

УДК 536.2

Тепловой поток от бесконечной пластинки к цилиндрическому включению

Канд. техн. наук А. И. КАНАРЕЙКИН

Российский государственный геологоразведочный университет
имени Серго Орджоникидзе (МГРИ)

kanareykins@mail.ru

Работа посвящена решению краевой задачи стационарной теплопроводности. В ней рассматривается вопрос о распределении температурного поля внутри бесконечной пластинки с цилиндрическим включением при граничных условиях первого и третьего рода. Решение находилось с помощью применения преобразования Вебера — Орра для исходной функции, что показывает новые подходы к решению краевых задач теплопроводности. В результате были получены выражения для определения температурного поля пластины и теплового потока к цилиндрическому включению, содержащие функции Бесселя нулевого порядка. Полученный результат позволяет решать задачи по определению термостойкости стеклянных элементов электровакуумных приборов со стержневыми включениями в виде кругового цилиндра, а также при определении теплового потока к электрическому кабелю от кабельной проходки при пожаре.

Ключевые слова: теплообмен, температурное поле, пластинка, цилиндрическое включение, теплопроводность, интегральная формула Вебера — Орра, граничные условия, тепловой поток, функции Бесселя.

Информация о статье:

Поступила в редакцию 24.09.2025, одобрена после рецензирования 12.11.2025, принята к печати 14.01.2026

DOI: 10.17586/1606-4313-2026-25-1-69-73

Язык статьи — русский

Для цитирования:

Канарейкин А. И. Тепловой поток от бесконечной пластинки к цилиндрическому включению. // Вестник Международной академии холода. 2026. № 1. С. 69–73. DOI: 10.17586/1606-4313-2026-25-1-69-73

Heat flow from an infinite plate to a cylindrical inclusion

Ph. D. A. I. KANAREYKIN

Russian State Geological University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI)

kanareykins@mail.ru

The paper presents solving the boundary value problem of stationary thermal conductivity. It deals with the distribution of the temperature field inside an infinite plate with a cylindrical inclusion under boundary conditions of the first and third kind. The solution was found by applying the Weber — Orr transform to the original function, which shows new approaches to solving boundary value problems of thermal conductivity. As a result, the equations were obtained for determining the temperature field of the plate and the heat flux to the cylindrical inclusion containing zero-order Bessel functions. The result obtained allows to solve the problems of determining the thermal resistance of glass elements of electrovacuum devices with rod inclusions in the form of a circular cylinder, as well as in determining the heat flow to an electric cable from a cable duct in case of fire.

Keywords: heat transfer, temperature field, plate, cylindrical inclusion, thermal conductivity, Weber — Orr integral formula, boundary conditions, heat flux, Bessel functions.

Article info:

Received 24/09/2025, approved after reviewing 12/11/2025, accepted 14/01/2026

DOI: 10.17586/1606-4313-2026-25-1-69-73

Article in Russian

For citation:

Kanareykin A. I. Heat flow from an infinite plate to a cylindrical inclusion. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2026. No 1. p. 69-73. DOI: 10.17586/1606-4313-2026-25-1-69-73

Введение

В настоящее время особую актуальность приобретают работы, направленные на обеспечение оптимальных режимов охлаждения теплонагруженных элементов различных устройств и разработку новых видов эффективных тепловыделяющих поверхностей [1]–[7]. Обеспечение оптимальных режимов охлаждения теплонагруженных элементов различных устройств и разработка новых видов эффективных тепловыделяющих поверхностей связаны с использованием различных методов охлаждения, расчётом тепловых режимов и выбором материалов для создания тепловыделяющих элементов. Эти задачи актуальны, например, в радиоэлектронных устройствах и силовой электронике.

Отдельно можно выделить двумерные задачи теплопроводности [8]–[15]. Для расчета температурных полей в тонких пластинах используют численные методы, например методику конечных разностей (метод сеток). Дифференциальное уравнение теплопроводности при этом заменяется системой алгебраических уравнений, начальное и граничные условия — разностными начальными и граничными условиями для сеточной функции. Также для описания процессов теплопередачи в тонких пластинах могут использоваться аналитические, графические, экспериментальные методы. Подобные задачи обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах, а также в пластинчатых теплообменниках. Данные теплообменники применяются в разных сферах, например, в пищевой промышленности для охлаждения продуктов и пастеризации. Конструкции пластинчатых теплообменников достаточно разнообразны. Каждая конструкция имеет свои достоинства и недостатки, поэтому выбор оптимального варианта необходимо производить исходя из конкретных условий работы теплообменного аппарата и требований, предъявляемых к габаритам, надежности и стоимости данного оборудования.

Актуальность данной статьи заключается в том, что изучение термостойкости стеклянных элементов электровакуумных приборов со стержневыми включениями в виде кругового цилиндра возникает задача определения теплового потока к включению. Аналогичная задача возникает при определении теплового потока к электрическому кабелю от кабельной проходки при пожаре. Конструктивные особенности кабельных проходок (строительные материалы, средства огнезащиты, количество и вид кабельной продукции) влияют на их огнестойкость и пожарную опасность [16]–[20]. Решение такой задачи сопряжено с рядом математических трудностей [21]–[26]. В связи с этим представляет интерес математическое моделирование механизма распространения тепла меж-

ду элементами кабельных изделий и конструкций кабельных проходок при тепловом воздействии пожара.

Целью данной работы является исследование теплообмена внутри бесконечной пластинки с цилиндрическим включением при заданных граничных условиях. Задачами исследования было применение к решению преобразования Вебера — Орра для исходной функции.

Научная новизна исследования заключается в том, что в работе применяется преобразование Вебера — Орра.

В данной работе рассматривается стационарный процесс. С помощью применения преобразования Вебера — Орра, а также методов интегрирования по частям и дифференцирования задача была решена аналитически.

Постановка задачи

Рассмотрим бесконечную пластинку с круговым отверстием, на поверхности которого $r=R$ задана температура $t_R(z)$ (рис. 1).

Граничные условия при $z=0$ и $z=h$ заданы следующим образом:

$$\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=0} = \alpha_1 t; \quad (1)$$

$$\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=h} = \alpha_2 t, \quad (2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности пластины; α_1 — коэффициент теплоотдачи нижней поверхности пластины; α_2 — коэффициент теплоотдачи верхней поверхности пластины.

Данные граничные условия однородны, так как предполагается, что решение задачи стационарной теплопроводности без включения известно и находится только дополнительное слагаемое, вызванное самим включением.

Построение решения задачи

Для решения поставленной задачи воспользуемся формулой Вебера — Орра, выражающей интегральное представление произвольной функции [3]:

$$f(r) = \int_0^\infty \frac{J_v(\omega \cdot r) Y_v(R \cdot \omega) - J_v(R \cdot \omega) Y_v(\omega \cdot r)}{[J_v(R \cdot \omega)]^2 + [Y_v(R \cdot \omega)]^2} \omega d\omega \times \\ \times \int_R^\infty [J_v(\omega \cdot \vartheta) Y_v(R \cdot \omega) - J_v(R \cdot \omega) Y_v(\omega \cdot \vartheta)] \vartheta f(\vartheta) d\vartheta, \quad (3)$$

где $J_v(x)$ и $Y_v(x)$ — функции Бесселя; v , ω и θ — вещественные параметры.

Эта формула имеет место, если интеграл

$$\int_R^\infty \sqrt{r} |f(r)| dr \quad (4)$$

сходится [27]. В случае решения осесимметричных задач принимается $v=0$.

Интегральная формула Вебера — Орра может быть представлена в виде двух равенств. Обозначим

$$\bar{f}(\omega) = \int_0^\infty K(r, \omega) f(r) r dr, \quad (5)$$

где

$$K(r, \omega) = J_0(\omega \cdot r) Y_0(R \cdot \omega) - J_0(R \cdot \omega) Y_0(\omega \cdot r). \quad (6)$$

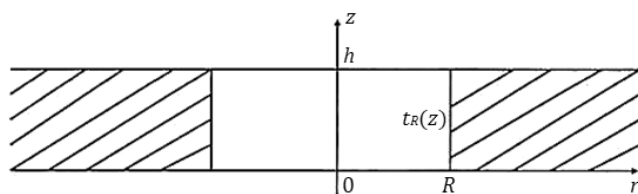


Рис. 1. Бесконечная пластинка с круговым отверстием

Fig. 1. Infinite plate with circular hole

Тогда

$$f(r) = \int_0^\infty K_1(r, \omega) \bar{f}(\omega) \omega d\omega, \quad (7)$$

где

$$K_1(r, \omega) = \frac{J_0(\omega \cdot r) Y_0(R \cdot \omega) - J_0(R \cdot \omega) Y_0(\omega \cdot r)}{[J_0(R \cdot \omega)]^2 + [Y_0(R \cdot \omega)]^2}. \quad (8)$$

По аналогии с [28] функция $\bar{f}(\omega)$ называется преобразованием Вебера — Орра исходной функции $f(r)$. Формула (7), выражающая функцию $f(r)$ через ее преобразование Вебера — Орра, называется формулой обращения для преобразования Вебера — Орра.

Для решения поставленной задачи необходимо решить уравнение теплопроводности

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (9)$$

При нахождении решения уравнения (9) необходимо учесть граничные условия (1) и (2), а также граничное условие для температуры

$$t(R, z) = t_R(z). \quad (10)$$

Разделим переменные

$$\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right). \quad (11)$$

Далее применим метод интегрирования по частям к правой части с учетом вышесказанного, получим

$$I = \int_R^\infty K(r, \omega) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) r dr = K(r, \omega) \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_R - r \frac{\partial K(r, \omega)}{\partial r} \Big|_R + \int_R^\infty \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial K}{\partial r} \right) t dr. \quad (12)$$

Имеем

$$\frac{\partial K(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=R} = \omega \left[\frac{dJ_0(\omega \cdot r)}{dS} Y_0(R \cdot \omega) - \frac{dY_0(\omega \cdot r)}{dS} J_0(R \cdot \omega) \right]. \quad (13)$$

Из выражения [27] следует, что

$$-\frac{\partial K(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{2}{\pi R}. \quad (14)$$

Тогда окончательно получим

$$I = -\frac{2}{\pi} t_0(z) - \omega^2 \bar{t}, \quad (15)$$

где

$$\bar{t} = \int_0^\infty K(r, \omega) t(r, z) r dr. \quad (16)$$

При проведении преобразований предположим, что

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r K \frac{\partial t}{\partial r} = \lim_{r \rightarrow \infty} r \frac{\partial K}{\partial r} t = 0. \quad (17)$$

После применения интегрального преобразования (16) к уравнению (11) получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 \bar{t}}{dz^2} - \omega^2 \bar{t} = \frac{2}{\pi} t_R(z). \quad (18)$$

Решение этого уравнения с граничными условиями (1) и (2) имеет вид

$$\bar{t} = -\frac{2}{\pi \Delta \omega} \int_0^h t_R(z) \left[\omega ch \omega (h - z) + \frac{\alpha_2}{\lambda} sh \omega (h - z) \right] \times \\ \times \left(\frac{\alpha_1}{\lambda} sh \omega z + \omega ch \omega z \right) dz + \frac{2}{\pi \omega} \int_0^z t_R(\xi) sh \omega (z - \xi) d\xi, \quad (19)$$

где

$$\Delta = \omega^2 sh \omega h + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda} \omega ch \omega h - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\lambda^2} sh \omega h. \quad (20)$$

Температура $t(r, z)$ определяется по формуле

$$t(r, z) = \int_0^\infty K_1(\omega r) \bar{t} \omega d\omega. \quad (21)$$

Отсюда, с учетом (14), применяя закон Фурье найдем тепловой поток к цилиндрическому включению

$$q_r|_{r=R} = -\frac{2\lambda}{\pi R} \int_0^\infty \frac{\bar{t} d\omega}{[J_0(R\omega)]^2 + [Y_0(R\omega)]^2}. \quad (22)$$

Анализ полученного решения

Итак, решение поставленной задачи сведено к вычислению несобственного интеграла. При его вычислении можно воспользоваться асимптотическими формулами для нахождения значений функции Бесселя нулевого порядка [29]–[33]:

$$J_0(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right); \quad (23)$$

$$Y_0(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right). \quad (24)$$

Выводы

1. В настоящей работе была решена задача о распределении температурного поля внутри бесконечной пластинки с цилиндрическим включением при граничных условиях первого и третьего рода.

2. Для решения поставленной задачи была использована формула Вебера-Орра, выражающей интегральное представление произвольной функции. Решение поставленной задачи сведено к вычислению несобственного интеграла.

3. В работе был показан новый подход к решению краевых задач теплопроводности.

4. Полученный результат позволяет решать задачи по определению термостойкости стеклянных элементов электровакуумных приборов со стержневыми включениями в виде кругового цилиндра, при определении теплового потока к электрическому кабелю от кабельной проходки, а также при исследовании закономерности теплообмена в кабельных проходках при тепловом воздействии пожара в зависимости от характеристик кабелей и кабельных проходок.

Литература

References

1. Михеев М. А., Михеева, И. М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Изд-во Высшая школа, 1967. 600 с.
3. Карслоу Г. Теплопроводность твёрдых тел. М.: Наука, 1964. С. 134–136.
4. Богословский В. Н., Поз М. Я. Теплофизика аппаратов утилизации тепла систем отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха. М.: Стройиздат, 1988, 320 с.
5. Кейс В. М., Лондон А. Л. Компактные теплообменники. М.: Энергия, 1967. 223 с.
6. Болгарский А. В., Мухачев Г. А., Щукин В. К. Термодинамика и теплопередача: учеб. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1975. 495 с.
7. Дульнев Г. Н., Тихонов С. В. Основы теории тепломассообмена. СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. 93 с.
8. Канарейкин А. И. Распределение температурного поля в прямоугольной пластине при граничных условиях первого рода // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2022. № 11. С. 3–7.
9. Канарейкин А. И. Процесс охлаждения бесконечной прямоугольной пластины при граничных условиях второго и третьего рода // Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. 2022. Т. 7. № 3–1 (25). С. 40–45.
10. Канарейкин А. И. Охлаждение бесконечной прямоугольной пластины при граничных условиях второго и третьего рода // Chronos. 2022. Т. 7. № 9 (71). С. 36–41.
11. Канарейкин А. И. Процесс охлаждения бесконечной прямоугольной пластины при разных граничных условиях // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2022. № 11. С. 8–12.
12. Канарейкин А. И. Охлаждение бесконечной прямоугольной пластины с адиабатически изолированной стороной при граничных условиях третьего рода // Вестник Международной академии холода. 2022. № 3. С. 74–79. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-3-74-79
13. Канарейкин А. И. Стационарное температурное поле в прямоугольной пластине с переменной теплопроводностью по одной координате // Вестник Международной академии холода. 2023. № 1. С. 99–104. DOI: 10.17586/1606-4313-2023-22-1-99-104
14. Канарейкин А. И. Двумерное температурное поле в прямоугольной пластине при линейном изменении теплопроводности по одной координате // Наукосфера. 2023. № 3–1. С. 124–129. DOI: 10.5281/zenodo.7741125
15. Канарейкин А. И. Двумерное температурное поле в прямоугольной пластине с переменной теплопроводностью по одной координате // Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. 2023. Т. 8. № 3 (29). С. 124–130.
16. Кошмаров Ю. А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении: учеб. пос. М.: Академия ГПС МВД России, 2000. 118 с.
17. Смелков Г. И., Пехотиков В. А., Рябиков А. И. Проблемы обеспечения пожарной безопасности кабельных потоков // Кабели и провода. 2005. № 2. С. 8–14.
18. Bartnikas R., Srivastava K. D. Characteristics of Cable Materials. is part of: Power and Communication Cables: Theory and Applications. NewYork: IEEE Press. 2000. 76–179 p. DOI: 10.1109/9780470545546.ch2
1. Mikheev M. A., Mikheeva, I. M. Fundamentals of heat transfer. — M.: Energiya, 1977. (in Russian)
2. Lykov A. V. Theory of thermal conductivity. Moscow: Higher School Publishing House, 1967. 600 p. (in Russian)
3. Karslow G. Thermal conductivity of solids. Moscow: Nauka, 1964. pp. 134–136. (in Russian)
4. Bogoslovsky V. N., Pos M. Ya. Thermophysics of heat recovery devices for heating, ventilation and air conditioning systems. Moscow: Sroyizdat, 1988, 320 p. (in Russian)
5. Case V. M., London A. L. Compact heat exchangers. Moscow: Energiya Publ., 1967. 223 p. (in Russian)
6. Bolgarsky A. V., Mukhachev G. A., Shchukin V. K. Thermodynamics and heat transfer: textbook. 2nd ed., revised and additional M.: Higher School, 1975. 495 p. (in Russian)
7. Dulnev G. N., Tikhonov S. V. Fundamentals of the theory of heat and mass transfer. St. Petersburg, 2010. 93 p. (in Russian)
8. Kanarekin A. I. Distribution of the temperature field in a rectangular plate under boundary conditions of the first kind. *Forging and stamping production. Pressure treatment of materials*. 2022. No. 11. pp. 3–7. (in Russian)
9. Kanarekin A. I. The cooling process of an infinite rectangular plate under boundary conditions of the second and third kind. *International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*. 2022. Vol. 7. No. 3–1 (25). pp. 40–45. (in Russian)
10. Kanarekin A. I. Cooling of an infinite rectangular plate under boundary conditions of the second and third kind. *Chronos*. 2022. Vol. 7. No. 9 (71). pp. 36–41. (in Russian)
11. Kanarekin A. I. The cooling process of an infinite rectangular plate under different boundary conditions. *Forging and stamping production. Pressure treatment of materials*. 2022. No. 11. pp. 8–12. (in Russian)
12. Kanareykin A. I. Cooling infinite rectangular plate with adiabatically isolated side wall under boundary conditions of the thirdkind. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2022. No. 3. pp. 74–79. DOI: 10.17586/1606-4313-2022-21-3-74-79. (in Russian)
13. Kanareykin A. I. Stationary temperature field in a rectangular plate with variable thermal conductivity in one coordinate. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2023. No. 1. P. 99–104. DOI: 10.17586/1606-4313-2023-22-1-99-104 (in Russian)
14. Kanarekin A. I. Two-dimensional temperature field in a rectangular plate with a linear change in thermal conductivity along one coordinate. *Naukosphere*. 2023. No. 3–1. pp. 124–129. DOI: 10.5281/zenodo.7741125. (in Russian)
15. Kanarekin A. I. Two-dimensional temperature field in a rectangular plate with variable thermal conductivity along one coordinate. *International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*. 2023. Vol. 8. No. 3 (29). pp. 124–130.
16. Koshmarov Yu. A. Forecasting of fire hazards in a room: textbook, Moscow: Academy of GPS of the Ministry of Internal Affairs of Russia, 2000. 118 p. (in Russian)
17. Smelkov G. I., Pekhotikov V. A., Ryabikov A. I. Problems of ensuring fire safety of cable flows. *Cables and wires*. 2005. No. 2. pp. 8–14. (in Russian)
18. Bartnikas R., Srivastava K. D. Characteristics of Cable Materials. is part of: Power and Communication Cables: Theory and Applications. NewYork: IEEE Press. 2000. 345 p.
19. Khasanov I. R., Varlamkin A. A. Limits of fire resistance of cable penetrations under the combined effect of fire and current load. *Fire safety*. 2019. No. 4. pp. 62–70. (in Russian)

19. Хасанов И. Р., Варламкин А. А. Пределы огнестойкости кабельных проходок при совместном воздействии пожара и токовой нагрузки // Пожарная безопасность. 2019. № 4. С. 62–70.
20. Keski-Rahkonen O., Mangs J., Turtola A. Ignition of and fire spread on cables and electronic components. Technical Research Centre of Finland. VTT Publications 387. Espoo, 1999. 112 p.
21. Sadykov A. V. Calculation of a two-dimensional temperature field in a cylindrical chamber. *Bulletin of Science and Practice*. 2018. Vol. 4. No. 12. pp. 24–34. (in Russian)
22. Belyaev N. M., Ryadno A. A. Methods of the theory of thermal conductivity. Vol. 1. M.: Higher School, 1982. 328 p. (in Russian)
23. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. Methods for solving ill-posed problems: Moscow: Nauka, 1979, 188 p. (in Russian)
24. Aramanovich I. G., Levin V. I. Equations of mathematical physics: Moscow: Nauka, 1969, 289 p. (in Russian)
25. Tsoi P. V. System methods for calculating boundary value problems of heat and mass transfer. Moscow: MEI Publishing House, 2005. 568 p. (in Russian)
26. Makaryants G. M., Prokofiev A. B. Fundamentals of the finite element method: textbook. Samara: Publishing House of Samara State Aerospace. University, 2013. 80 p. (in Russian)
27. Bateman G., Erdei A. Higher transcendental functions: Bessel functions, parabolic cylinder functions, orthogonal polynomials. Moscow: Nauka, 1966. 296 p. (in Russian)
28. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Elements of the theory of functions and functional analysis. Moscow: Nauka, 1972. 496 p. (in Russian)
29. Nesis, E. I. Methods of mathematical physics. M.: Prosveshchenie, 1977. p. 199. (in Russian)
30. Jentschura U. D., L'otstedt E. Numerical calculation of Bessel, Hankel and Airy functions. *Computer Physics Communications*. 2012. Vol. 183, № 3. P. 506–519.
31. Krasikov I. Approximations for the Bessel and Airy functions with an explicit error term // *LMS J. of Computation and Mathematics*. 2014. Vol. 17, № 1. P. 209–225.
32. Heitman Z., Bremer J., Rokhlin V., Vioreanu B. On the asymptotics of Bessel functions in the Fresnel regime // *Applied and Computational Harmonic Analysis*. 2015. Vol. 39, № 2. P. 347–356. DOI: 10.1016/j.acha.2014.12.002
33. Bremer J. An algorithm for the rapid numerical evaluation of Bessel functions of real orders and arguments // *Advances in Computational Mathematics*. 2019. Vol. 45, iss. 1. P. 173–211. DOI: 10.1007/s10444-018-9613-9
20. Keski-Rahkonen O., Mangs J., Turtola A. Ignition of and fire spread on cables and electronic components. Technical Research Centre of Finland. VTT Publications 387. Espoo, 1999. 112 p.
21. Sadykov A. V. Calculation of a two-dimensional temperature field in a cylindrical chamber. *Bulletin of Science and Practice*. 2018. Vol. 4. No. 12. pp. 24–34. (in Russian)
22. Belyaev N. M., Ryadno A. A. Methods of the theory of thermal conductivity. Vol. 1. M.: Higher School, 1982. 328 p. (in Russian)
23. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. Methods for solving ill-posed problems: Moscow: Nauka, 1979, 188 p. (in Russian)
24. Aramanovich I. G., Levin V. I. Equations of mathematical physics: Moscow: Nauka, 1969, 289 p. (in Russian)
25. Tsoi P. V. System methods for calculating boundary value problems of heat and mass transfer. Moscow: MEI Publishing House, 2005. 568 p. (in Russian)
26. Makaryants G. M., Prokofiev A. B. Fundamentals of the finite element method: textbook. Samara: Publishing House of Samara State Aerospace. University, 2013. 80 p. (in Russian)
27. Bateman G., Erdei A. Higher transcendental functions: Bessel functions, parabolic cylinder functions, orthogonal polynomials. Moscow: Nauka, 1966. 296 p. (in Russian)
28. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Elements of the theory of functions and functional analysis. Moscow: Nauka, 1972. 496 p. (in Russian)
29. Nesis, E. I. Methods of mathematical physics. M.: Prosveshchenie, 1977. p. 199. (in Russian)
30. Jentschura U. D., L'otstedt E. Numerical calculation of Bessel, Hankel and Airy functions. *Computer Physics Communications*. 2012. Vol. 183, № 3. P. 506–519.
31. Krasikov I. Approximations for the Bessel and Airy functions with an explicit error term. *LMS J. of Computation and Mathematics*. 2014. Vol. 17. № 1. P. 209–225.
32. Heitman Z., Bremer J., Rokhlin V., Vioreanu B. On the asymptotics of Bessel functions in the Fresnel regime. *Applied and Computational Harmonic Analysis*. 2015. Vol. 39, № 2. P. 347–356. DOI: 10.1016/j.acha.2014.12.002
33. Bremer J. An algorithm for the rapid numerical evaluation of Bessel functions of real orders and arguments. *Advances in Computational Mathematics*. 2019. Vol. 45, iss. 1. P. 173–211. DOI: 10.1007/s10444-018-9613-9

Сведения об авторе

Канарейкин Александр Иванович

К. т. н., доцент кафедры высшей математики и физики, Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе (МГРИ), 117997, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 23, kanareykins@mail.ru, ORCID: 0000-0001-9108-7495

Information about author

Kanareykin Alexander I.

Ph. D., Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Physics, Sergo Ordzhonikidze Russian State Geological Exploration University, Miklouho-Maclay St. 23., Moscow, 117997, Russia, kanareykins@mail.ru, ORCID: 0000-0001-9108-7495



Статья доступна по лицензии
Creative Commons «Attribution-NonCommercial»