

УДК 539.2/6; 629.5

Аналитические основы реологии льда

Канд. техн. наук С. В. КОШКИН¹, д-р техн. наук И. А. ВЕПРИНЯК²,
канд. техн. наук С. Д. ЧИЖИУМОВ³

¹sergey.koshkin1950@yandex.ru, ²veprenyak1@mail.ru, ³chizhium@rambler.ru

Военный институт (ЖДВ и ВОСО) Военной академии МТО им. генерала А. В. Хрулева

Наиболее достоверно деформационное состояние льда определяется с помощью диаграмм напряжения. Разработаны аналитические модели для диаграмм напряжения. В классе аналитических функций основная реологическая модель диаграммы напряжений представлена полиномиальной зависимостью. Более компактная эмпирическая зависимость описывается логарифмической функцией. Обе модели сведены и к безразмерному виду. Приводятся элементы математического анализа полученных функций напряжений. Показано, что для одного вида деформации диаграммы напряжения обладают свойствами аффинности. Установлено, что диаграммы напряжений льда одинаковой структуры и вида деформации в безразмерной форме будут едиными при низких температурах с постоянным отношением его упругих модулей. На базе термодинамически обратимых процессов предложен теоретический способ прогнозирования диаграммы при растяжении льда пересчетом с аналогичной при его сжатии. Получены графические и аналитические зависимости для безразмерных характеристик искомой диаграммы. Анализ результатов пересчета диаграмм позволил определить значения отношений предельных деформаций льда при растяжении к аналогичным в случае его сжатия.

Ключевые слова: диаграммы напряжения, сжатие, растяжение льда, свойство аффинности, прогнозирование диаграммы растяжения.

Информация о статье:

Поступила в редакцию 11.07.2024, одобрена после рецензирования 03.10.2024, принята к печати 17.10.2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-4-58-64

Язык статьи — русский

Для цитирования:

Кошкин С. В., Веприняк И. А., Чижумов С. Д. Аналитические основы реологии льда. // Вестник Международной академии холода. 2024. № 4. С. 58–64. DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-4-58-64

Analytical foundations of ice rheology

Ph. D. S. V. KOSHKIN¹, D. Sc. I. A. VEPRINYAK², Ph. D. S. D. CHIZHIUMOV³

¹sergey.koshkin1950@yandex.ru, ²veprenyak1@mail.ru, ³chizhium@rambler.ru

Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) Of Khrulev Military Academy of Logistics

The deformation of ice is most reliably determined using stress diagrams. Analytical models for stress diagrams have been developed. In the class of analytical functions, the main rheological model of the stress diagram is represented by a polynomial dependency. A more compact empirical dependency is described by a logarithmic function. Both models are reduced to dimensionless form. The elements of mathematical analysis for the obtained stress functions are presented. It is shown that for one of the deformation types, stress diagrams have affinity properties. It has been established that the stress diagrams of ice of the same structure and type of deformation in a dimensionless form is be uniform at low temperatures with a constant ratio of its elastic moduli. On the basis of thermodynamically reversible processes, a theoretical method is proposed for predicting the diagram when ice is stretched by recalculating it with a similar diagram when it is compressed. Graphical and analytical dependencies for the dimensionless characteristics of the desired diagram are obtained. Analysis of the results of recalculation for the diagrams allowed to determine the values for the ratio of the maximum deformations of ice during tension to similar ones in the case of its compression.

Keywords: stress diagrams, compression, tension of ice, affinity, prediction of stress diagrams, bends.

Article info:

Received 11/07/2024, approved after reviewing 03/10/2024, accepted 17/10/2024

DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-4-58-64

Article in Russian

For citation:

Koshkin S. V., Veprinyak I. A., Chizhiumov S. D. Analytical foundations of ice rheology. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2024. No 4. p. 58-64. DOI: 10.17586/1606-4313-2024-23-4-58-64

Введение

Механическое воздействие судов, гидротехнических сооружений, вертикальных нагрузок на лед требует знания особенностей его поведения за весь цикл нагружения. По толщине льда наблюдается изменение структуры, температуры [1] и значительный градиент солености [2] у морского льда, поэтому изучать поведение льда в целом под нагрузкой малоперспективно.

Наиболее часто в качестве реологической модели применяют закон Гука для чисто упругих тел или его модификации. В связи с этим, в описании свойств льда ограничиваются конечными характеристиками-модулями упругости и пределами прочности. Данные по прочности льда при его сжатии в достаточном объеме исследованы и обобщены [3]. Определить прочность льда при растяжении технологически гораздо труднее и они носят единичный характер.

В реальности лед является упруго-пластичным телом, а его поведение под нагрузкой описывается нелинейной диаграммой напряжений. В отличие от металлов, доступные диаграммы напряжений льда сводятся к отдельным диаграммам сжатия. Деформирование льда зернистой структуры сходно с деформированием мерзлого влажного песка, являющегося основанием сооружений на Севере [4]. Попытка решения части этих проблем осуществлена авторами в данной работе.

Цель и задачи исследования

Разработка математических моделей поведения льда под нагрузкой, в виде описания диаграмм напряжений, является актуальной для решения задач упруго-пластичного деформирования льда. Для их решения необходимо последовательно:

- разработать математическое описание диаграмм напряжений упруго-пластичного льда: зависимости напряжений от величины деформации в общем виде;
- выявить основные свойства и взаимосвязь элементов диаграмм: провести их математический анализ;
- теоретически ликвидировать «пробел» в отсутствии диаграмм напряжений при растяжении льда, то есть получить численные характеристики процесса растяжения для использования в математической модели диаграммы напряжений.

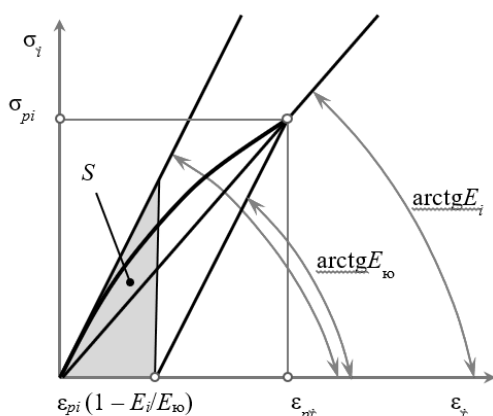


Рис. 1. Диаграмма напряжения льда $\sigma_i(\epsilon_i)$

Fig. 1. Ice stress diagram $\sigma_i(\epsilon_i)$

Этим в совокупности и в частностях определяется новизна представляемой работы.

Существуют различные теоретические модели деформирования льда под нагрузкой [5]. С инженерной точки зрения наиболее достоверно использовать в расчетах диаграммы напряжений, полученные в результате испытаний образцов льда на растяжение и сжатие. Типичный вид диаграммы приведен на рис. 1, без конкретной привязки к виду деформаций и знаку напряжений.

Лед является упруго-пластичным телом с хрупким характером разрушения при достижении предельной относительной деформации ϵ_{pi} . В отличие от металлов на диаграмме $\sigma_i - \epsilon_i$ отсутствует площадка текучести. Предел прочности σ_{pi} является одновременно и пределом временного сопротивления. Упругие характеристики льда определяются модулем Юнга (упругости) $E_{ю}$ и секущим модулем на момент разрушения E_i . Последний принято называть модулем деформации [6] по аналогии с механикой грунтов в строительстве [4]. Отношение модулей $(E_i/E_{ю})$ является характеристикой пластичности льда, т. к. при их совпадении $E_i/E_{ю} = E_{ю}/E_i = 1$ лед ведет себя чисто упруго вплоть до разрушения и диаграмма приобретает вид отрезка прямой с угловым коэффициентом $E_{ю}$, а с уменьшением отношения $(E_i/E_{ю})$ увеличиваются пластические свойства льда. Полностью упругая деформация льда возможна для призматического при очень низких температурах. Лавров В. В. в работе [6] отмечает, что при растяжении высокотемпературного льда возможен упруго-пластичный характер его разрушения с характерной диаграммой, отличной от показанной на рис. 1. Площадь диаграммы напряжений определяет работу внешней нагрузки при разрушении единицы объема образца льда.

В отношении ориентации выпиленных из льда образцов и соответствующего приложения нагрузки лед обладает сильной анизотропией [5, 7]. В данной работе конкретные механические характеристики указаны для образцов с гранями параллельными поверхности и горизонтально ориентированными напряжениями в них. Традиционно в характеристиках льда индекс $i=1$ относится к сжатию, а индекс $i=2$ к растяжению.

Аналитические модели диаграмм напряжений.

Аффинность диаграмм

Простейшей моделью деформирования льда является закон Гука $\sigma_i = E_{ю}\epsilon_i$. В дальнейшем его пытались видоизменить, заменив $E_{ю}$ на соответствующие значения E_i . Другим простейшим вариантом является предложение об использовании степенной зависимости $\sigma = \epsilon^n$ [8]. Авторами предлагалась модель в тригонометрическом виде [9], но она не отражает всего многообразия видов диаграмм для всех диапазонов значений $E_i/E_{ю}$.

Математическая модель диаграммы напряжений $\sigma_i(\epsilon_i)$ должна соответствовать условиям:

— начальному

$$\sigma_i(0) = 0 \text{ и } \left. \frac{d\sigma_i}{d\epsilon_i} \right|_0 = E_{ю}; \quad (1)$$

— конечному

$$\sigma_i(\epsilon_{pi}) = \sigma_{pi}. \quad (2)$$

Так как $\sigma_i(\varepsilon_i)$ функция монотонная, то производная $\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i}$ плавно изменяется от значения $E_{ю}$ при $\varepsilon_i=0$ до какого-то, гораздо меньшего, $\left.\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i}\right|_{\mu_{pi}} \rightarrow 0$. Пределом является условие

$$\lim_{\mu_i \rightarrow \mu_{pi}} \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \Big|_{\mu_{pi}} = 0. \quad (3)$$

Диаграммы $\sigma_i(\varepsilon_i)$, как математические зависимости, относятся к классу аналитических функций. Важнейшим их свойством является возможность представления (разложения) в степенные ряды [10]. Условию (1) отвечает формула структуры

$$\sigma_i = E_{ю}\varepsilon_i + C_1\varepsilon_i^{1+n}.$$

Коэффициент C_1 определяется по конечному условию (2) и напряжения будут равны

$$\sigma_i = E_{ю}\varepsilon_i - E_{ю}\left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right) \frac{\varepsilon_i^{1+n}}{\varepsilon_{pi}^n}. \quad (4)$$

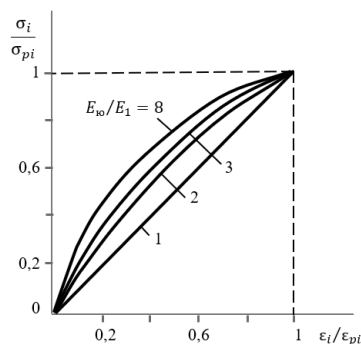


Рис. 2. Безразмерные диаграммы относительных напряжения при сжатии и растяжении ($E_{ю}/E_1=8$) льда

Fig. 2. Dimensionless diagrams of relative stresses during ice compression and stretching ($E_{ю}/E_1=8$)

Показатель степени $0 \leq n < 1$. Значение его верхнего предела $n=1$ определено из того, что при полиноме второй степени, условие монотонности для $\sigma_i(\varepsilon_i)$ будет соблюдаться только при значении отношения модулей $E_i/E_{ю} > 0,5$. Предельное условие (3) приводит к следующим значениям показателя

$$n = \left(\frac{E_{ю}}{E_i} - 1\right)^{-1} = \frac{E_i}{E_{ю}} + \left(\frac{E_i}{E_{ю}}\right)^2 + \left(\frac{E_i}{E_{ю}}\right)^3 + \dots$$

При минимальном $E_{ю}/E_i \sim 1,5$ для сжатого упруго-пластичного льда, значение $n=2 > 1$. Это заставляет ограничиться только первым членом разложения $n(E_i/E_{ю})$ и принять

$$n \approx \frac{E_i}{E_{ю}}.$$

Окончательно, аналитическое представление функции напряжений (диаграммы) сводится к виду

$$\sigma_i = E_{ю}\varepsilon_i \left[1 - \left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right) \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{pi}}\right)^{E_i/E_{ю}} \right]. \quad (5)$$

Или в безразмерном виде

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{pi}} = \frac{E_{ю}}{E_i} \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{pi}}\right) \left[1 - \left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right) \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{pi}}\right)^{E_i/E_{ю}} \right]. \quad (6)$$

Безмерные диаграммы $\frac{\sigma_i}{\sigma_{pi}}$ для отдельных значений

отношении $E_{ю}/E_i$ приведены на рис. 2.

Функции (5) и (6) являются монотонными с постепенным изменением значения производной

$\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = E_{ю} \dots E_i \left(\frac{E_i}{E_{ю}}\right)$ для $\varepsilon_i \in (0; \varepsilon_{pi})$ и $E_{ю}/E_i \dots E_i/E_{ю}$ при изменении $\varepsilon_i/\varepsilon_{pi}$ от 0 до 1 для безразмерной формы (6).

Коэффициент полноты диаграмм

$$\frac{\int_0^{\varepsilon_{pi}} \sigma_i d\mu_i}{\sigma_{pi} \varepsilon_{pi}} = \frac{0,75}{1 + 0,5 \frac{E_i}{E_{ю}}}$$

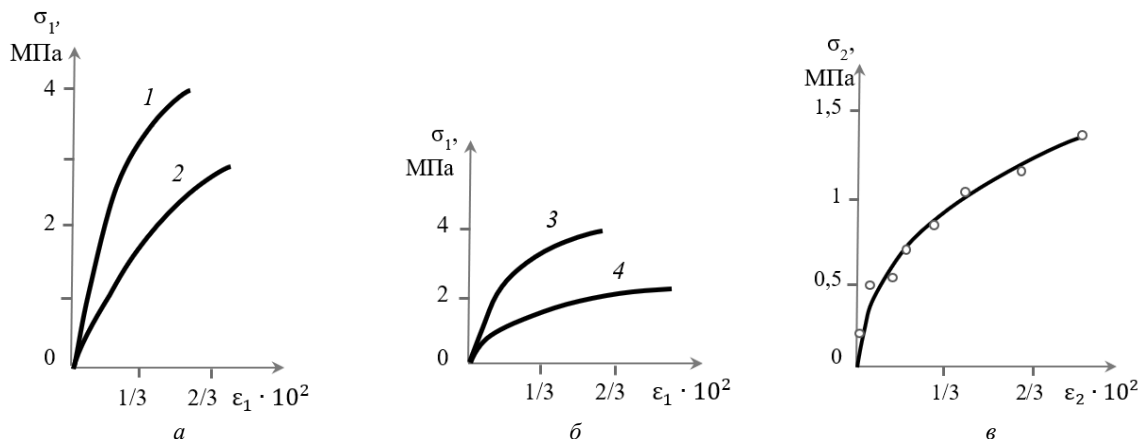


Рис. 3. Диаграммы напряжений: а — при сжатии зернистого (1 — $T=-9^\circ\text{C}$; $s=1,7\%$; 2 — $T=-2,8^\circ\text{C}$; $s=1,2\%$); б — конгеляционного (3 — $T=-9^\circ\text{C}$; $s=1,95\%$; 4 — $T=-3,8^\circ\text{C}$; $s=1,65\%$) [7]; в — растяжении поликристаллического пресноводного льда [8]

Fig. 3. Stress diagrams: а — during compression of granular ice (1 — $T=-9^\circ\text{C}$; $s=1,7\%$; 2 — $T=-2,8^\circ\text{C}$; $s=1,2\%$); б — congelation ice (3 — $T=-9^\circ\text{C}$; $s=1,95\%$; 4 — $T=-3,8^\circ\text{C}$; $s=1,65\%$) [7]; в — tension of polycrystalline freshwater ice [8]

изменяется от 0,5 при упругом сжатии до ~0,75 при сильной пластичности растянутого конжеляционного льда.

Диаграммы напряжений при сжатии образцов из припайного льда Антарктиды и растяжения поликристаллического пресноводного льда показаны на рис. 3.

Анализ форм диаграмм напряжений позволяет предложить и эмпирическую формулу для их описания

$$\sigma_i = C_2 \ln(C_2 \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{pi}} + 1). \quad (7)$$

Условие для касательной в начале деформирования льда (1) позволяет определить постоянную C_2 в (7) и свести зависимость $\sigma_i(\varepsilon_{pi})$ к виду

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{pi}} = \frac{E_{ю}}{E_i} C_2^{-1} \ln(C_2 \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{pi}} + 1). \quad (8)$$

Неопределенный коэффициент C_2 определяется из условия (3) для диаграммы, как

$$\frac{E_{ю}}{E_i} C_2 = \ln(C_2 + 1). \quad (9)$$

Результаты графического решения условия (9) представлены в табл. 1.

Таблица 1
Коэффициент C_2 в зависимости (7)

Coefficient C_2 depending on (7)

$E_{ю}/E_i$	1	1,5	2	2,5	3	4	5	7	9	10
C_2	0	1,05	2,6	4,16	5,7	9,2	13,4	21,85	31,2	36,1

Результаты аппроксимации приводят к следующим линейным зависимостям:

$$C_2 = 3,1(E_{ю}/E_i - 1,13) \text{ для } E_{ю}/E_i \in (1,5; 4);$$

$$C_2 = 4,5(E_{ю}/E_i - 2) \text{ для } E_{ю}/E_i \in (4; 12).$$

Сравнительный анализ диаграмм напряжений (см. рис. 3 а, б) свидетельствует, что они обладают свойством аффинности. Это дает возможность перестраивать (пересчитывать) исходную диаграмму $\sigma_i(\varepsilon_i)$ в искомую $\sigma'_i(\varepsilon'_i)$ для льда идентичной структуры и вида деформаций. Для перестроения, получения новых значений $\sigma'_i(\varepsilon'_i)$ используются формулы пересчета:

$$\sigma'_i = \sigma_i k_\sigma \text{ и } \varepsilon'_i = \varepsilon_i k_\varepsilon, \quad (10)$$

где коэффициенты пересчета равны

$$k_\sigma = \sigma'_{pi} / \sigma_{pi} \text{ и } k_\varepsilon = \frac{\varepsilon'_{pi}}{\varepsilon_{pi}} \approx k_\sigma \frac{E_{ю}}{E_{ю}}. \quad (11)$$

Последнее приближенное выражение для k_ε удобно использовать в аналитических методах. Аффинное перестроение, выполненное для зернистого (рис. 3, а) и конжеляционного (рис. 3, б) показало правомерность предлагаемого аффинного способа получения «новых» диаграмм напряжений при ограниченном числе исходных данных.

Из свойства аффинности следует:

— диаграммы напряжений льда одинаковой структуры и вида деформаций, описываемые в безразмерной форме (6) или (8) будут близкими по значениям;

— отношение модулей $E_{ю}/E_i = (E_i/E_{ю})^{-1} = \text{const}$ в довольно широком диапазоне значений температур $T < -6^\circ\text{C}$. В этом случае безразмерные диаграммы будут едиными для всего низкотемпературного льда.

Последнее свойство постоянности $E_{ю}/E_i$, как показано далее, значительно упрощает расчеты напряженного состояния льда. Согласно данным рис. 3, характерными диапазонами значений отношений модулей $E_i/E_{ю}$ при сжатии будут: 0,5...0,6 для зернистого и 0,3...0,4 для конжеляционного льда.

Прогнозирование диаграммы напряжения льда при растяжении

Значительной проблемой изучения напряженного состояния льда является отсутствие диаграмм напряжения для случая его растяжения. Актуален вопрос о возможности пересчета диаграммы $\sigma_2(\varepsilon_2)$ с диаграммы сжатия $\sigma_1(\varepsilon_1)$ аналогичного льда.

Упруго-пластичные деформации разделяются на упругие, являющиеся термодинамически обратимыми и неупругие (пластичные), когда процесс деформации полностью необратим [5]. Работе упругих сил отвечает часть площади диаграммы напряжения S (см. рис. 1), определяемая остаточной деформацией. Эта площадь отсекается вертикальной прямой, проходящей через абсциссу $\varepsilon_{pi}(1 - E_i/E_{ю})$, полученную как точку пересечения прямой, параллельной касательной к диаграмме в ее начале и осью деформаций $O\varepsilon_i$. В теоретической механике показано, что работы сил упругости при сжатии и растяжении равны [13]. Строго говоря, равенство работ относится к истинным диаграммам напряжений, откорректированным с учетом изменения поперечного сечения образцов льда в процессе их нагружения. Пренебрежение изменением сечения приводит к погрешностям в определении модуля деформации, не превышающим 1...2%. Это позволяет заключить, что и соответствующие площади S «неисправленных» диаграмм растяжения и сжатия будут равны:

$$\int_0^{\varepsilon_{pi}(1-E_i/E_{ю})} \sigma_1(\varepsilon_1) d\varepsilon_1 = \int_0^{\varepsilon_{p2}(1-E_2/E_{ю})} \sigma_2(\varepsilon_2) d\varepsilon_2. \quad (12)$$

По исходной диаграмме, например, сжатия $\sigma_1(\varepsilon_1)$ — отсеченная площадь S определяется непосредственно планиметрией. Для искомой диаграммы интегралы в (12), определяющие площади S , получим из аналитического представления (5):

$$\int_0^{\varepsilon_{pi}(1-E_i/E_{ю})} \sigma_i \cdot d\varepsilon_i = \frac{E_{ю} \varepsilon_{pi}^2 \left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right)^2}{2} \cdot \left[1 - \left(1 + 0,5 \frac{E_i}{E_{ю}}\right)^{-1} \left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right)^{1+E_i/E_{ю}}\right].$$

Умножив интеграл на модуль $E_{ю}$ и учтя, что деформация $\varepsilon_{pi} = \sigma_{pi}/E_i$, получим:

$$E_{ю} \int_0^{\varepsilon_{pi}(1-E_i/E_{ю})} \sigma_i \cdot d\varepsilon_i = \frac{\sigma_{pi}^2 \left(\frac{E_{ю}}{E_i} - 1\right)^2}{2} \cdot \left[1 - \left(1 + 0,5 \frac{E_i}{E_{ю}}\right)^{-1} \left(1 - \frac{E_i}{E_{ю}}\right)^{1+E_i/E_{ю}}\right].$$

Вычисления показывают, что в диапазоне $E_{ю}/E_i = 4,5...16$ функция:

$$E_{ю} \int_0^{\varepsilon_{pi}(1-E_i/E_{ю})} \sigma_i \cdot d\varepsilon_i = \frac{\sigma_{pi}^2}{2} \cdot 1,48 \left(\frac{E_{ю}}{E_i} - 1,88\right).$$

Для диапазона $E_{ю}/E_1 = 1,5 \dots 5$ зависимость квадратичная:

$$E_{ю} \int_0^{\varepsilon_{p_1}(1-E_{ю}/E_1)} \sigma_i \cdot d\varepsilon_i = \frac{\sigma_{p_1}^2}{2} 0,0677 \left[\left(\frac{E_{ю}}{E_1} \right)^2 + 13,13 \frac{E_{ю}}{E_1} - 18,84 \right].$$

При упругой деформации льда при сжатии ($E_{ю}/E_1 = 1$), площадь S определяется полной площадью диаграммы напряжений:

$$E_{ю} \int_0^{\varepsilon_{p_1}} \sigma_1 \cdot d\varepsilon_1 = \frac{\sigma_{p_1}^2}{2}.$$

В результате, при растяжении высокотемпературного зернистого льда с $\sigma_{p1}/\sigma_{p2} < 2,5$ и конжеляционного с $\sigma_{p1}/\sigma_{p2} \sim 1,5$ равенство (12) сведется к виду:

$$\frac{E_{ю}}{E_2} = -6,56 + \sqrt{61,94 + \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^2 \left(\left(\frac{E_{ю}}{E_1} \right)^2 + 13,13 \frac{E_{ю}}{E_1} - 18,84 \right)}.$$

Или к виду, при определении относительной площади $\bar{S} = S/0,5 \sigma_{p_1} \cdot \varepsilon_{p_1}$ непосредственно с диаграммы $\sigma_1(\varepsilon_1)$:

$$\frac{E_{ю}}{E_2} = -6,56 + \sqrt{61,94 + \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^2 \frac{E_{ю}}{E_1} \bar{S}}. \quad (13)$$

При больших значениях отношения пределов прочности искомое отношение модулей имеет вид:

$$\frac{E_{ю}}{E_2} = 1,88 + 0,045 \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^2 \left(\left(\frac{E_{ю}}{E_1} \right)^2 + 13,13 \frac{E_{ю}}{E_1} - 18,84 \right)$$

или с использованием $\bar{S}$ с диаграмм:

$$\frac{E_{ю}}{E_2} = 1,88 + 0,045 \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^2 \frac{E_{ю}}{E_1} \bar{S}. \quad (14)$$

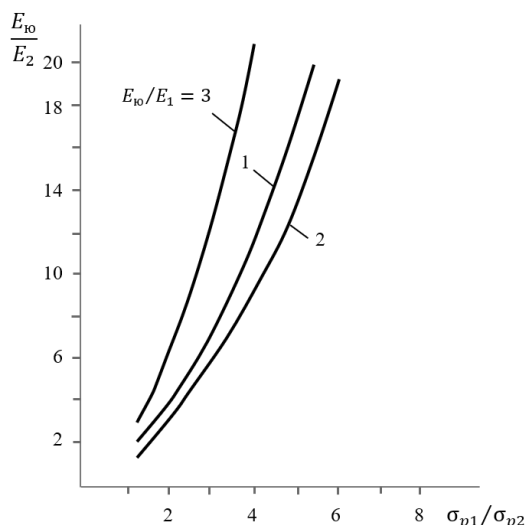


Рис. 4. Зависимость отношения упругих модулей при растяжении льда от отношения пределов прочности σ_{p1}/σ_{p2} для отдельных значений $E_{ю}/E_1$

Fig. 4. Dependency of the ratio of elastic moduli during ice stretching on the ratio of ultimate strength σ_{p1}/σ_{p2} for individual values $E_{ю}/E_1$

При чисто упругом деформировании сжимаемого льда отношение модулей диаграммы растяжения

$$\frac{E_{ю}}{E_2} = 1,88 + 0,676 \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^2.$$

Численные значения $\frac{E_{ю}}{E_2}$ в зависимости от $\left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)$, вычисленные по формулам (15), (13) и (14), для характерных значений $\frac{E_{ю}}{E_1} = 1, 1,2$ и 3, приведены на рис. 4.

Для использования (13), (14) и (15) необходимо знание предела прочности льда при растяжении σ_{p2} . Представление об отношении пределов прочности σ_{p2}/σ_{p1} дают экспериментальные данные, приведенные на рис. 5. Они получены на припае о. Сахалин в январе-марте на горизонтах 15, 30 и 40 см без разделения по кристаллическим структурам [14].

Конкретизация отношения модулей $E_{ю}/E_1$ позволяет определить соответствующее отношение предельных относительных деформаций льда:

$$\frac{\varepsilon_{p_2}}{\varepsilon_{p_1}} = \left(\frac{\sigma_{p_1}}{\sigma_{p_2}} \right)^{-1} \cdot \frac{E_{ю}}{E_1} \cdot \left(\frac{E_{ю}}{E_2} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Результаты соответствующих расчетов с использованием зависимостей, показанных на рис. 4, приведены на рис. 6.

Анализ зависимостей приводит к следующим формулам:

— для зернистого льда

$$\frac{\varepsilon_{p_2}}{\varepsilon_{p_1}} = 0,45 + 0,027 \frac{E_{ю}}{E_2};$$

— для конжеляционного

$$\frac{\varepsilon_{p_2}}{\varepsilon_{p_1}} = 0,8 + 0,056 \frac{E_{ю}}{E_2};$$

— при чисто упругом сжатии льда

$$\frac{\varepsilon_{p_2}}{\varepsilon_{p_1}} = 1,75 + 0,11 \frac{E_{ю}}{E_2}.$$

Разработанные способы аффинного перестроения и прогнозирования эпюры напряжений льда при растяжении, в принципе, позволяют в два этапа получить параметры искомой эпюры. А затем, конкретизировать ее в графическом или аналитическом виде с использованием реологических моделей (5) или (8). Необходимо заметить, что предложенные способы преобразования исходных диаграмм напряжений, позволяет решить обратную задачу: по исходной диаграмме растяжения спрогнозировать диаграмму напряжения при сжатии льда.

Алгоритмы прогнозирования диаграммы напряжений $\sigma_2(\varepsilon_2)$ при растяжении льда

1. Искомой диаграммой для расчетов является диаграмма напряжений $\sigma_1(\varepsilon_1)$ льда конкретной кристаллической структуры.

2. По диаграмме $\sigma_1(\varepsilon_1)$ определяются ее параметры σ_{p1} , ε_{p1} , модули $E_{ю}$, E_1 , и их отношения $E_{ю}/E_1$ и $E_1/E_{ю}$.

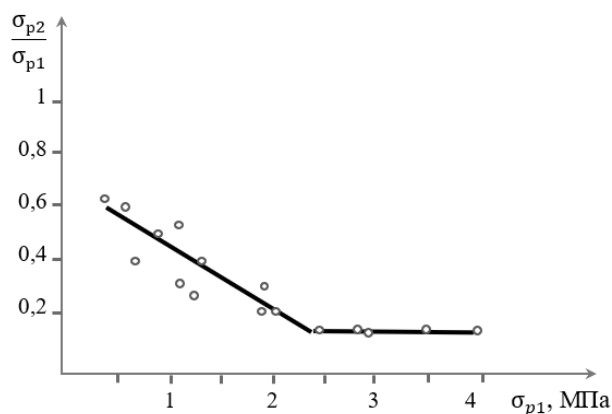


Рис. 5. Отношение пределов прочности припая о. Сахалин [10]

Fig. 5. Strength ratio of fast ice on Sakhalin Island [10]

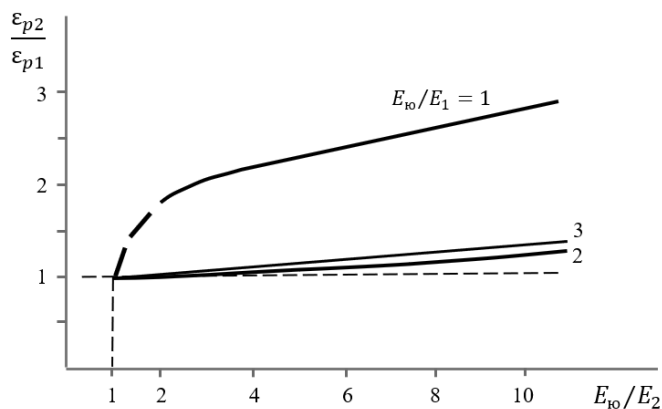


Рис. 6. Соотношение предельных деформаций льда

Fig. 6. Limit ice deformation ratio

3. Для диаграммы напряжений при сжатии с новыми значениями температуры T и солёности льда S задаются новые значения σ'_{pi} и $E'_{ю}$.

4. Аффинным способом с помощью коэффициентов k_σ и k_ϵ , определяемых согласно (11) по формуле (10), рассчитываются абсциссы и ординаты новой диаграммы сжатия σ'_i (ϵ'_i).

5. Общепринятым способом определяется (задается) предел прочности льда при растяжении σ_{p2} ; подстановка значений $(\sigma'_{p1}/\sigma_{p2})$ и $(E'_{ю}/E'_1)$ в одну из формул (13), (14) или (15) позволяет определить отношение модулей $E'_{ю}/E_2$ и обратное отношение $E_2/E'_{ю}$.

6. Производится расчет искомой диаграммы напряжений для случая сжатия льда по структурным зависимостям (5) или (8) с определением коэффициента C_2 с помощью табл. 1. Диаграмма напряжений изображается графически.

7. При неизменности температуры T и солёности льда S пункты 3 и 4, связанные с аффинным перестроением диаграмм напряжения при сжатии льда, опускаются.

Выводы

Приведенные аналитические методы достаточно достоверно и полно описывают напряженное состояние небольших образцов льда для простейших видов деформаций: сжатия и растяжения. При сложном виде деформации — упруго-пластичном изгибе льда необходимы дополнительные исследования, связанные с разработкой реологических моделей для деформаций в зонах растяжения ϵ_1 и сжатия ϵ_2 . Усложняет картину процесс поэтапного разрушения поля льда при изгибе из-за образования системы радиальных и кольцевых трещин [15, 16, 17].

Литература

1. Веприняк И. А., Кошкин С. В. Аналитическое представление температурного профиля морского льда в весенне — летний период на северном морском пути // Вестник Международной академии холода. 2022 № 4. С. 68–75.
2. Кошкин С. В., Афанасьева Т. М., Яковлева Е. М. Аналитическая модель профили солёности и объемного содержания рассола морского льда в Арктике / Сборник статей Всероссийской НПК «Искровые технологии в транспортном строительстве». СПб, Петергоф, 2022. С. 72–80.
3. Кошкин С. В. Современное состояние баз данных по пределам прочности льда на сжатие для проектирования опор железнодорожных мостов и гидротехнических сооружений / В сборнике статей всероссийской НПК «Инновационные технологии в транспортном строительстве». Петергоф. ВИ (ЖДВ и ВОСО). 2021. С. 101–120.
4. Аксенов В. И., Геворкян С. Г. Засоленные и льдистые мерзлые грунты Арктического побережья как основание сооружений. М.: ООО «МФ», 2023. 280 с.
5. Доронин Ю. П., Хейсин Д. Е. Морской лед. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 318 с.
6. Лавров В. В. Деформация и прочность льда. Л.: Гидрометеоздат, 1969. 206 с.

References

1. Veprinyak I. A., Koshkin S. V. Analytical presentation of sea ice's temperature profile in spring-summer period on the northern sea route. *Journal International Academy of Refrigeration*. 2022. No 4 pp. 68–75. (in Russian)
2. Koshkin S. V., Afanasyeva T. M., Yakovleva E. M. Analytical model of salinity profiles and volume content of sea ice brine in the Arctic. *Collection of articles of the All-Russian Scientific and Industrial Complex «Spark technologies in transport construction»*. 2022. pp. 72–80. (in Russian)
3. Koshkin S. V. Current state of databases on the compressive strength of ice for the design of supports for railway bridges and hydraulic structures. In the collection of articles of the All-Russian Scientific and Production Complex «Innovative Technologies in Transport Construction». Petergof. Military institute (GDV and VOSO). 2021. pp. 101–120. (in Russian)
4. Aksenov V. I., Gevorkyan S. G. Saline and icy frozen soils of the Arctic coast as the foundation of structures. M.: LLC «MAF». 2023. 280 p. (in Russian)
5. Doronin Yu. P., Kheisin D. E. Sea ice. L.: Gidrometeoizdat, 1975. 318 p. (in Russian)
6. Lavrov V. V. Deformation and strength of ice. L.: Gidrometeoizdat, 1969. 206 p. (in Russian)

7. Ледотехнические аспекты освоения морских месторождений нефти и газа/ Алексеев Ю. Н., Афанасьев В. П., Литонов О. Е. и др. СПб.: Гидрометеиздат, 2001. 356 с.
8. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка. 1988. 736 с.
9. Кошкин С. В. Обобщенная реологическая модель поведения льда под нагрузкой // Материалы МНПК «Фундаментальные исследования океанотехники и морской инфраструктуры: Теория. Эксперимент. Практика» Комсомольск-на-Амуре, 2015. С. 238–240.
10. Математическая энциклопедия. Гл. ред. И. М. Виноградов. М.: Советская энциклопедия. 1977. Т. 1. 1152 с.
11. Фокеев Н. В. Деформация морских антарктических льдов при сжатии // Труды ААНИИ. 1976. Т. 331. С. 166–171.
12. Епифанов В. П. Акустические методы в механике деформирования и разрушения пресноводного поликристаллического льда. Автореф. дис... док. физ.-мат. наук. М.: ИПМех РАН. 2018. 48 с.
13. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1995. 416 с.
14. Сурков Г. А., Землюк С. В., Астафьев В. Н. и др. Физико-механические параметры ледяного покрова северного шельфа Сахалина. // Труды ААНИИ. 2001. Т. 443. С. 138–145.
15. Каишелян В. И. Приближенное определение усилий, разрушающих ледяной покров // Проблемы Арктики и Антарктики. 1960. № 5. С. 31–37.
16. Ионов Б. П., Грамузов Е. М. Ледовая ходкость судов. СПб.: Судостроение, 2001. 512 с.
17. Князьков В. В. Влияние направления действия нагрузки на несущую способность ледяного покрова // Труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова. 2010. Вып. 51. С. 13–16.
7. Ice engineering aspects of the development of offshore oil and gas fields. /Alekseev Yu. N., Afanasyev V. P., Litonov O. E. etc. St. Petersburg: Gidrometeoizdat, 2001. 356 p. (in Russian)
8. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveev V. V. Handbook of Strength of Materials. Kyiv: Naukova Duma. 1988. 736 p. (in Russian)
9. Koshkin S. V. Generalized rheological model of ice behavior under load // Materials of the international research and production complex «Fundamental research in ocean engineering and marine infrastructure: Theory. Experiment. Practice.» Kom-somolsk-on-Amur, 2015. pp. 238–240. (in Russian)
10. Mathematical encyclopedia. Chief editor I. M. Vinogradov. Moscow: Soviet Encyclopedia. 1977. Vol. 1. 1152 p. (in Russian)
11. Fokeev N. V. Deformation of Antarctic sea ice during compression. *Proceedings of the AARI*. 1976. Vol. 331. pp. 166–171. (in Russian)
12. Epifanov V. P. Acoustic methods in the mechanics of deformation and destruction of freshwater polycrystalline ice. Abstract of the dissertation of a doctor of physical and mathematical sciences. M.: Institute of Mechanics and Mechanics RAS. 2018. 48 p. (in Russian)
13. Targ S. M. Short course in theoretical mechanics. M.: Higher school. 1995. 416 p. (in Russian)
14. Surkov G. A., Zemluk S. V., Astafiev V. N. etc. Physico-mechanical parameters of the ice cover of the northern shelf of Sakhalin. *The works of AANIA*. 2001. vol. 443. pp. 138–145. (in Russian)
15. Kashtelyan V. I. Approximate determination of the forces that destroy the ice cover. *Problems of the Arctic and Antarctic*. 1960. No. 5. pp. 31–37. (in Russian)
16. Ionov B. P., Gramuzov E. M. Ice performance of ships. St. Petersburg: Shipbuilding. 2001. 512 p. (in Russian)
17. Knyazkov V. V. Influence of the direction of action of the load on the bearing capacity of the ice cover. *Proceedings of the Central Research Institute named after. acad. A. N. Krylova*. 2010. Issue 51. pp. 13–16 (in Russian)

Сведения об авторах

Кошкин Сергей Валентинович

К. т. н., доцент кафедры общетехнических дисциплин Военного института (Железнодорожных войск и военных сообщений) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала А. В. Хрулева, 198511, г. Петергоф, ул. Суворовская 1, sergey.koshkin1950@yandex.ru

Веприняк Иван Алексеевич

Д. т. н., заведующий кафедрой общетехнических дисциплин Военного института (Железнодорожных войск и военных сообщений) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала А. В. Хрулева, 198511, г. Петергоф, ул. Суворовская 1, veprenyak1@mail.ru

Чижимов Сергей Демидович

К. т. н., доцент кафедры общетехнических дисциплин Военного института (Железнодорожных войск и военных сообщений) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулева, 198511, г. Петергоф, ул. Суворовская, 1, chizhium@rambler.ru

Information about authors

Koshkin Sergey V.

Ph. D., Associate Professor of Department of General Technical Disciplines Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) of Khrulev Military Academy of Logistics, Russia, 198511, Peterhof, ul. Suworovskaya, 1, sergey.koshkin1950@yandex.ru

Veprinyak Ivan A.

D. Sc., Head of Department of General Technical Disciplines Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) of Khrulev Military Academy of Logistics, Russia, 198511, Peterhof, ul. Suworovskaya, 1, veprenyak1@mail.ru

Chizhiumov Sergey D.

Ph. D., Associate Professor of Department of General Technical Disciplines Military Institute (of Railway Troops and Military Transport) of Khrulev Military Academy of Logistics, Russia, 198511, Peterhof, ul. Suworovskaya, 1, chizhium@rambler.ru



Статья доступна по лицензии
Creative Commons «Attribution-NonCommercial»