (7) примененная в методе № 3 является общим определением показателя адиабаты, получаемым из классических термодинамических соотношений. Фор-

Таблица 1

Методы определения показателя адиабаты k

Table 1

Methods of determining adiabatic exponent k

№ метода	Способ расчета показателя адиабаты	Значение k (min-max)	Метод осреднения показателя адиабаты	Переменные уравнений (2)–(4)
1	$k_{ид} = \frac{i+2}{i}; (5)$ $i=6$ — степень свободы для метана	1,33	$k_{cp} = k_H$	
2	$k_{cp} = \frac{Cp(P, \rho)}{Cv(P, \rho)}; (6)$	1,12–2,35		$z=1$ $\varepsilon_{cp} = k_{cp}$ $\delta_{cp} = k_{cp}$
3	$k_{реал} = -\frac{V}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S; (7)$	1,18–5,6	$k_{cp} = \frac{k_H + k_K}{2};$	
4	$k_{шехт} = \frac{\rho z}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial(\rho z)} \right)_S; (8)$	1,0–2,56		$z=f(p, \rho)$ $\varepsilon_{cp} = k_{cp}$ $\delta_{cp} = k_{cp}$
5	$k_{ист} = -\frac{V}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S; (9)$	$k_{ист}$	$k_{cp} = \frac{(\delta_{cp} - 1)\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} - 1}$ $\mu_{cp} = \frac{\mu_H + \mu_K}{2}$ $\delta_{cp} = \frac{\delta_H + \delta_K}{2}$	$z=1$
	$\frac{\mu_{ист} - 1}{\mu_{ист}} = \frac{P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S; (10)$	$\varepsilon_{ист}$		
	$\delta_{ист} - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S; (11)$	$\delta_{ист}$		
6	$k' = \ln \left(\frac{P_K}{P_H} \right) / \ln \left(\frac{\rho_K}{\rho_H} \right); (12)$ $\frac{\varepsilon' - 1}{\varepsilon'} = \ln \left(\frac{T_K}{T_H} \right) / \ln \left(\frac{P_K}{P_H} \right); (13)$ $\delta' - 1 = \ln \left(\frac{T_K}{T_H} \right) / \ln \left(\frac{\rho_K}{\rho_H} \right); (14)$ $S_H = f(P_H, \rho_H); (15)$ $\rho_K = f(P_K, S_H); (16)$ $T_K = f(P_K, S_H). (17)$	не применимо	$\varepsilon_{cp} = \varepsilon'$ $\delta_{cp} = \delta'$ $k_{cp} = k'$	$z=1$
7	$\lambda_{об}^{-1} = l \cdot k_{ист}^{-1} - n \cdot \varepsilon_{ист}^{-1} (18)$ для уравнений (23–25)	1,17–1,48	не применимо	не применимо

мулы (5) и (6) в методах № 1 и № 2 соответственно являются следствием формулы (7) при применении уравнения идеального газа, за тем лишь исключением, что для (6) предлагается считать теплоемкости не постоянными, а использовать значения теплоемкостей как функций реального газа (табличные значения). Система уравнений (9)–(11) впервые предложена Истоминим В. А. [7] и вводит дополнительные показатели, называемые каноническими (k, ε, δ). Введенная система канонических показателей позволила значительно улучшить результаты расчетов изэнтропного расширения по уравнениям адиабатного процесса. Стоит отметить, что подобные выкладки проводились и в других работах [8]. Уравнение (8) в методе № 4 было предложено Шехтманом А. М. [9] для уравнения реального газа с коэффициентом сжимаемости z (19) аналогично выводу для уравнения (5).

$$P \cdot V = z \cdot R \cdot T. \quad (19)$$

Метод № 6 в табл. 1 определяет значение коэффициентов k, ε, δ из условия равенства вычислений конечных показателей рабочего тела при изэнтропном расширении по уравнениям (2)–(4) для идеального газа и уравнениям для реального газа (электронная библиотека CoolProp [10]).

Метод № 7 был описан Истоминим В. А. в работе [11] и основан на применении обобщенных показателей λ, μ, w -типов (20)–(22) для расчета процесса изэнтропного расширения (23)–(25).

Со всеми вариантами определения λ, μ, w -типов можно ознакомиться в [11], в данной работе рассматривается только частный случай λ -типа, как наименее изменяющегося вдоль линий изэнтроп, для которого $m=0; l=0,2; n=-0,8$.

Обобщенные показатели адиабаты:

$$\lambda_{об}^{-1} = l \cdot k_{ист}^{-1} - n \cdot \varepsilon_{ист}^{-1}; \tag{20}$$

$$\frac{1}{\mu_{об} - 1} = \frac{m + 1}{\varepsilon_{ист} - 1} + \frac{m + 1}{\delta_{ист} - 1}; \tag{21}$$

$$w_{об} = l \cdot k_{ист} - m \cdot \mu_{ист}. \tag{22}$$

Соотношения изэнтропного расширения для λ -типа:

$$P \left(\frac{z^n}{\rho} \right)^{\lambda_{об}} - \text{const}; \tag{23}$$

$$\frac{(z^l \cdot T)^{\lambda_{об}}}{P^{\lambda_{об}-1}} - \text{const}; \tag{24}$$

$$(z^l \cdot T) \left(\frac{z^n}{\rho} \right)^{\lambda_{об}-1} - \text{const}. \tag{25}$$

Еще один способ определения показателя адиабаты предлагается в работе [12], где для учета реальных свойств газа применяется уравнение состояния Ван-Дер-Ваальса.

Значения показателей адиабаты по формулам (6)–(11) определялись с помощью уравнений состояния в виде фундаментального уравнения, явного относительно свободной энергии Гельмгольца из электронной библиотеки CoolProp [10] и программного кода на языке Python 3.6. Результаты некоторых вычислений представлены на рис. 1, 2 и 3.

Значения показателя адиабаты существенно разнятся в зависимости от применяемого метода. Поскольку нам неизвестны какие-либо практические исследования эффективности процесса выхлопа метана, оценим влияние метода определения показателя адиабаты $k_{ср}$ на точность вычисления параметров газа после изэнтропного расширения при перепаде давлений π_i 1,6 и 3 по формулам для идеального газа (2)–(4) в сравнении с вычислениями по уравнениям реального газа выполненными программой CoolProp [10].

Результаты расчетов в определении T_2 показали, что наиболее точным из рассмотренных оказался метод № 5 ($k_{ист}$), погрешность не превышала 2,2%. Приемлемый результат получен при применении метода № 4 ($k_{шехт}$), максимальная погрешность определения T_2 составила 5,7% на перепаде $\pi_i=3$ и 2,7% на перепаде $\pi_i=1,6$. При расчетах по методу № 1 ($k_{ид}$) на небольшом перепаде давлений $\pi_i=1,6$ погрешность не превышала 1,6%, однако на перепаде $\pi_i=3$ достигала 14,1%. Методы № 2 ($k_{ср/cv}$), № 3 ($k_{реал}$) и № 7 ($\lambda_{об}$) не дали приемлемого результата, погрешность определения T_2 существенно повышалась в парожидкостной области, и при $\pi_i=3$ составила > 69%.

Погрешность определения ρ_2 по методу № 7, на перепаде $\pi_i=1,6$ составила 1,3%, а при $\pi_i=3$ не превышала 5,2%. Методы № 1, 2, 3, 5 в парожидкостной области не дали приемлемого для применения результата, погрешность вычисления ρ_2 достигала 142%, однако эти методы можно применять в некоторых областях, например, для методов № 1, 2, и 5, в зоне температур выше 300 К и давлений не более 4 МПа погрешность не превышает 5%. Погрешность вычисления ρ_2 по методу № 4, в 98% вычислений находилась в интервале от 7,4% до 48%.

Важно дополнительно подчеркнуть, что задача корректного определения показателя адиабаты затрагивает множество инженерных и математических задач, в том числе за пределами холодопроизводящих процессов. Например в таких задачах, как: определение профиля сверхзвуковой струи [13], течение газа при сильных ударных волнах [14], профилирование сопел и турбин [15, 16], результат может значительно зависеть от способа определения показателя адиабаты.

Расчет параметров выхлопа

При вычислениях параметров выхлопа по формуле (1) могут быть применены значения показателя адиабаты, определенные только методами № 1, 2, 3 и 6 (см. табл. 1). Метод № 4 с уравнением (8) и метод № 7 с уравнением (20) не позволяют получить аналитическое решение для выхлопа в простом виде и требуют применения чис-

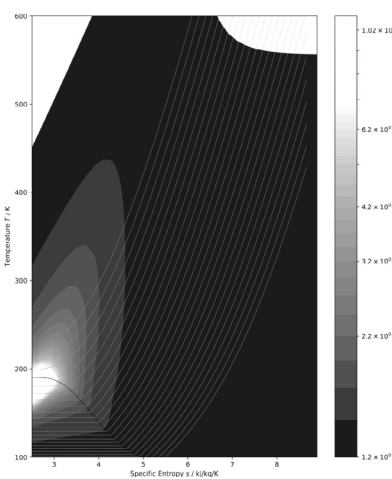


Рис. 1. T-S диаграмма. Тепловая карта значений $k_{ср/cv}$
Fig. 1. T-S diagram. Heat map of $k_{ср/cv}$ values

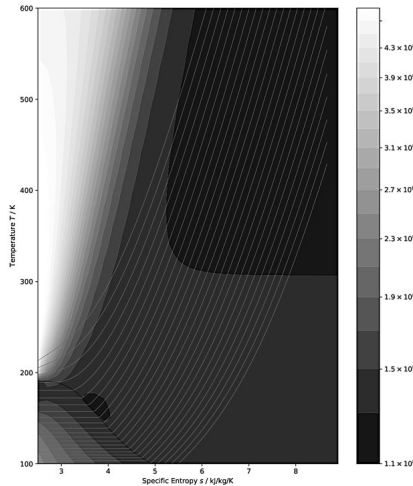


Рис. 2. T-S диаграмма. Тепловая карта значений $k_{реал}$
Fig. 2. T-S diagram. Heat map of $k_{реал}$ values

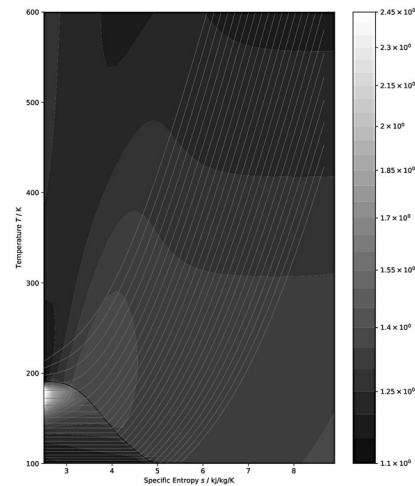


Рис. 3. T-S диаграмма. Тепловая карта значений k_{uexm}
Fig. 3. T-S diagram. Heat map of k_{uexm} values

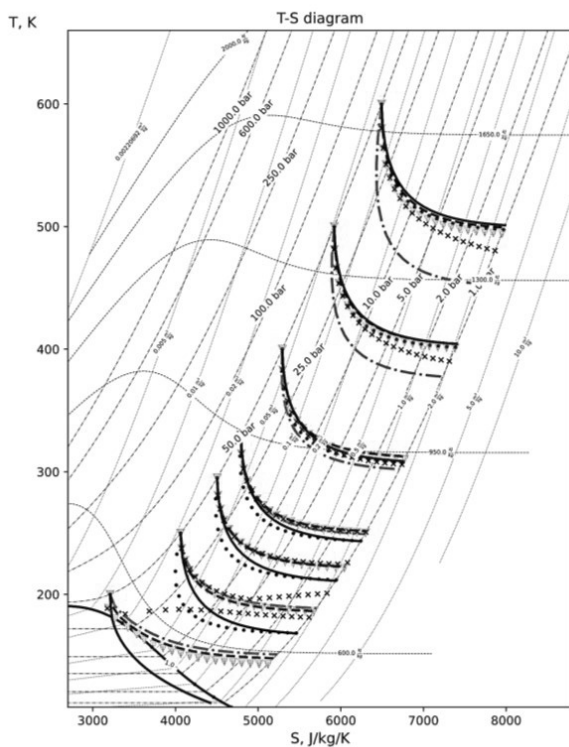


Рис. 4. T-S диаграмма. Расчет выхлопа
Fig. 4. T-S diagram. Exhaust calculation

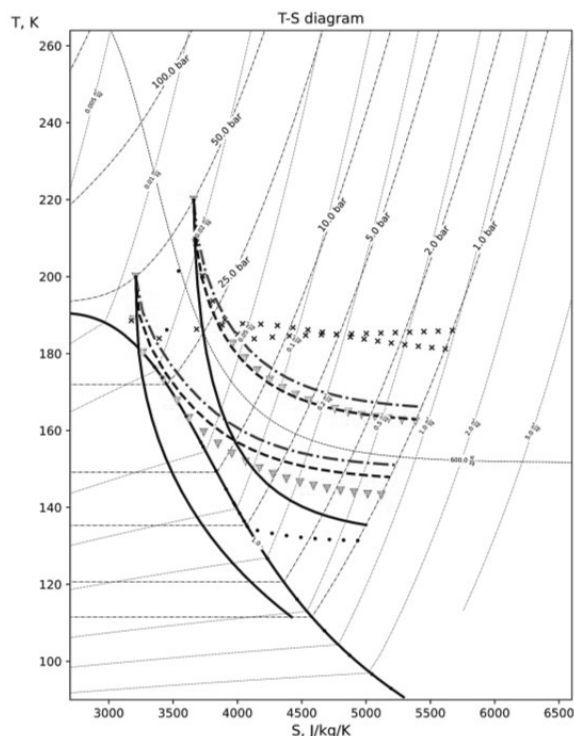


Рис. 5. T-S диаграмма. Выхлоп в области низких температур
Fig. 5. T-S diagram. Exhaust in the area of low temperatures

ленных способов решения, сопоставимых по объему с рассматриваемым далее итерационным способом моделирования процесса выхлопа и поэтому не будут рассматриваться в данной статье. Возможность применения метода № 5 будет рассмотрена далее.

На рис. 4 и 5 показано: — — расчет выхлопа по уравнению (1) с показателем адиабаты, определенным по методу № 1; ● — расчет выхлопа по уравнению (1) с показателем адиабаты, определенным по методу № 2; ▼ — расчет выхлопа по уравнению (1) с показателем адиабаты, определенным по методу № 3; × — расчет выхлопа по уравнению (1) с показателем адиабаты, определенным по методу № 6; — — итерационный метод; - - - - расчет выхлопа по уравнению (48) с показателями адиабаты, определенными по методу № 5.

На T-S диаграммах (рис. 4 и 5) показаны результаты расчета выхлопа с 50 бар до 1 бар в различных температурных зонах.

Недостатки существующих методов расчета параметров процесса выхлопа

В зоне высоких температур (рис. 4) на малых перепадах давления линии выхлопа с применением методов № 1 и № 2 отклоняются от начальной точки левее вертикальной линии изоэнтропы, иначе говоря, определяют процесс расширения в нарушении законов термодинамики с изоэнтропным КПД более 100 %. Такой же негативный эффект появляется в зоне температур 160...340 К при применении метода № 2 и в зоне низких температур (рис. 5) метода № 3 и № 6. Вычисление параметров выхлопа по методу № 6 в зоне низких температур не дает адекватного результата (см. рис. 5). Это происходит в свя-

зи с тем, что средний показатель адиабаты k' в уравнении (1) определяется таким образом, чтобы результат вычисления по уравнению (2) равнялся результату вычислений (по уравнениям с вириальными коэффициентами) изоэнтропного расширения в программе CoolProp [10] и если процесс попадает в парожидкостную область, где функция показателя адиабаты начинает резко меняться, то это приводит к резкому отклонению кривой вправо.

Необходимо отметить большой разброс результатов вычисления выхлопа при применении разных методов на перепадах давлений более 10-и, принципиальную невозможность применения методов 1–7 в парожидкостной области.

Итерационный расчет параметров выхлопа для реального газа, в том числе в двухфазной области

Выхлоп — это нестационарный и неравновесный адиабатный процесс расширения газа с совершением внешней работы [1]. Схему организации процесса выхлопа обычно описывают так — баллон со сжатым газом закрыт задвижкой, после открытия баллона невесомая задвижка продолжает двигаться без трения в выпускной трубе, при этом газ быстро вытекает из баллона выталкивая задвижку (рис. 6). Задвижка движется до тех пор, пока давление в системе баллон и выпускная труба не будет уравновешено постоянной силой противодействия P_k . Теплообмен со стенками исключен по условию. При этом в случае, если принять во внимание «температурное расслоение», то температуру рабочего тела в баллоне после процесса выхлопа (без смешения с вышедшим газом) определяют по адиабате Пуассона (изоэнтропное

расширение). Таким образом очевидно, что газ, остающийся в баллоне, совершает работу по выталкиванию выходящего из баллона газа. Примем, что газ, выходящий из баллона, расширяется до давления в выпускной трубе без совершения внешней работы (дросселируется).

Разобьем процесс понижения давления в баллоне на n итераций. Примем, что в двухфазной области жидкость образуется равномерно по всему объему в виде взвешенных мелкодисперсных капель, за каждую итерацию плотность газа в баллоне понижается на $\Delta\rho = \text{const}$, $i=0 \dots n$, тогда

$$S_6 = f1(P_n, T_n) - \text{const}; \quad (26)$$

$$\rho_6^i = \rho_6^{i-1} - \Delta\rho; \quad (27)$$

$$P_6^i, T_6^i, H_6^i = f2(S_6, \rho_6^i)_S; \quad (28)$$

$$H_{в_ср} = \frac{\sum_{i=0}^n (H_6^i \Delta\rho)}{\sum_{i=0}^n (\Delta\rho)}; \quad (29)$$

$$T_{в_ср} = f3(H_{в_ср}, P_k); \quad (30)$$

$$H_k = \frac{H_{в_ср} \sum_{i=0}^n (\Delta\rho) + H_6^n \rho_6^n}{\sum_{i=0}^n (\Delta\rho) + \rho_6^n}; \quad (31)$$

$$T_k = f3(H_k, P_k), \quad (32)$$

где $P_6, T_6, H_6, S_6, \rho_6$ — давление, температура, энтальпия, энтропия и плотность газа в баллоне, соответственно;

T_n, P_n, ρ_n — начальная температура, давление и плотность в баллоне, соответственно.

$H_{в_ср}, T_{в_ср}$ — энтальпия и температура газа в выпускной трубе после выхлопа (без смешения с газом в баллоне), соответственно.

T_k, P_k, H_k — конечная температура, давление и энтальпия газа после выхлопа (при смешении газа в баллоне и выпускной трубе), соответственно.

$f1$ — функция определения энтропии; $f2$ — функция определения параметров при известной энтропии и плотности; $f3$ — функция определения температуры по из-

вестной энтальпии и давления, для $i=0, P_6^i = P_n, T_6^i = T_n$, для $i=n, P_6^i = P_k$, для $i=0 \dots n, P_{в_ср}^i = P_k$.

Итерационный расчет параметров выхлопа при применении уравнения идеального газа

Применим уравнения идеального газа к уравнениям (26)–(32). Параметры газа в баллоне на i -ой итерации можно определить по следующим формулам для изэнтропного процесса:

$$P_6^i = P_6^{i-1} \left(\frac{\rho_6^i}{\rho_6^{i-1}} \right)^k; \quad (33)$$

$$P_6^i = P_6^{i-1} \left(\frac{T_6^i}{T_6^{i-1}} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad (34)$$

$$T_6^i = T_6^{i-1} \left(\frac{\rho_6^i}{\rho_6^{i-1}} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (35)$$

Параметры вышедшего из баллона газа, но еще не смешанного с газом в выпускной трубе, на i -ой итерации найдем по определению процесса дросселирования:

$$T_{в}^i = T_6^i + \int_{P_k}^{P_6^i} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H dP. \quad (36)$$

Преобразуем уравнение (29) для определения температуры газа в выпускной трубе после выхлопа (без смешения с газом в баллоне).

$$Cp_{в}^i = f(T_{в}^i, \rho_{в}^i); \quad (37)$$

$$T_{в_ср} = \frac{\sum_{i=0}^n (T_{в}^i \cdot Cp_{в}^i \cdot \Delta\rho)}{\sum_{i=0}^n (Cp_{в}^i \cdot \Delta\rho)}, \quad (38)$$

где $\Delta\rho$ — изменение плотности в баллоне на i -ой итерации.

Принимая во внимание, что для идеального газа

$$Cp = \text{const}, \int_{P_k}^{P_6^i} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H dP = 0, \text{ мы можем упростить (38)}$$

до:

$$T_{в_ср} = \frac{\sum_{i=0}^n (T_6^i \cdot \Delta\rho)}{\sum_{i=0}^n \Delta\rho}. \quad (39)$$

Заметим, что при $n \rightarrow \infty$ мы можем записать сумму в виде определенного интеграла.

$$\sum_{i=0}^n (T_6^i \cdot \Delta\rho) = \int_{\rho_6^n}^{\rho_6^0} T_6 d\rho. \quad (40)$$

Используя (33) и (35):

$$\begin{aligned} \int_{\rho_6^n}^{\rho_6^0} T_6 d\rho &= \frac{T_6^0}{(\rho_6^0)^{k-1}} \cdot \int_{\rho_6^n}^{\rho_6^0} (\rho_6)^{k-1} d\rho = \\ &= \frac{T_6^0}{k(\rho_6^0)^{k-1}} \left((\rho_6^0)^k - (\rho_6^n)^k \right) = \frac{T_6^0 \rho_6^0}{k} \left(1 - \frac{\rho_6^n}{\rho_6^0} \right), \end{aligned}$$

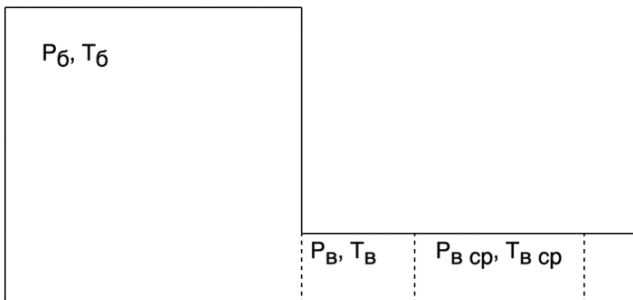


Рис. 6. Разделение объемов процесса выхлопа

Рис. 6. Separation of exhaust volumes

подставив в (39) получим:

$$T_{в.ср} = \frac{T_6^0 \rho_6^0 \left(1 - \frac{P_6^n}{P_6^0}\right)}{\rho_6^0 - \rho_6^n}, \quad (41)$$

а воспользовавшись (35) и подставив граничные условия:

$$T_{в.ср} = \frac{T_H}{k} \cdot \frac{1 - \frac{P_K}{P_H}}{1 - \left(\frac{P_K}{P_H}\right)^{1/k}}. \quad (42)$$

Полученное уравнение (42) идентично известному уравнению (1) [1] для определения температуры газа $T_{в.ср}$ в выпускной трубе после выхлопа (без смешения с газом в баллоне) для случая идеального газа, аналогично уравнениям (26)–(30) для реального газа. Если мы учтем смешение газа в баллоне с газом в выпускной трубе, то получим следующую формулу:

$$T_K = \frac{T_{в.ср} (\rho_6^0 - \rho_6^n) C p_{в.ср} + T_6^n \rho_6^n C p_6^n}{(\rho_6^0 - \rho_6^n) C p_{в.ср} + \rho_6^n C p_6^n}. \quad (43)$$

воспользовавшись (33) и (34), и приняв $Cp = \text{const}$, получим

$$\begin{aligned} T_K &= T_K \left(1 - \left(\frac{P_6^n}{P_6^0}\right)^{1/k}\right) + T_6^n \left(\frac{P_6^n}{P_6^0}\right)^{1/k} = \\ &= T_K \left(1 - \left(\frac{P_6^n}{P_6^0}\right)^{1/k}\right) + T_6^0 \frac{P_6^n}{P_6^0} = \\ &= \frac{T_6^0}{k} \left(1 - \frac{P_6^n}{P_6^0}\right) + T_6^0 \frac{P_6^n}{P_6^0} = \frac{T_6^0}{k} \left[1 + \frac{P_6^n}{P_6^0} (k-1)\right] \end{aligned}$$

или с учетом граничных условий

$$T_K = \frac{T_H}{k} \left[1 + \frac{P_K}{P_H} (k-1)\right]. \quad (44)$$

Таким образом мы получили такие же уравнения выхлопа (42), (44) как в работе [1], на базе предложенного итерационного вычисления, через интегральные суммы, что подтверждает правильность принятого подхода.

Литература

- Архаров А. М., Марфенина И. В., Микулин Е. И. Криогенные системы. Том 1. Основы теории и расчета. М.: Машиностроение, 1996. 576 с.
- Bartoli C. Gifford McMahon. Refrigerating Cycle for Liquefying Small Amounts of Hydrogen, Analysis of the Performances. Preprints, 2024, 2024031435. DOI: 10.20944/preprints202403.1435.v1
- Panda D., Satapathy A. K., Sarangi S. K., Behera U. Multidimensional numerical simulation of thermodynamic and oscillating gas flow processes of a Gifford-McMahon cryocooler. // J. Non-Equilib. Thermodyn. 2024. vol. 49. no. 1. pp. 27–47. DOI: 10.1515/jnet-2023–0026
- Архаров А. М., Семенов В. Ю., Малахов С. Б. Анализ принципов организации энергообмена в волновых криогенераторах. // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2012. № 8. С. 77–83.

Уточнение формулы для расчета выхлопа путем применения канонических показателей адиабаты

Уточненную формулу выхлопа, с учетом канонических показателей адиабаты (48), предложенных в работе [7], получим переписав уравнения (33)–(35) с применением показателей k , ε , δ (45)–(47), и повторив выкладки, описанные выше.

$$P_6^i = P_6^{i-1} \left(\frac{\rho_6^i}{\rho_6^{i-1}}\right)^k; \quad (45)$$

$$P_6^i = P_6^{i-1} \left(\frac{T_6^i}{T_6^{i-1}}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}; \quad (46)$$

$$T_6^i = T_6^{i-1} \left(\frac{\rho_6^i}{\rho_6^{i-1}}\right)^{\delta-1}; \quad (47)$$

$$T_K = \frac{T_H}{\delta} \left[1 - \left(\frac{P_K}{P_H}\right)^{\frac{\delta}{k}} + \delta \left(\frac{P_K}{P_H}\right)^{\frac{k\varepsilon-k+\varepsilon}{k\varepsilon}}\right]. \quad (48)$$

Значение показателей k , ε , δ для (48) определяются по следующим формулам (9)–(11) [7]. Легко убедиться, что в случае $k=\varepsilon=\delta$ при подстановке в (48) получается та же запись, что и (44) или (1).

Результаты вычислений параметров выхлопа по уравнению (48) и итерационным способом показаны на T - S -диаграммах (рис. 1–4).

Выводы

Сформулирован итерационный алгоритм моделирования процесса выхлопа применимый в парожидкостной области для любого рабочего тела.

Получена формула (48) с каноническими показателями адиабаты в целом дающая наиболее близкий к итерационному методу результат в сравнении с другими исследованными методами расчета выхлопа метана в зоне высоких температур. Авторами планируется дальнейшая апробация метода и расчет показателей адиабаты процесса выхлопа на других рабочих средах.

References

- Arkharov A. M., Marfenina I. V., Mikulin E. I. Cryogenic Systems. Vol. 1. Fundamentals of Theory and Calculation. Moscow: Mashinostroenie, 1996. 576 p. (in Russian)
- Bartoli C. Gifford McMahon. Refrigerating Cycle for Liquefying Small Amounts of Hydrogen, Analysis of the Performances. Preprints, 2024, 2024031435. DOI: 10.20944/preprints202403.1435.v1
- Panda D., Satapathy A. K., Sarangi S. K., Behera U. Multidimensional numerical simulation of thermodynamic and oscillating gas flow processes of a Gifford-McMahon cryocooler. *J. Non-Equilib. Thermodyn.* 2024. vol. 49. no. 1. pp. 27–47. DOI: 10.1515/jnet-2023–0026
- Arkharov A. M., Semenov V. Y., Malakhov S. B. Analysis of the principles of energy exchange in wave cryogenerators. *Vestnik MGTU im. N. E. Bauman. Ser. «Mechanical Engineering».* 2012. No 8. P. 77–83. (in Russian)

5. Архаров А. М., Семенов В. Ю., Малахов С. Б. Анализ термодинамической эффективности малотоннажной установки сжижения природного газа с роторным волновым криогенератором. // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2014. № 6. С. 97–106.
6. Архаров А. М., Архаров И. А., Семенов В. Ю., Малахов С. Б., Малахов А. С. Высокоэффективный роторный волновой криогенератор. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2020. № 2. С. 21–25.
7. Истомин В. А. Показатели изэнтропии реального газа: особенности их применения в термогазодинамике. // Журнал физической химии. 1998. том 72. № 3. С. 409–415.
8. Nederstigt P., Pecnik R. Generalised Isentropic Relations in Thermodynamics. // *Energies*. 2023, vol. 16, no. 5, pp. 2281. DOI: 10.3390/en16052281
9. Шехтман А. М. Газодинамические функции реальных газов: справочник. М.: Энергоатомиздат, 1988. 175 с.
10. CoolProp. [Электронный ресурс]: URL: <https://coolprop.sourceforge.net/> (дата обращения: 14.01.2024)
11. Истомин В. А. Обобщенные показатели изэнтропии реального газа // Теплофизика высоких температур. 1998. том 36. № 5. С. 732739.
12. Кучинский Д. М., Глазырина Д. О., Паимцев С. А., Бойко Я. А. Выбор значений показателя адиабаты реального газа. // Морской вестник. 2024. № 1 (89). С. 58–59.
13. Гвоздева Л. Г., Чулюнин А. Ю. численное исследование структуры сверхзвуковой струи в двумерном сопле в зависимости от показателя адиабаты. // Международный научно-исследовательский журнал. 2019. № 1 (79). С. 27–33. DOI: 10.23670/IRJ. 2019.79.1.005
14. Богатко В. И., Потехина Е. А. К задаче моделирования течений газа за фронтом сильной ударной волны с помощью эффективного показателя адиабаты. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия: Математика. Механика. Астрономия. 2020. том 7 (65). С. 104–111. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2020.111
15. Кочетков Ю. М., Кочетков Н. Ю. Влияние равновесных показателей адиабаты продуктов сгорания на профилирование сверхзвукового сопла // Двигатель. 2021. № 5–6 (137–138). С. 24–26.
16. David Baumgartner, John J. Otter, Andrew P. S. The effect of isentropic exponent on transonic turbine performance. // *J. Turbomach.*, 2020. vol. 142. no. 8. DOI: 10.1115/1.4046528
5. Arkharov A. M., Semenov V. Y., Malakhov S. B. Analysis of the thermodynamic efficiency of a small-tonnage natural gas liquefaction plant with a rotary wave cryogenerator. *Vestnik MGTU im. N. E. Bauman. Ser. «Mechanical Engineering»*, 2014. No 6. P. 97–106. (in Russian)
6. Arkharov A. M., Arkharov I. A., Semenov V. Y., Malakhov S. B., Malakhov A. C. High-efficiency rotary wave cryogenerator. *Chemical and oil and gas engineering*. 2020. no 2. P. 21–25. (in Russian)
7. Istomin V. A. Isentropic indicators of real gas: features of their application in thermogasodynamics. *Journal of Physical Chemistry*, 1998, vol. 72. No 3, p. 409–415. (in Russian)
8. Nederstigt P., Pecnik R. Generalised Isentropic Relations in Thermodynamics. *Energies*. 2023, vol. 16, no. 5, pp. 2281. DOI: 10.3390/en16052281
9. Shechtman A. M. Gasdynamic functions of real gases: reference book. Moscow: Energoatomizdat, 1988. 175 p. (in Russian)
10. CoolProp. [Electronic resource]: URL: <https://coolprop.sourceforge.net/> (accessed: January 14, 2024)
11. Istomin V. A. Generalized indicators of isentropic real gas. *Thermophysics of high temperatures*. 1998, 36 (5), 732–739. (in Russian)
12. Kuchinsky D. M., Glazyrina D. O., Paimtsev S. A., Boyko Y. A. Selection of adiabatic exponent values for real gas. *Morskoy Vestnik*, 2024, no 1 (89), p. 58–59. (in Russian)
13. Gvozdeva L. G., Chulyunin A. Y. Numerical investigation of the structure of a supersonic jet in a two-dimensional nozzle depending on the adiabatic exponent. *International Research Journal*, 2019. No 1 (79), p. 27–33. DOI: 10.23670/IRJ. 2019.79.1.005 (in Russian)
14. Bogatko V. I., Potekhina E. A. On the problem of modeling gas flows behind the front of a strong shock wave using an effective adiabatic exponent. *Vestnik Sanki-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya*. 2020, vol. 7 (65), p. 104–111. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2020.111 (in Russian)
15. Kochetkov Y. M., Kochetkov N. Y. Influence of equilibrium adiabatic indices of combustion products on the profiling of a supersonic nozzle. *Dvigatel*. 2021, no 5–6 (137–138), p. 24–26. (in Russian)
16. David Baumgartner, John J. Otter, Andrew P. S. The effect of isentropic exponent on transonic turbine performance. *J. Turbomach.*, 2020. vol. 142, no. 8. DOI: 10.1115/1.4046528

Сведения об авторах

Архаров Иван Алексеевич

Д. т. н., профессор кафедры Э4 — «Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения» МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Лефортовская наб., 1, ivanarkharov@yahoo.com, SPIN-код: 9674–4585, AuthorID: 262941, ORCID: 0000-0002-1624-171X

Смородин Анатолий Иванович

Д. т. н., профессор кафедры Э4 — «Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения» МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Лефортовская наб., 1; заместитель директора Инновационного научно-технического центра ОАО «Криогенмаш», 143907, Россия, Московская обл., г. Балашиха, пр. Ленина, 67, SPIN-код: 5585–4846, AuthorID: 438969, ORCID: 0000-0003-1393-6871

Information about authors

Arkharov Ivan A.

D. Sc., Professor of Department E4 — Cryogenic Refrigeration, Life Support Systems, Bauman Moscow State Technical University, 1 Lefortovskaya nab., Moscow, 105005, Russia, ivanarkharov@yahoo.com, SPIN-код: 9674–4585, AuthorID: 262941, ORCID: 0000-0002-1624-171X

Smorodin Anatoly I.

D. Sc., Professor of Department E4 — Cryogenic Refrigeration, Life Support Systems, Bauman Moscow State Technical University, 1 Lefortovskaya nab., Moscow, 105005, Russia; Deputy Director of the Innovative Scientific and Technical Center of JSC Cryogenmash, 67 Lenin Ave., Balashikha, 143907, Moscow Region, Russia, SPIN-код: 5585–4846, AuthorID: 438969, ORCID: 0000-0003-1393-6871

Семенов Виктор Юрьевич

Д. т. н., кафедра Э4 — «Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения» МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Лефортовская наб., 1, SPIN-код: 2475–2537, AuthorID: 797917, ORCID: 0009-0005-7832-531X

Semenov Viktor Y.

D. Sc., Professor of Department E4 — Cryogenic Refrigeration, Life Support Systems, Bauman Moscow State Technical University, 1 Lefortovskaya nab., Moscow, 105005, Russia, SPIN-код: 2475–2537, AuthorID: 797917, ORCID: 0009-0005-7832-531X

Малахов Сергей Борисович

К. т. н., МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Лефортовская наб., 1, ORCID: 0009-0007-3603-7824

Malakhov Sergey B.

Ph. D., Bauman Moscow State Technical University, 1 Lefortovskaya nab., Moscow, 105005, Russia, ORCID: 0009-0007-3603-7824

Малахов Андрей Сергеевич

Магистр, МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Лефортовская наб., 1, malakhov_andrey_s@mail.ru, ORCID: 0009-0002-3155-704X

Malakhov Andrey S.

Master, Bauman Moscow State Technical University, 1 Lefortovskaya nab., Moscow, 105005, Russia, ORCID: 0009-0002-3155-704X



Статья доступна по лицензии

Creative Commons «Attribution-NonCommercial»



Выставка продуктов питания и напитков

InterFood Krasnodar

23–25 апреля 2025 г.

InterFood Krasnodar – эффективная бизнес-площадка для прямого контакта производителей и поставщиков с представителями предприятий оптовой торговли, независимой и сетевой розничной торговли, а также предприятий общественного питания регионов России.

Ежегодно свою продукцию здесь представляют производители и поставщики продуктов питания, а также напитков из разных регионов страны. Участие в выставке InterFood Krasnodar – возможность охватить значительную часть целевой аудитории, заинтересованной в постоянном обновлении ассортимента продуктов питания и напитков.

РАЗДЕЛЫ ВЫСТАВКИ:

- ✓ Мясо и птица.
- ✓ Рыбная продукция.
- ✓ Молочная продукция. Сыры.
- ✓ Бакалея. Зернопродукты. Макароны изделия.
- ✓ Кондитерская продукция. Хлебопекарная продукция.
- ✓ Безалкогольные и слабоалкогольные напитки.
- ✓ Продукты и напитки для предприятий общественного питания.
- ✓ Пиво и снековая продукция.

Организатор выставки: Компания MVK

г. Краснодар, ул. Конгрессная 1, павильон 2
Тел.: +7 (861) 200 12 34
e-mail: krasnodar@mvk.ru

Место проведения:

ВКК «Экспоград Юг»,
г. Краснодар, ул. Конгрессная, 1
<https://inter-food-su/ru-RU/>